TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH

TỔ TOÁN – TIN

(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KÌ LẦN 2 NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: TOÁN 12

Thời gian làm bài : 90 Phút, không kể thời gian giao đề

(Đề có 50 câu trắc nghiệm)

Họ tên : .... Số báo danh : ....

Mã đề 201

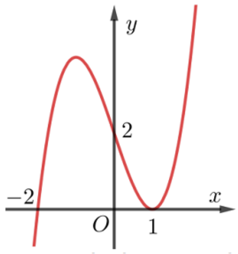
Câu 1: Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+3x-4}{x^2+4x}=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức a^2-b^2.

A. -9. **B.** 41. **C.** 9. **D.** 14.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), biết $AB=AC=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 3: Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=(x-1)(x-2)^2$. **B.** $y=(x-1)(x+2)^2$. **C.** $y=(x-1)^2(x+2)$ **D.** $y=(x+1)^2(x+2)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 5: Gọi M $x_0;y_0$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\log_3 x$. Tìm điều kiện của x_0 để điểm M nằm phía trên đường thẳng $y=2$.

A. $x_0>9$. **B.** $x_0>0$. **C.** $x_0<2$. **D.** $x_0>2$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{15}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=1$, công bội $q=2$. Tổng ba số hạng đầu của cấp số nhân là

A. 3. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 8: Cho mặt cầu $S(O;r)$, mặt phẳng (P) cách tâm O một khoảng bằng $\dfrac{r}{2}$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Hãy tính theo r chu vi của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)

A. $\pi r\sqrt{3}$ **B.** πr **C.** $\dfrac{\pi r\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\dfrac{\pi r\sqrt{3}}{2}$

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{\ln\left(x^2+1\right)}{x}$ tại điểm $x=1$ là $y'(1)=a\ln 2+b,\left(a,b\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $a-b$.

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 10: Bạn An gửi tiết kiệm một số tiền ban đầu là 1000000 đồng với lãi suất $0,58\%$/ tháng (không kỳ hạn). Hỏi bạn An phải gửi ít nhất bao nhiêu tháng thì được cả vốn lẫn lãi bằng hoặc vượt quá 1300000 đồng?

A. 46. **B.** 45. **C.** 42. **D.** 40.

Câu 11: Tính thể tích của khối nón có độ dài đường sinh bằng 3, bán kính đáy bằng 2

A. $\dfrac{2\pi\sqrt{5}}{3}$ **B.** $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{5}}{3}$ **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$

Câu 12: Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau ?

A. 146 **B.** 336 **C.** 420 **D.** 210

Câu 13: Cho x,y là hai số thực không âm thay đổi thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị lớn nhất của $x.y$ là

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 14: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $5^{\sin^2 x}+5^{\cos^2 x}=2\sqrt{5}$ trên đoạn $0;2\pi$.

A. $T=\dfrac{3\pi}{4}$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=4\pi$. **D.** $T=2\pi$.

Câu 15: Một hộp có 8 quả cầu đỏ khác nhau, 9 quả cầu trắng khác nhau, 10 quả cầu đen khác nhau. Số cách lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp là

A. 816 **B.** 720 **C.** 4896. **D.** 27

Câu 16: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ với $u_n=n^2+n+1$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 17: Nếu dãy số $\left(u_n\right)$ là cấp số cộng có công sai d thì ta u_n có công thức là

A. $u_{n+1}=u_n-nd\ \ \forall n\in\mathbb{N}^*$. **B.** $u_{n+1}=u_n+d^n\ \ \forall n\in\mathbb{N}^*$.

C. $u_{n+1}=u_n+n.d\ \ \forall n\in\mathbb{N}^*$. **D.** $u_{n+1}=u_n+d\ \ \forall n\in\mathbb{N}^*$.

Câu 18: Giới hạn $\lim\left(2n^2-1\right)$ bằng

A. 2. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 19: Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^0+C_n^1+C_n^2=11$. Số hạng chứa x^7 trong khai triển của $\left(x^3-\dfrac{1}{x^2}\right)^n$ bằng

A. -4 **B.** $-12x^7$ **C.** $9x^7$ **D.** $-4x^7$

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m<2$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m>2$.

Câu 21: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+5x-1$

A. Có hệ số góc bằng -1.
B. song song với trục hoành.
C. song song với đường thẳng $x = 1$. .
D. Có hệ số góc dương.

Câu 22: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2 - 2x + 3m\right)}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $\left[\dfrac{2}{3};10\right]$ **B.** $\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 23: Thể tích khối cầu có bán kính r là

A. $\dfrac{4}{3}\pi r^3$ **B.** $4\pi r^3$ **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^3$ **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2$

Câu 24: Hàm số $y = \dfrac{2x-5}{x+2}$ đồng biến trên

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $-2;+\infty$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 25: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông tại B; $AB = 2a$, $BC = a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$.

C. $4a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

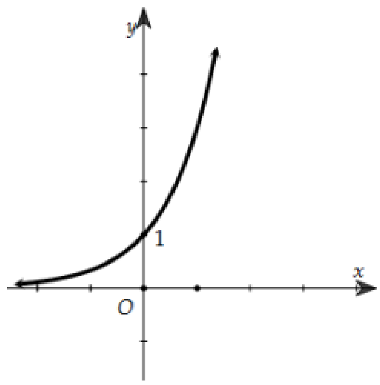
Câu 26: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\dfrac{2020}{2021}\right)^{4x} = \left(\dfrac{2021}{2020}\right)^{2x-6}$

A. $S = -3$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = -1$.

Câu 27: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

A. $y = 3^x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

C. $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y = \log_3 x$.



Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\log_{2021} x + \log_{2020} x = 0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đây là **đúng**?

A. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì đạo hàm đổi dấu khi x qua x_0.
B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.
C. Nếu $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại x_0.
D. Nếu đạo hàm đổi dấu khi x qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

Câu 30: Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 8^8 **B.** 8 **C.** $8!$ **D.** $7!$

Câu 31: Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x^2-2x+6 \le -2$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai đoạn.
B. Tập nghiệm của bất phương trình là một đoạn.
C. Tập nghiệm của bất phương trình là nửa khoảng.
D. Tập nghiệm của bất phương trình là hợp của hai nửa khoảng.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 33: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^o. Tính thể tích của khối nón có đỉnh là S và đáy là đường ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{9}$.

Câu 34: Cho hình trụ có bán kính bằng a và chiều cao gấp hai lần đường kính đáy của hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ

A. $8\pi a$ **B.** $4\pi a^2$ **C.** $4a^2$ **D.** $8\pi a^2$

Câu 35: Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{2-3x}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 36: Có bao nhiêu cách chọn một bạn làm lớp trưởng và một bạn làm lớp phó từ một lớp học gồm 35 học sinh, biết rằng em nào cũng có khả năng làm lớp trưởng và lớp phó?

A. C_{35}^2 **B.** 35^2 **C.** 2^{35} **D.** A_{35}^2

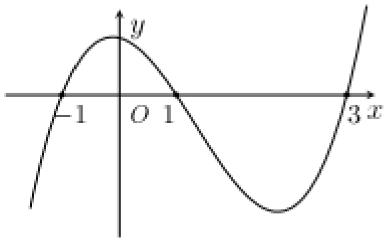
Câu 37: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của BC. Khi đó cosin của góc giữa hai đường thẳng nào sau đây có giá trị bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

A. AM, DM. **B.** AD, DM. **C.** AB, DM. **D.** AB, AM.

Câu 38: Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $-2020;2020$ để phương trình $\log mx = 2\log x+1$ có nghiệm duy nhất?

A. 2020. **B.** 4040. **C.** 2021. **D.** 4041.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?



A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 40: Ông X muốn xây một bình chứa hình trụ có thể tích 72m^3. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn đồng/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn đồng/m^2, nắp bằng nhôm giá 140 nghìn đồng/m^2. Vậy đáy của hình trụ có bán kính bằng bao nhiêu để chi phí xây dựng là thấp nhất ?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{\pi}}(m)$. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt[3]{\pi}}(m)$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt[3]{\pi}}(m)$. **D.** $\dfrac{3\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{\pi}}(m)$.

Câu 41: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$, có đồ thị (C) với m là tham số thực. Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm m để tiếp tuyến Δ với đồ thị (C) tại A cắt đường tròn $(\gamma):(x-1)^2+(y-1)^2=4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $-\dfrac{15}{16}$. **B.** $\dfrac{15}{16}$. **C.** $-\dfrac{17}{16}$. **D.** $\dfrac{17}{16}$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-6x^2+24x-m\right|$ có 7 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S .

A. 42. **B.** 30. **C.** 50. **D.** 63.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(4x-x^2\right)+\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+8x-\dfrac{5}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. 10. **B.** 9. **C.** -10. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

Câu 44: Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,75m$. **B.** $1,56m$. **C.** $1,65m$. **D.** $2,12m$.

Câu 45: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 46: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO=2MI$. Khi đó côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$ **C.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$

Câu 47: Cho đa giác lồi $A_1A_2...A_{20}$. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành 1 tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho bằng

A. $\dfrac{24}{57}$ **B.** $\dfrac{40}{57}$ **C.** $\dfrac{27}{57}$ **D.** $\dfrac{28}{57}$

Câu 48: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C (B nằm giữa A và C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S.

A. -4. **B.** $\dfrac{7-\sqrt{7}}{7}$. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=AC=4, BC=2, SA=4\sqrt{3}$, $SAB=SAC=30^{\circ}$. Gọi G_1,G_2,G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác $\Delta SBC, \Delta SCA, \Delta SAB$ và T đối xứng S qua mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $TG_1G_2G_3$ bằng $\dfrac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P=2a-b$.

A. 3 **B.** 5 **C.** -9 **D.** 1

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'C'$. P là điểm trên cạnh BB' sao cho $PB=2PB'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng:

A. $\dfrac{1}{3}V$. **B.** $\dfrac{7}{12}V$. **C.** $\dfrac{5}{12}V$. **D.** $\dfrac{2}{9}V$.

------ ***HẾT*** ------

Mã đề / Câu	201
1	C
2	C
3	C
4	C
5	A
6	C
7	B
8	A
9	D
10	A
11	B
12	A
13	A
14	C
15	D
16	D
17	D
18	D
19	D
20	C
21	B
22	D
23	A
24	B
25	B
26	B
27	A
28	D
29	A
30	C
31	D
32	B
33	A
34	D
35	C
36	D
37	C
38	C
39	B
40	B
41	D
42	A
43	A
44	B
45	C
46	D
47	B
48	A
49	B
50	D

ĐÁP ÁN

1-C	**2-C**	**3-C**	**4-C**	**5-A**	**6-C**	**7-B**	**8-A**	**9-D**	**10-A**
11-B	**12-A**	**13-A**	**14-C**	**15-D**	**16-B**	**17-D**	**18-D**	**19-D**	**20-C**
21-B	**22-D**	**23-A**	**24-B**	**25-B**	**26-B**	**27-A**	**28-B**	**29-A**	**30-C**
31-D	**32-B**	**33-A**	**34-D**	**35-C**	**36-D**	**37-C**	**38-C**	**39-B**	**40-B**
41-D	**42-A**	**43-A**	**44-B**	**45-C**	**46-D**	**47-B**	**48-A**	**49-B**	**50-D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

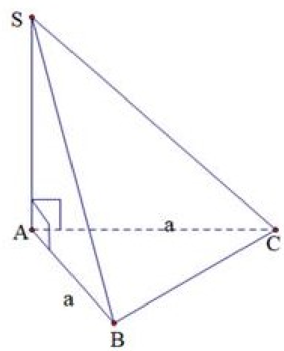
Câu 1: Chọn C.

