SỞ GD&ĐT ĐÀ NẴNG

TRƯỜNG THPT PHAN CHÂU TRINH

Đề thi gồm có 05 trang

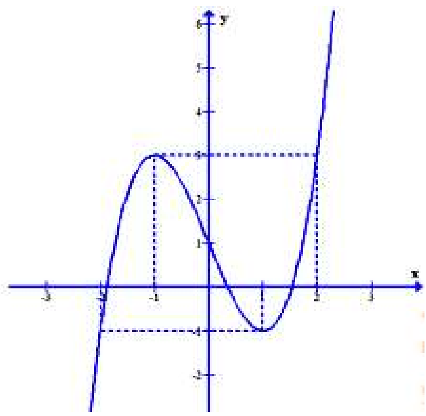
KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG TSĐH LẦN 1

NĂM HỌC 2020 - 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó phương trình $f\left(f^2\left(x\right)\right)=1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$.

A. a^5. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** a.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh a. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM=2MC$. Gọi I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Mặt phẳng $\left(IJM\right)$ chia tứ diện $ABCD$ thành hai phần, thể tích của phần đa diện chứa đỉnh B tính theo a bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{162}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{324}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Gọi M,N,P lần lượt thuộc các cạnh $AB,BC,A'D'$ sao cho $AM=\dfrac{1}{2}AB, BN=\dfrac{1}{4}BC, A'P=\dfrac{1}{3}A'D'$. Thể tích của khối tứ diện $MNPD'$ tính theo V bằng

A. $\dfrac{V}{36}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{18}$. **D.** $\dfrac{V}{24}$.

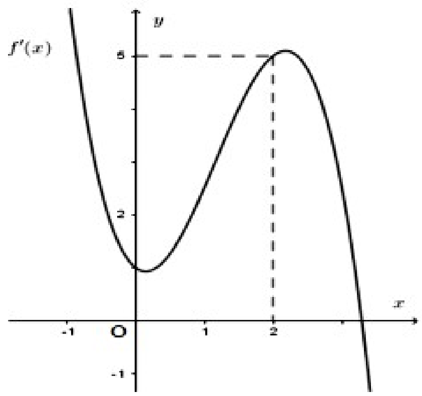
Câu 5: Biết tập nghiệm của bất phương trình $2^x<3-\dfrac{2}{2^x}$ là khoảng $\left(a;b\right)$. Tổng $a+b$ bằng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = 13^x$ là

A. $y' = x.13^{x-1}$. **B.** $y' = 13^x$. **C.** $y' = 13^x.\ln 13$. **D.** $y' = \dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ không đạt cực trị tại $x = 0$.

C. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ không có cực trị.

Câu 8: Một khối lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy bằng $37;13;30$ và diện tích xung quanh bằng 480. Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng?

A. 1170. **B.** 2160. **C.** 360. **D.** 1080.

Câu 9: Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi:

A. $m < 2$. **B.** $m > 2$. **C.** $m \geq 3$. **D.** $m < -3$.

Câu 10: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đó nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đó nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đó đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 12: Cho hình nón xoay đường sinh $l=2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có một góc bằng 120^0. Thể tích V của khối nón đó là

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 13: Cho hai số thực a,b thỏa mãn $2\log_3(a-3b)=\log_3 a+\log_3(4b)$ và $a>3b>0$. Khi đó giá trị của $\dfrac{a}{b}$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 27. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB,AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M,N,P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC,CD,BD. Biết rằng $AB=4a; AC=6a; AD=7a$. Thể tích V của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $V=7a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=28a^3$. **D.** $V=21a^3$.

Câu 15: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Nếu giá mỗi căn là 3.000.000 đồng/tháng thì không có phòng trống, còn nếu cứ tăng giá mỗi căn hộ thêm 200000 đồng/tháng thì sẽ có 2 căn bị bỏ trống. Hỏi công ty phải niêm yết giá bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất.