$$\lim_{x\to -4}\frac{x^2+3x-4}{x^2+4x}=\lim_{x\to -4}\frac{(x-1)(x+4)}{x(x+4)}=\lim_{x\to -4}\frac{x-1}{x}=\frac{5}{4}.$$

$\Rightarrow a=5; b=4$

$\Rightarrow a^2-b^2=25-16=9.$

Câu 2: Chọn C.



$$\begin{cases} SA=(SAB)\cap(SAC) \\ AB\perp SA\left(SA\perp(ABC)\right) \\ AC\perp SA\left(SA\perp(ABC)\right)\Rightarrow\left((SAB),(SAC)\right)=(AB,AC) \\ AB\subset(SAB) \\ AC\subset(SAC) \end{cases}$$

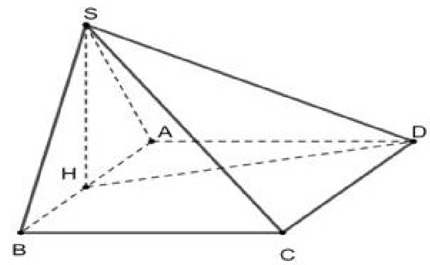
ΔABC có: $\cos\widehat{A}=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2.AB.AC}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{A}=120^0.$

$\Rightarrow\left((SAB),(SAC)\right)=60^0.$

Câu 3: Chọn C.

Do đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại điểm $(1;0)$ nên đường cong là đồ thị của hàm số $y=(x-1)^2(x+2)$.

Câu 4: Chọn C.



Gọi H là trung điểm cạnh AB. Khi đó $SH\perp(ABCD)$.

Tam giác AHD vuông tại H có $DH^2=AH^2+AD^2=\dfrac{a^2}{4}+a^2=\dfrac{5a^2}{4}$.

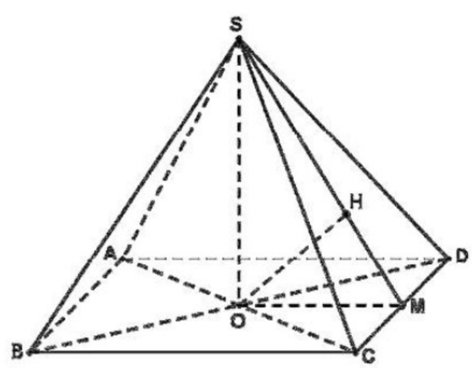
Tam giác SHD vuông tại H có $SH^2=SD^2-DH^2=\dfrac{9a^2}{4}-\dfrac{5a^2}{4}=a^2\Rightarrow SH=a.$

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}a.a^2=\dfrac{a^3}{3}$ (đvtt).

Câu 5: Chọn A.

Điểm M nằm phía trên đường thẳng $y=2$ khi $y_0>2\Leftrightarrow \log_3 x_0>2\Leftrightarrow x_0>9.$

Câu 6: Chọn C.



Gọi M là trung điểm của CD, khi đó $OM\perp CD$ tại M.

Trong mặt phẳng (SOM) kẻ $OH\perp SM$ tại H.

Ta có $AB//CD\Rightarrow AB//(SCD)$.

Khi đó $d(AB,SC)=d(AB,(SCD))=d(A,(SCD))=2d(O,(SCD))$.

Do $\begin{cases} OM \perp CD \\ SO \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH.$

Mặt khác $\begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp SM \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d\left(O,(SCD)\right) = OH.$

Xét tam giác SOM có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$

Vậy $d(AB, SC) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$

Câu 7: Chọn B.

Ta có $S_3 = u_1 \frac{q^3 - 1}{q - 1} = 1.\frac{2^3 - 1}{2 - 1} = 7.$

Câu 8: Chọn A.

Bán kính đường tròn giao tuyến là $\sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{r\sqrt{3}}{2}.$

Chu vi đường tròn giao tuyến là $2\pi.\frac{r\sqrt{3}}{2} = \pi r\sqrt{3}.$

Câu 9: Chọn D.

Ta có $y' = \dfrac{\frac{2x}{x^2+1}.x - \ln\left(x^2+1\right)}{x^2} = \dfrac{2x^2 - \left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)}{x^2\left(x^2+1\right)}$

$\Rightarrow y'(1) = \frac{2 - \ln 2}{2} = 1 - \ln 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2.$

Câu 10: Chọn A.

Gọi A_0 là số tiền ban đầu bạn An mang đi gửi tiếp kiệm, r là lãi suất đem gửi, x là số tháng bạn An cần gửi tiết kiệm để thu được cả vốn lẫn lãi bằng hoặc vượt quá 1300000 đồng.

Vì bạn An gửi tiết kiệm không thời hạn nên số tiền gốc và lãi thu được của tháng này sẽ là tiền gốc hay chính là số tiền đem gửi tiết kiệm của tháng sau.

Vậy sau 1 tháng bạn An thu được cả gốc và lãi là $A_0 + A_0.r = A_0(1+r)^3$.

Sau 2 tháng bạn An thu được số tiền cả gốc và lãi là $A_0(1+r) + A_0(1+r).r = A_0(1+r)^2$.

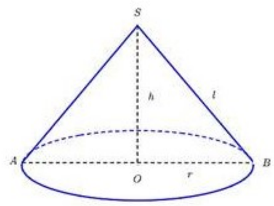
Sau x tháng bạn An thu được số tiền cả gốc và lãi là $A_0(1+r)^x$.

Vậy ta có

$1300000 \le 1000000(1+0,0058)^x \Leftrightarrow x \ge \log_{1,0058} 1,3 \approx 45,366.$

Vậy bạn An phải gửi ít nhất là 46 tháng thì thu được cả vốn và lãi bằng hoặc vượt quá 1300000 đồng.

Câu 11: Chọn B.



Độ dài đường cao bằng $h = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

Thể tích của khối nón bằng $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi 2^2\sqrt{5} = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Câu 12: Chọn A.

Số cách lấy 2 quyển thuộc 2 môn khác nhau là: $C_6^1.C_7^1 + C_6^1.C_8^1 + C_7^1.C_8^1 = 146$.

Câu 13: Chọn A.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số $x, y \ge 0$ ta có $\sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow xy \le \frac{1}{4}$.

Do đó giá trị lớn nhất của xy là $\frac{1}{4}$. Đẳng thức xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Câu 14: Chọn C.

Ta có $5^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \ge 2\sqrt{5^{\sin^2 x}.5^{\cos^2 x}} \Leftrightarrow 5^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \ge 2\sqrt{5^{\sin^2 x + \cos^2 x}} = 2\sqrt{5}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $5^{\sin^2 x} = 5^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 x$

$\Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Mà $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$

Khi đó $T = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = 4\pi.$

Câu 15: Chọn D.

Tổng số quả cầu là 27 quả.

Vậy số cách để lấy ngẫu nhiên 1 quả là: $C_{27}^1 = 27$.

Câu 16: Chọn B.

$u_n = 21 \Leftrightarrow n^2 + n + 1 = 21 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 4\left(tm\right) \\ n = -5\left(l\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 4.$

Vậy 21 là số hạng thứ 4.

Câu 17: Chọn D.

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có: $U_{n+1} = U_n + d, \forall n \in \mathbb{N}*$.

Câu 18: Chọn D.

Do $\lim n^2 = +\infty; \lim\left(2 - \frac{1}{n^2}\right) = 2 > 0$ nên ta có $\lim\left(2n^2 - 1\right) = \lim n^2\left(2 - \frac{1}{n^2}\right) = +\infty.$

Câu 19: Chọn D.

Với $n \geq 2, n \in \mathbb{N}*$ ta có:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11 \Leftrightarrow \frac{n!}{0!.(n-0)!} + \frac{n!}{1!.(n-1)!} + \frac{n!}{2!.(n-2)!} = 11$$

$$\Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -5 \\ n = 4 \end{array}\right. \xrightarrow{(*)} n = 4$$

$$n = 4 \Rightarrow \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^n = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^4$$

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^4 = \sum_{k=0}^{4} C_4^k.\left(x^3\right)^{4-k}.\frac{(-1)^k}{\left(x^2\right)^k} = \sum_{k=0}^{4}(-1)^k.C_4^k.x^{12-5k}\left(0 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{N}\right)$$

Số hạng tổng quát $(-1)^k C_4^k.x^{12-5k}$

Phải có $x^{12-5k} = x^7 \Rightarrow 12 - 5k = 7 \Leftrightarrow k = 1.$

Số hạng chứa x^7 trong khai triển là: $(-1)^1 C_4^1.x^7 = -4x^7.$

Câu 20: Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Đồ thị $y = \frac{h(x)}{g(x)} = \frac{2x-4}{x-m}$ có tiệm cận đứng khi:

$$\lim_{x \to m^-} y = \lim_{x \to m^-} \frac{2x-4}{x-m} = \pm\infty; \lim_{x \to m^+} y = \lim_{x \to m^+} \frac{2x-4}{x-m} = \pm\infty$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h(x) \neq 0 \\ g(m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4 \neq 0 \\ m - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 2.$$

Câu 21: Chọn B.

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+5x-1$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=x^2-6x+5$

$y'=0\Leftrightarrow x^2-6x+5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=5 \end{array}\right.$

$x_1=1\Rightarrow y_1=\frac{4}{3}; x_2=5\Rightarrow y_2=-\frac{28}{3}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{4}{3}$	$\searrow$	$-\frac{28}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $\left(5;-\frac{28}{3}\right)$

Ta có $y'(5)=0\Rightarrow$ tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có phương trình là:

$$y=y'(5)(x-5)+y(5)\Rightarrow y=-\frac{28}{3}$$

Vậy tiếp tuyens là đường thẳng song song với trục hoành.

Câu 22: Chọn D.

Hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+3m\right)}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left(x^2-2x+3m\right)>0 \\ x^2-2x+3m>0 \end{cases}$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow x^2-2x+3m>1$ với $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x+3m-1>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=1-(3m-1)<0\Leftrightarrow -3m+2<0\Leftrightarrow -3m<-2\Leftrightarrow m>\frac{2}{3}$

Vậy với $m \in \left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ thì hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{\log_3\left(x^2-2x+3m\right)}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 23: Chọn A.

Công thức tính thể tích khối cầu bán kính r là $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. Chọn đáp án A.

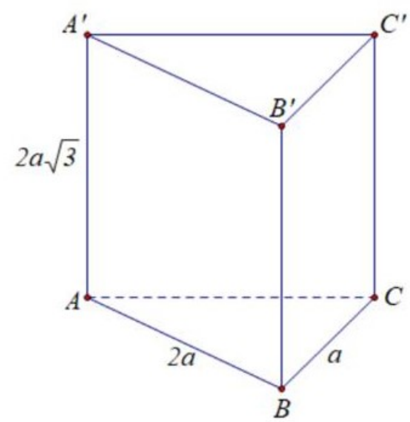
Câu 24: Chọn B.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

$y'=\frac{9}{(x+2)^2}>0$ với $\forall x\neq -2$. Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Vậy chọn đáp án B.

Câu 25: Chọn B.



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=a^2 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=a^2.2a\sqrt{3}=2a^3\sqrt{3}$.

Vậy $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 26: Chọn B.

Ta có $\left(\frac{2020}{2021}\right)^{4x}=\left(\frac{2021}{2020}\right)^{2x-6} \Leftrightarrow \left(\frac{2020}{2021}\right)^{4x}=\left(\frac{2020}{2021}\right)^{-2x-6} \Leftrightarrow 4x=-2x+6 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1\}$.

Câu 27: Chọn A.

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ loại B, D.

- Đây là đồ thị của hàm số đồng biến nên loại C.

Câu 28: Chọn B.