A. 3.400.000 **B.** 3.000.000 **C.** 5.000.000 **D.** 4.000.000

Câu 16: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Thể tích phần khối chóp $S.ABD$ nằm trong khối lập phương bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$ **C.** $\dfrac{7a^3}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}(C)$ và đường thẳng $(d): y=x+m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm về hai phía trục hoành?

A. 10. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 9.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=-7$. Giá trị u_6 bằng:

A. -26. **B.** 30. **C.** -33. **D.** -35.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		$-0,5$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 20: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 21: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1=2020 \\ u_{n+1}=\dfrac{1}{3}u_n, \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$. Gọi $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. 2020. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 3030. **D.** 2.

Câu 22: Số nghiệm âm của phương trình $\log\left|x^2-3\right|=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23: Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử, A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử. Cho tập X có 2020 phần tử. Số tập con gồm 10 phần tử của tập X bằng

A. $10!$ **B.** 2^{10} **C.** A_{2020}^{10} **D.** C_{2020}^{10}

Câu 24: Cho khối trụ tròn xoay có bán kính đường tròn đáy $R=4a$. Hai điểm A và B di động trên hai đường tròn đáy của khối trụ. Tính thể tích V của khối trụ tròn xoay đó biết rằng độ dài lớn nhất của đoạn AB là $10a$.

A. $V=69\pi a^3$. **B.** $V=48\pi a^3$. **C.** $V=144\pi a^3$. **D.** $V=96\pi a^3$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\sqrt{x^3-3x}$. Nhận định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;\sqrt{3})$ và $(\sqrt{3};+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

C. Tập xác định của hàm số $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup[3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Câu 27: Với a là số thực dương, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$. **B.** $\ln(4a)$. **C.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$.

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-4x+5(1)$. Đường thẳng $(d): y=3-x$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

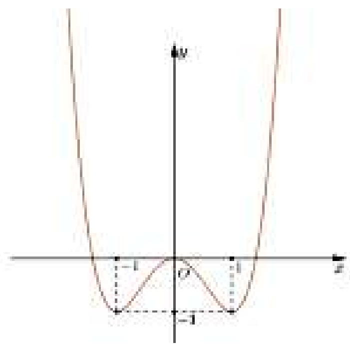
Câu 29: Cho hình trụ tròn xoay có diện tích thiết diện qua trục là $100a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $200\pi a^2$. **B.** $100\pi a^2$. **C.** $50\pi a^2$. **D.** $250\pi a^2$.

Câu 30: Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ bằng

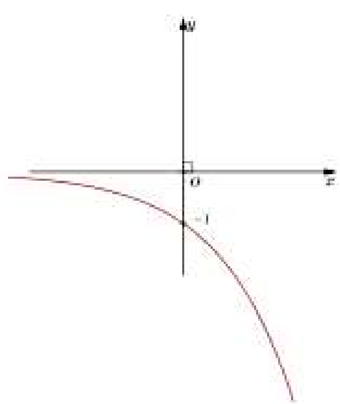
A. 120. **B.** 729. **C.** 20. **D.** 6.

Câu 31: Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào



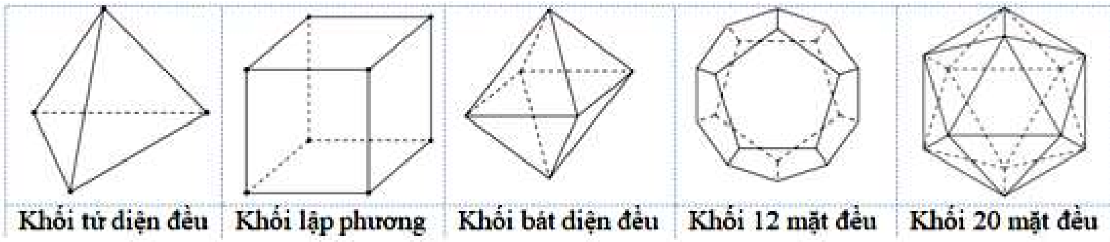
A. $y=-2x^2+x^4$. **B.** $y=x^3-2x$. **C.** $y=2x^2-x^4$. **D.** $y=-x^3+x^2$.