Điều kiện: $x>0$

Cách 1

Nhận thấy $x=1$ là nghiệm của phương trình

Với $0<x\neq 1,$ ta có

$$\log_{2020} x+\log_{2021} x=0 \Leftrightarrow \log_{2020} x+\frac{1}{\log_x 2021}=0$$

$$\Leftrightarrow \log_{2020} x.\log_x 2021+1=0 \Leftrightarrow \log_{2020} 2021+1=0 \text{ (vô lý)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$.

Cách 2

$$\log_{2020} x+\log_{2021} x=0 \Leftrightarrow \log_{2020} x=-\log_{2021} x \Leftrightarrow \log_{2020} x=\log_{2021}\frac{1}{x}=t$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2020^t \\ \frac{1}{x}=2021^t \end{cases} \Leftrightarrow 2020^t=\frac{1}{2021^t} \Leftrightarrow (2020.2021)^t=1 \Leftrightarrow t=0$$

Với $t=0 \Rightarrow x=2020^0=1$

Vậy phương trình có nghiệm $x=1$.

Câu 29: Chọn A.

Câu 30: Chọn C.

Số cách sắp xếp 8 học sinh thành một àng dọc là: 8!.

Câu 31: Chọn D.

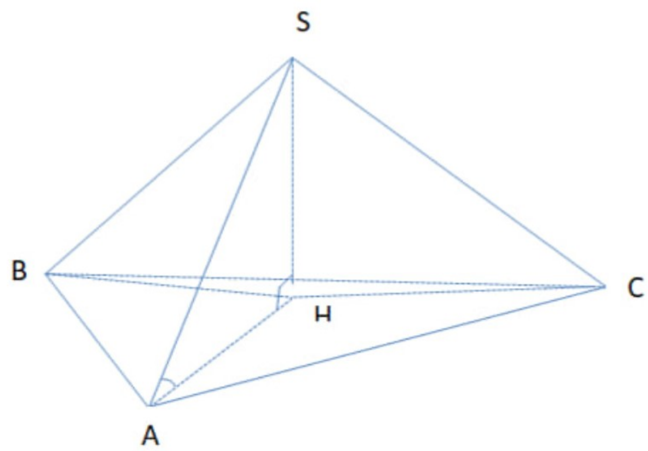
Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-2x+6\right)\leq -2 \Leftrightarrow x^2-2x+6\geq 9 \Leftrightarrow x^2-2x-3\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\leq -1 \\ x\geq 3 \end{array}\right.$

Vậy $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Câu 32: Chọn B.

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Câu 33: Chọn A.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Suy ra SH là đường cao của hình chóp.

AH là hình chiếu của SA lên (ABC). Do đó góc giữa cạnh bên SA và (ABC) là góc $\widehat{SAH} = 60^0$.

Nên $h = SH = \sin 60^0, SA = \frac{\sqrt{3}}{2}.2a = a\sqrt{3}$

Vì $SA = SB = SC$ nên $HA = HB = HC = R$

Suy ra H cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Bán kính $R = \cos 60^0.SA = 2a.\frac{1}{2} = a.$

Thể tích khối nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC là

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 34: Chọn D.

Hình trụ có bán kính đáy $R = a$.

Chiều cao của hình trụ là: $h = 2d = 4R = 4a$

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi a.4a = 8\pi a^2.$$

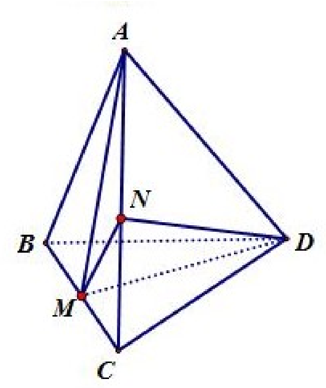
Câu 35: Chọn C.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-1}{2-3x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{\frac{2}{x}-3} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 36: Chọn D.

Mỗi cách chọn một bạn lớp trưởng và một bạn lớp phó từ lớp 35 học sinh là một chỉnh hợp chấp 2 của 35. Vậy số cách chọn là A_{35}^2.

Câu 37: Chọn C.



Đặt các cạnh của hình tứ diện là 1 thì ta có: $AM = DM = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

Suy ra $\cos\widehat{AMD} = \frac{AM^2 + DM^2 - AD^2}{2AM.DM} = \frac{1}{3}; \cos\widehat{ADM} = \frac{AD^2 + DM^2 - AM^2}{2.AD.DM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

$\widehat{BAM} = 30^0$;

Lấy N là trung điểm của AC thì ta có $(AB, DM) = (MN, DM)$, và $\cos\widehat{DMN} = \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2.MN.MD} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 38: Chọn C.

Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} mx = (x+1)^2 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x(2-m) + 1 = 0 (1) \\ x > -1 \end{cases}$

Yêu cầu bài toán tương đương với (1) có nghiệm duy nhất trong $(-1; +\infty)$.

Trường hợp 1. (1) có nghiệm kép $\Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 4 \end{array}\right.$.

Thử lại: $m = 0$ thì phương trình có nghiệm $x = -1$, loại;

$m = 4$ thì phương trình có nghiệm $x = 1$, thỏa mãn;

Trường hợp 2. (1) có nghiệm là $-1 \Leftrightarrow (-1)^2 + (-1)(2-m) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Thử lại thấy không thỏa mãn.

Trường hợp 3. (1) có 2 nghiệm là x_1, x_2 và $x_1 < -1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m > 0 \\ x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < 0 \end{array}\right. \\ 1 + m - 2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Vậy có 2020 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 39: Chọn B.

Ta có $g'(x)=f'(x+m)$

$$g'(x)\le 0 \Leftrightarrow f'(x+m)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+m\le -1 \\ 1\le x+m\le 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -m-1 \\ 1-m\le x\le 3-m\end{array}\right.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ khi $(1;2)\subset(-\infty;-m-1]\cup[1-m;3-m]$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\le -m-1 \\ \begin{cases} 1-m\le 1 \\ 2\le 3-m\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ 0\le m\le 1\end{array}\right.$. Vậy có 2021 giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ thỏa mãn.

Câu 40: Chọn B.