Câu 32: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=-2^x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Câu 33: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều là các khối có 1 tâm đối xứng.

B. Khối bát diện đều và khối lập phương có cùng số cạnh.

C. Cả năm khối đa diện đều đều có số mặt chia hết cho 4.

D. Khối hai mươi mặt đều và khối mười hai mặt đều thì có cùng số đỉnh.

Câu 34: Trên mặt phẳng $Oxy,$ gọi S là tập hợp các điểm $M\left(x;y\right)$ với $x,y\in\mathbb{Z},|x|\le 3,|y|\le 3.$ Lấy ngẫu nhiên một điểm M thuộc $S.$ Xác suất để điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ bằng

A. $\dfrac{4}{49}.$ **B.** $\dfrac{6}{49}.$ **C.** $\dfrac{1}{12}.$ **D.** $\dfrac{1}{6}.$

Câu 35: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+1$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 36: Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ chín của một cấp số cộng có công sai $d\ne 0.$ Giá trị của $\log_2\left(\dfrac{b-a}{d}\right)$ bằng

A. 3. **B.** $2\log_2 3.$ **C.** 2. **D.** $\log_2 3.$

Câu 37: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có công bội bằng 3 và số hạng đầu là nghiệm của phương trình $\log_2 x=2.$ Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

A. 16. **B.** 972. **C.** 324. **D.** 20.

Câu 38: Trong khai triển $\left(xy-\dfrac{3}{y^4}\right)^{12}$ hệ số của số hạng có số mũ của x gấp 5 lần số mũ của y là

A. 594. **B.** $-594.$ **C.** 66. **D.** $-66.$

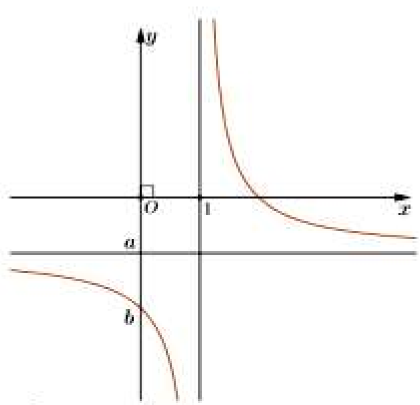
Câu 39: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như bên.

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\max\limits_{R} f\left(x\right)=5.$ **B.** $\min\limits_{R} f\left(x\right)=-5.$ **C.** $\min\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=1.$ **D.** $\max\limits_{(-2;3)} f\left(x\right)=5.$

Câu 40: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b<0<a.$ **B.** $b<a<0.$ **C.** $a<b<0.$ **D.** $0<b<a.$

Câu 41: Một hộp đựng 7 bi trắng, 6 bi đen, 3 bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 3 bi, xác suất 3 bi lấy ra khác màu nhau là

A. $\dfrac{9}{40}.$ **B.** $\dfrac{1}{16}.$ **C.** $\dfrac{1}{500}.$ **D.** $\dfrac{3}{80}.$

Câu 42: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-\left(m-3\right)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 3. **B**. 4. **C**. 0. **D**. 1.

Câu 43: Biết phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^2+15\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$ có hai nghiệm x_1,x_2 và $\dfrac{x_1}{x_2}=\log_a b>1,$ trong đó a,b là các số nguyên tố, giá trị của biểu thức $2a+b$ là

A. 11. **B.** 17. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 44: Cho các số thực x, y thay đổi và thỏa mãn điều kiện $\dfrac{2+\sqrt{9y^2+3}}{1+\sqrt{x^2-x+1}}+\dfrac{4x-2}{3y}=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3y+x^2-\sqrt{2}$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $1+\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $1-\sqrt{2}$.

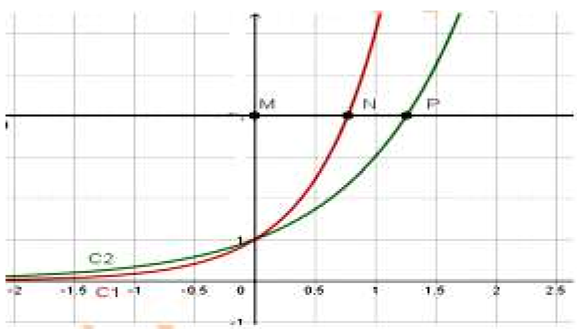
Câu 45: Xét tập hợp các khối nón tròn xoay có cùng góc ở đỉnh $2\beta=90^0$ và có độ dài đường sinh bằng nhau. Có thể sắp xếp được tối đa bao nhiêu khối nón thỏa mãn cứ hai khối nón bất kì thì chúng chỉ có đỉnh chung hoặc ngoài đỉnh chung đó ra chính có thể có chung một đường sinh duy nhất?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 46: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Biết A' cách đều ba đỉnh A, B, C và mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 47: Cho hai hàm số $y=a^x, y=b^x$ (a, b là các số dương khác 1) có đồ thị là $(C_1),(C_2)$ như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y=c\,(c>1)$ cắt trục tung và $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại M, N, P. Biết rằng $S_{OMN}=3S_{ONP}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau



A. $a=3\sqrt{b}$. **B.** $a^3=b^2$. **C.** $b=a\sqrt{3}$. **D.** $a^3=b^4$.

Câu 48: Một tổ gồm 10 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 6 học sinh nam, xếp 10 học sinh thành một hàng dọc. Số cách xếp sao cho xuất hiện đúng 1 cặp (1 nữ và 1 nam) và nữ đứng trước nam là

A. 414720. **B.** 17280. **C.** 3628800. **D.** 24.

Câu 49: Cho phương trình $\left(\log_5 x^{2020}-mx\right)\sqrt{2\log_2 x-x}=0$. Số giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là

A. 24. **B.** 26. **C.** 27. **D.** 28.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2^{f(x)}+1}{f(x)}$ là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	1 ǁ $-\infty$	$\nearrow$	2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

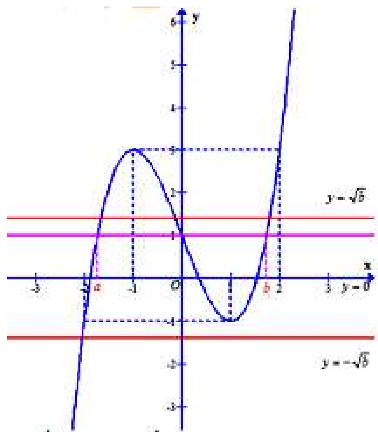
HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1-A	**2-A**	**3-D**	**4-C**	**5-A**	**6-C**	**7-C**	**8-D**	**9-C**	**10-D**
11-B	**12-D**	**13-B**	**14-A**	**15-D**	**16-C**	**17-B**	**18-C**	**19-B**	**20-A**
21-C	**22-D**	**23-D**	**24-D**	**25-D**	**26-C**	**27-C**	**28-D**	**29-B**	**30-A**
31-A	**32-B**	**33-B**	**34-A**	**35-B**	**36-A**	**37-C**	**38-A**	**39-A**	**40-B**
41-A	**42-B**	**43-A**	**44-C**	**45-B**	**46-B**	**47-D**	**48-B**	**49-D**	**50-D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A.



Dựa vào mối tương giao giữa các đồ thị hàm số ta có:

$$f\left(f^2(x)\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^2(x)=a\in(-2;-1)\text{ vo nghiem} \\ f^2(x)=0 \\ f^2(x)=b\in(1;2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=\sqrt{b}\in\left(1;\sqrt{2}\right) \\ f(x)=-\sqrt{b}\in\left(-\sqrt{2};-1\right) \end{array}\right. .$$

+ Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f(x)=\sqrt{b}$ có 3 nghiệm phân biệt.