Gọi bán kính đáy của hình trụ là $r(m),(r>0)$ suy ra chiều cao của hình trụ là $h=\dfrac{72}{\pi r^2}(m)$.

Diện tích xung quanh là: $S_{xq}=2\pi rh=\dfrac{144}{r}\left(m^2\right)$

Diện tích đáy là: $S_{day}=\pi r^2\left(m^3\right)$

Tổng chi phí để xây là: $\pi r^2.100+\pi r^2.140+\dfrac{144}{r}.90=\pi r^2.240+\dfrac{12960}{r}$ (nghìn đồng).

Xét hàm số

$$f(r)=\pi r^2.240+\frac{12960}{r}=\pi r^2.240+\frac{6480}{r}+\frac{6480}{r}\ge 3\sqrt[3]{\pi r^2.240.\frac{6480}{r}.\frac{6480}{r}}=6480\sqrt[3]{\pi}$$

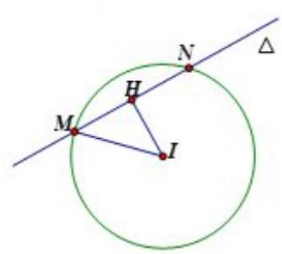
Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $\pi r^2.240=\dfrac{6480}{r}\Leftrightarrow r=\dfrac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Câu 41: Chọn D.

$y'=4x^3-4mx, y'(1)=4-4m, y(1)=1-m$. Ta có điểm $A(1;1-m)$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(1;1-m)$ là

$y=y'(1)(x-1)+1-m\Rightarrow y=(4-4m)(x-1)+1-m\Rightarrow y=(4-4m)x+3m-3$ suy ra phương trình tiếp tuyến Δ là $(4-4m)x-y+3m-3=0$.



$MN = 2MH = 2\sqrt{IM^2 - IH^2} = 2\sqrt{4 - IH^2}$.

Ta có MN nhỏ nhất khi IH lớn nhất. Ta có $IH = d\left(I, \Delta\right) = \dfrac{|m|}{\sqrt{\left(4-4m\right)^2+1}}$.

IH lớn nhất khi IH^2 lớn nhất hay $\dfrac{m^2}{16m^2-32m+17}$ lớn nhất.

Xét hàm $f\left(m\right) = \dfrac{m^2}{16m^2-32m+17}$ suy ra $f'\left(m\right) = \dfrac{-32m^2+34m}{\left(16m^2-32m+17\right)^2}$.

m	$-\infty$		0		$\frac{17}{16}$		$+\infty$
$f'\left(m\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f\left(m\right)$	$\frac{1}{16}$	↘	0	↗	$\frac{17}{16}$	↘	$\frac{1}{16}$

Từ bảng ta có IH lớn nhất khi $m = \dfrac{17}{16}$. Vậy dây cung MN nhỏ nhất khi $m = \dfrac{17}{16}$.

Câu 42: Chọn A.

Đặt $g\left(x\right) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m.$ Ta có số điểm cực trị của hàm số

$y = \left|3x^4 - 8x^3 + 24x - m\right|$ bằng $a+b.$ Với a là số điểm cực trị của hàm $g\left(x\right)$ và b là số nghiệm đơn (bội lẻ) của phương trình $g\left(x\right) = 0.$

Xét hàm số $g\left(x\right) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m$ ta có

$g'\left(x\right) = 12x^3 - 24x^2 - 12x + 24 = 12\left(x+1\right)\left(x-2\right)\left(x-1\right)$ suy ra hàm số $g\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị.

Xét phương trình

$g\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow g\left(x\right) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x = m.$ Đồ thị hàm số $y = \left|g\left(x\right)\right|$ có 7 điểm cực trị khi phương trình $g\left(x\right) = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt tương đương với hai đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x$ và $y = m$ có 4 giao điểm phân biệt.

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$f(x)$	$+\infty$				13			$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$	
			-19				8	

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $g(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt khi $8 < m < 13$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{9,10,11,12\}$. Vậy tổng các giá trị của tham số m là

$S = 9+10+11+12 = 42.$

Câu 43: Chọn A.

Ta có $g'(x) = (4-2x).f'\left(4x-x^2\right)+x^2-6x+8 = (2-x)\left[2f'\left(4x-x^2\right)+4-x\right]$.

Với $x \in [1;3]$ thì $\begin{cases} 4-x>0 \\ 3 \le 4x-x^2 \le 4 \end{cases}$ nên $f'\left(4x-x^2\right)>0$.

Suy ra $2f'\left(4x-x^2\right)+4-x>0, \forall x \in [1;3]$.

Khi đó $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=2 \in [1;3]$.

Bảng biến thiên

x	1		2		3
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$			$g(2)$		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$g(1)$				$g(3)$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{x\in[1;3]} g(x) = g(2) = f(4)+5 = 5+5 = 10$.

Câu 44: Chọn B.

Gọi $h(m)$ là chiều cao của hai bể nước hình trụ đã cho $(h>0)$

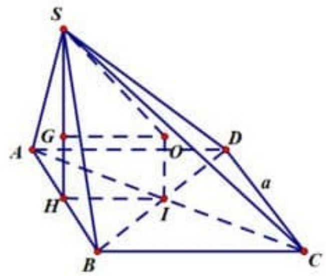
R là bán kính đáy của bể nước hình trụ mới $(R>0)$.

Suy ra thể tích của bể nước hình trụ mới là $V=\pi R^2 h$.

Vì thể tích của bể nước mới bằng tổng thể tích của hai bể nước hình trụ ban đầu nên

$V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi.1^2.h + \pi.1.2^2.h \Leftrightarrow R = \sqrt{2,44} \approx 1,56m.$

Câu 45: Chọn C.



Gọi H là trung điểm của AB.