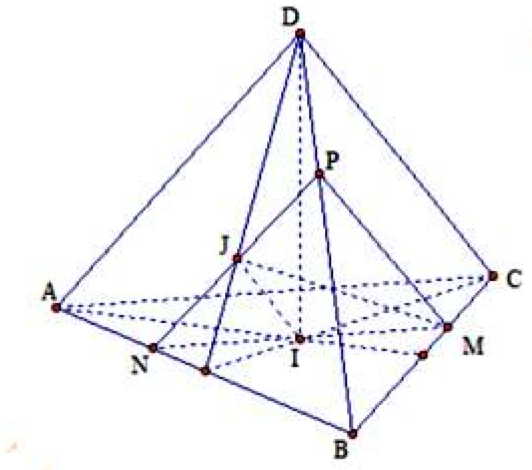
+ Phương trình $f(x)=-\sqrt{b}$ có 1 nghiệm.

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm trên không trùng nhau. Vậy phương trình có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 2: Chọn A.

Ta có: $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)}}=\dfrac{a^3}{a^{-2}}=a^5.$

Câu 3: Chọn D.



Vì $\frac{BM}{BC}=\frac{2}{3}$, suy ra $IM//AC$. Kéo dài MI cắt AB tại $N:\frac{BN}{BA}=\frac{2}{3}$.

Suy ra $NJ//AD$. Kéo dài NJ cắt BD tại $P:\frac{BP}{BD}=\frac{2}{3}$.

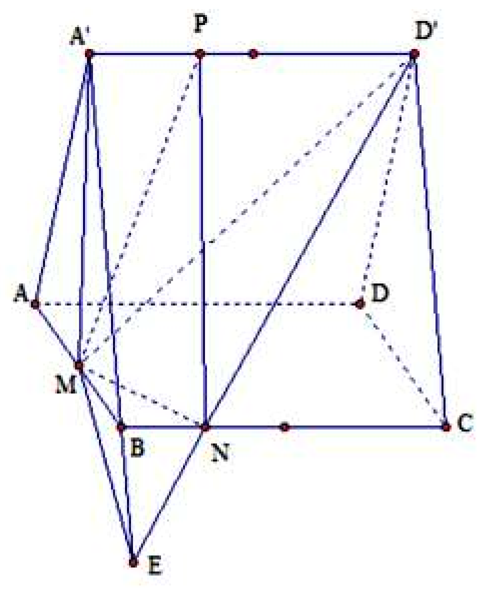
Vì tứ diện đều nên DI là đường cao của tứ diện.

+) $DJ=\sqrt{AD^2-AI^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3};S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Khi đó: $\frac{V_{B.MNP}}{V_{B.CAD}}=\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BA}.\frac{BP}{BD}=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{B.MNP}=\frac{8}{27}V_{B.CAD}=\frac{8}{27}.\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=\frac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 4: Chọn C.



Ta xét lăng trụ tam giác $ABA'.DCD'$ có thể tích bằng $\frac{1}{2}V$.

Kéo dài $D'N$ cắt $A'B$ tại E.

+) $\frac{EN}{ED'}=\frac{BN}{A'D'}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{D'N}{D'E}=\frac{3}{4}$; $\frac{A'B}{EA'}=\frac{D'N}{D'E}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow\frac{EA'}{BA'}=\frac{4}{3}$.

+) $\frac{V_{D'.A'ME}}{V_{D'.A'AB}}=\frac{S_{\Delta MA'E}}{S_{AA'B}}=\frac{MB}{AB}.\frac{A'E}{A'B}=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow V_{D'.A'ME}=\frac{2}{3}V_{D'.A'AB}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}V_{D'DC.A'AB}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}V=\frac{1}{9}V$.

Vậy $\frac{V_{D'.PMN}}{V_{D'.A'ME}}=\frac{D'P}{D'A'}.\frac{D'M}{D'M}.\frac{D'N}{D'E}=\frac{2}{3}.1.\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{D'.PMN}=\frac{1}{2}V_{D'.A'ME}=\frac{1}{18}V$.

Câu 5: Chọn A.

Đặt $t=2^x\left(t>0\right)$

Bất phương trình trở thành:

$t<3-\frac{2}{t}$

$\Leftrightarrow t^2-3t+2<0$

$\Leftrightarrow 1<t<2$

$\Rightarrow 1<2^x<2$

$\Leftrightarrow 0<x<1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;1\right)$.

Câu 6: Chọn C.

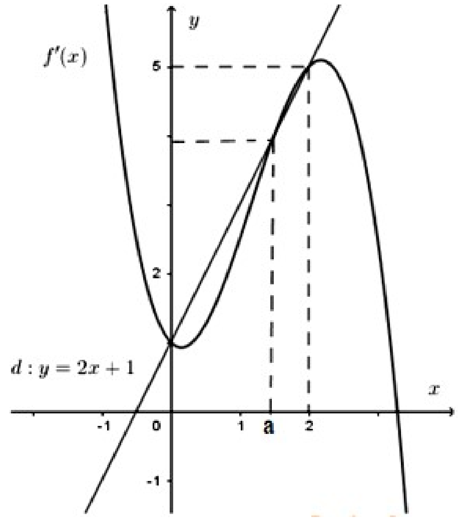
Câu 7: Chọn C.

Xét hàm số $y=f\left(x\right)-x^2-x+2021$ có $y'=f'\left(x\right)-2x-1$

Ta có $y'=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=2x+1$ $\left(1\right)$

Số nghiệm của phương trình $\left(1\right)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ và đường thẳng $d:y=2x+1$

Từ hình vẽ ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x=0;x=a\left(0<a<2\right);x=2$.



Ta có BBT:

x	$-\infty$		0		a		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ BBT suy ra hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 8: Chọn D.

Chu vi đáy là $C = 37 + 13 + 30 = 80,$ nửa chu vi đáy là $p = 40$

Gọi h là chiều cao lăng trụ. Ta có $S_{xq} = h.C \Rightarrow h = \dfrac{S_{xq}}{C} = \dfrac{480}{80} = 6.$

Diện tích đáy là $S = \sqrt{40(40-37)(40-13)(40-30)} = 180$

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_1.h = 180.6 = 1080.$

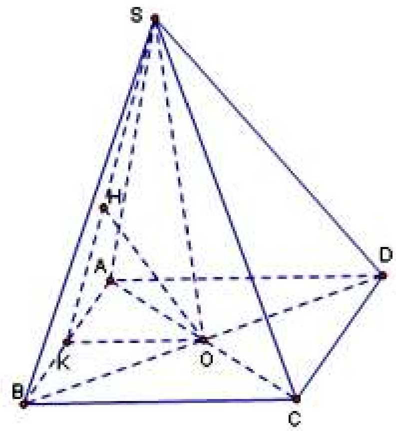
Câu 9: Chọn C.

Hàm số xác định khi: $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m.$

$y = \dfrac{-m+2}{(x-m)^2}.$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ thì $\begin{cases} y' < 0 \ \forall x \in (-\infty;3) \\ (-\infty;3) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2<0 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$

Câu 10: Chọn D.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Do $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} \Rightarrow \frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3}.SO.a^2 \Rightarrow SO = a\sqrt{2}$.

Ta có: $d\left(C;(SAB)\right) = 2.d\left(O;(SAB)\right)$.

Gọi K là trung điểm AB, H là hình chiếu của O lên SK.

Ta có $\left.\begin{matrix} OK \perp AB \\ SO \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow (SOK) \perp AB \Rightarrow OH \perp AB.$

$\left.\begin{matrix} OH \perp SK \\ OH \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d\left(O;(SAB)\right) = OH.$

Xét tam giác SOK vuông tại O có OH là đường cao.