Ta có $(SAB)\cap(ABCD)=AB$ mà $SH\perp AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$

Dựng $Ix//SH$ khi đó Ix là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy $ABCD$

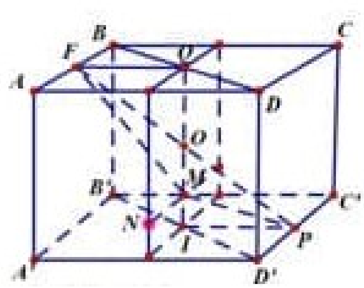
Do tam giác SAB đều nên trọng tâm G là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác SAB

Dựng $Gy\perp(SAB)$, $Gy//HI$, khi đó Gy là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB

Khi đó $Ix\cap Gy=O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và $R=SO=\sqrt{GO^2+GS^2}$

Ta có: $GO=\dfrac{a}{2},SG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow R=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$

Câu 46: Chọn D.



Gọi F,P,Q lần lượt là trung điểm $AB,C'D',BD$

Do $\left.\begin{matrix}C'D'\perp IP\\ C'D'\perp OI\end{matrix}\right\}\Rightarrow CD'\perp(FMP),(FMP)\equiv(OIP)$

Kẻ $NM//C'D'(N\in AA'D'D)\Rightarrow NM\perp(FMP)\Rightarrow\begin{cases}NM\perp MP\\ NM\perp MF\end{cases}$

Do đó góc tạo bởi mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng góc $180^0-\widehat{FMP}$

Đặt độ dài cạnh của hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ là a.

Ta có: $MI=\dfrac{a}{6},IP=\dfrac{a}{2},FP=AD'=a\sqrt{2}.$

Áp dụng pitago cho tam giác vuông $MIP : MP = \sqrt{MI^2 + PI^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{6}$

Ta có: $MQ = \dfrac{5a}{6}, QF = \dfrac{a}{2}$, áp dụng pitago cho tam giác vuông

$$MQF : MF = \sqrt{MQ^2 + QF^2} = \frac{a\sqrt{34}}{6}$$

Áp dụng định lí hàm số côsin cho tam giác MFP

$$\cos\widehat{FMP} = \frac{MF^2 + MP^2 - FP^2}{2MF.MP} = -\frac{7\sqrt{85}}{85}$$

Vậy côsin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$.

Câu 47: Chọn B.

Mỗi cách chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh từ các đỉnh của đa giác sẽ tạo ra một tam giác và số tam giác là $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi A là biến cố 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.

Ta có mỗi tam giác thuộc Ω thì có một trong 4 trường hợp sau:

TH1: Cả 3 cạnh của tam giác là các cạnh của đa giác, trường hợp này không có tam giác nào.

TH2: Chỉ có 2 cạnh của tam giác là cạnh của đa giác, khi đó đỉnh chung của 2 cạnh này sẽ là đỉnh của đa giác ban đầu, trường hợp này có 20 tam giác.

TH3: Chỉ có 1 cạnh của tam giác là cạnh của đa giác khi đó ứng với mỗi cạnh bất kỳ của đa giác thì sẽ có 16 tam giác thỏa mãn, vậy trường hợp này sẽ có 20x16 = 320 tam giác.

TH4: Không có cạnh nào của tam giác là cạnh của đa giác, khi đó tất cả các cạnh của tam giác đều là các đường chéo của đa giác.

Từ đây ta có $n(A) = n(\Omega) - 20 - 320 = 800$ tam giác.

Vậy xác suất để chọn được 3 đỉnh tạo thành tam giác không có cạnh nào của đa giác đã cho là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{40}{57}$.

Câu 48: Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ là $x^3 - 3x^2 - m = 0(*)$.

Gọi $x_1, x_2, x_3 \left(x_1 < x_2 < x_3\right)$ lần lượt là 3 nghiệm của (*), theo giả thiết ta giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$ khi đó

$$AB = 2BC \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = 2|x_3 - x_2|$$

$$\Leftrightarrow x_2 - x_1 = 2(x_3 - x_2)$$

$\Leftrightarrow x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 4x_2 - x_3 \Leftrightarrow x_3 = 4x_2 - 3$ (theo ĐL Vi-et cho PT(*) có $x_1 + x_2 + x_3 = 3$).

Thay nghiệm $x_3 = 4x_2 - 3$ vào (*) ta có phương trình $(4x_2 - 3)^3 - 3(4x_2 - 3)^2 = m$

Lại có x_2 cũng là nghiệm của $(*)$ nên $x_2^3 - 3x_2^2 = m$ do đó ta có phương trình

$(4x_2 - 3)^3 - 3(4x_2 - 3)^2 = x_2^3 - 3x_2^2$

$\Leftrightarrow 64x_2^3 - 144x_2^2 + 108x_2 - 27 - 3(16x_2^2 - 24x_2 + 9) = x_2^3 - 3x_2^2$

$\Leftrightarrow 63x_2^3 - 189x_2^3 + 180x_2 - 54 = 0$

$\Leftrightarrow 7x_2^3 - 21x_2^3 + 20x_2 - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 = \dfrac{7+\sqrt{7}}{7} \\ x_2 = 1 \\ x_2 = \dfrac{7-\sqrt{7}}{7} \end{array}\right.$$

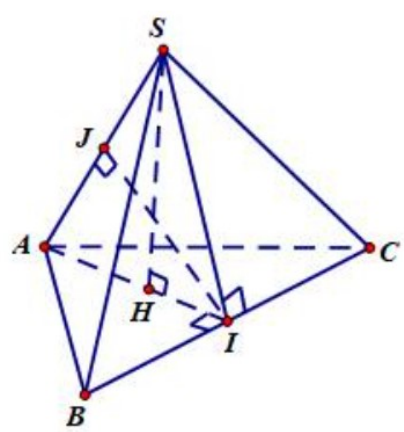
Với $x_2 = 1$ suy ra $x_3 = 1$ (loại).

Với $x_2 = \dfrac{7 \pm \sqrt{7}}{7} \Rightarrow m = -\dfrac{48 \pm 20\sqrt{7}}{49}$.

Thử lại trực tiếp ta thấy $m = -\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49}$ và $m = -\dfrac{98-20\sqrt{7}}{49}$ là thỏa mãn được yêu cầu bài toán.

Vậy $S = \left\{-\dfrac{98-20\sqrt{7}}{49}; -\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49}\right\}$ và tổng các phần tử thuộc tập S là -4.

Câu 49: Chọn B.



Xét hai tam giác: $\Delta SAC; \Delta SAB$ có:

SA chung.

$AB = AC; \angle SAB = \angle SAC = 30^0 \Rightarrow \Delta SAB = \Delta SAC \Rightarrow SB = SC.$

Suy ra tam giác $\Delta SBC; \Delta ABC$ cân.

Gọi I là trung điểm của BC ta có $\begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SAI) \perp (ABC)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $AI \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Xét tam giác ΔSAB ta có:

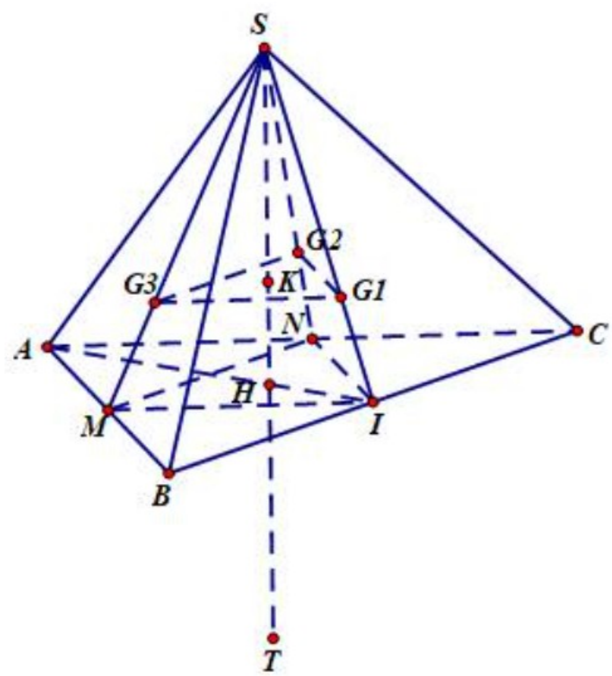
$SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA.2B.\cos \angle SAB = 48 + 16 - 2.4\sqrt{3}.4.\cos 30^0 = 16 \Rightarrow SB = SC = 4$

Suy ra $\Delta SBC = \Delta ABC(c.c.c) \Rightarrow AI = SI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{16-1} = \sqrt{15}$

Tam giác ΔSIA cân tại I. Gọi J là trung điểm của SA ta có: $IJ = \sqrt{AI^2 - JA^2} = \sqrt{15-12} = \sqrt{3}$

Ta lại có $S_{\Delta SIA} = \frac{1}{2}IJ.SA = \frac{1}{2}SH.AI \Rightarrow SH = \frac{IJ.SA}{AI} = \frac{\sqrt{3}.4\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{12}{\sqrt{15}}$

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AI.BC = \sqrt{15} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{12}{\sqrt{15}}.\sqrt{15} = 4.$

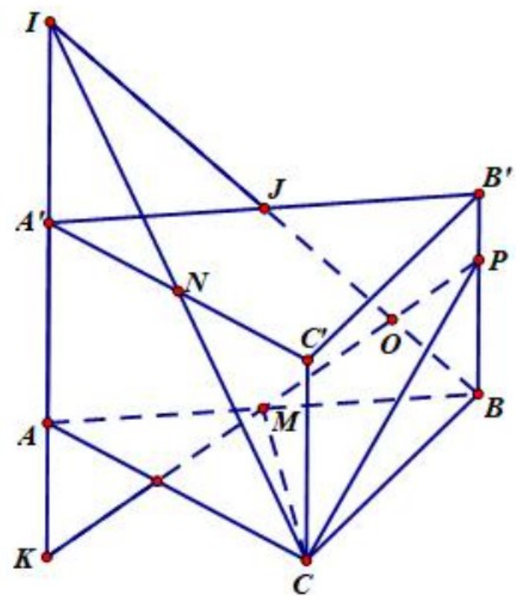


Xét hình chóp $T.G_1G_2G_3$ có:

$V_{T.G_1G_2G_3} = \frac{1}{3}TK.S_{\Delta G_1G_2G_3} = \frac{1}{3}.\frac{4}{3}SH.\left(\frac{2}{3}\right)^2.S_{\Delta IMN} = \frac{1}{3}.\frac{4}{3}SH.\left(\frac{2}{3}\right)^2\frac{1}{4}S_{\Delta ABC} = \frac{4}{27}V_{S.ABC} = \frac{16}{27}$

Suy ra $a = 16; b = 27 \Rightarrow P = 2a - b = 5.$

Câu 50: Chọn D.



Gọi I là giao điểm của AA' và $CN; J$ là giao điểm của $A'B'$ và IB suy ra I đối xứng với A qua A' và J là trung điểm của IB.

Gọi K là giao điểm của AA' và PM suy ra $AK = BP$

$$\Delta OBP \sim \Delta OIK \Rightarrow \frac{OB}{OI} = \frac{BP}{IK} = \frac{\frac{2}{3}AA'}{\frac{8}{3}AA'} = \frac{1}{4} \Rightarrow OI = 4OB \Rightarrow d\left(I,(MPC)\right) = 4d\left(B;(MPC)\right)$$

$$V_{CMNP} = \frac{1}{3}d\left(N,(MPC)\right).S_{\Delta MPC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(I,(MPC)\right).S_{\Delta MPC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.4d\left(B,(MPC)\right).S_{\Delta MPC} = 2V_{PMBC}$$

$$V_{PMBC} = \frac{1}{3}d\left(P,(MBC)\right).S_{MBC} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(B',(MBC)\right).\frac{1}{2}S_{\Delta ABC} = \frac{V}{9}$$

$$\Rightarrow V_{CMNP} = \frac{2}{9}V$$