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\Rightarrow d\left(C;(SAB)\right) = 2.d\left(O;(SAB)\right) = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 11: Chọn B.

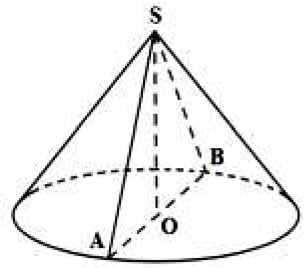
Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{1 - x}$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{-x^2 + 2x - 2}{(1-x)^2} = \frac{-(x-1)^2 - 1}{(1-x)^2} < 0$ với mọi $x \neq 1$.

Nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 12: Chọn D.



Gọi S và O lần lượt là đỉnh và tâm mặt đáy của hình nón.

Một thiết diện qua trục cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B như hình vẽ.

Khi đó tam giác SAB cân tại S có $\widehat{ASB} = 120^0$.

Ta có:

$SO = SA.\cos\widehat{ASO} = 2a.\cos 60^0 = a.$

$AO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$

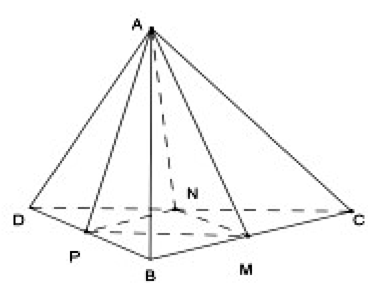
Thể tích V của khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi.AO^2.SO = \frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{3}\right)^2.a = \pi a^3.$

Câu 13: Chọn B.

Ta có: $2\log_3(a-3b) = \log_3 a + \log_3(4b) \Leftrightarrow \log_3(a-3b)^2 = \log_3(4ab) \Leftrightarrow (a-3b)^2 = 4ab$

$\Leftrightarrow a^2 - 10ab + 9b^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 10\frac{a}{b} + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{a}{b} = 1\\ \frac{a}{b} = 9\end{array}\right.$. Vì $a > 3b \Rightarrow \frac{a}{b} = 9.$

Câu 14: Chọn A.



Ta có $S_{MNP} = S_{MCN} = \frac{1}{4}S_{BCD} \Rightarrow V = \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{1}{4}.\frac{1}{6}.AB.AC.AD = \frac{1}{4}.\frac{1}{6}.4a.6a.7a = 7a^3.$

Câu 15: Chọn D.

Giả sử phải thuê mỗi căn hộ là $3000000 + 200000x$ đồng.

Số căn hộ bị bỏ trống là $2x,$ số căn hộ được thuê là $50-2x.$

Số tiền công ty thu được mỗi tháng là

$S=\left(3000000+200000x\right)\left(50-2x\right)=100000\left(30+2x\right)\left(25-x\right)$

$S=100000\left(-2x^2+20x+500\right)=100000.f\left(x\right)$

Khảo sát hàm số bậc hai $f\left(x\right)$ ta có $f'\left(x\right)=20-4x=0\Leftrightarrow x=5$

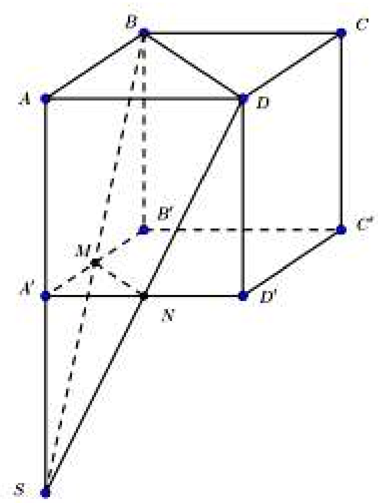
Khi đó giá niêm yết mỗi căn hộ là $3000000+200000.5=4000000$ đồng.

Câu 16: Chọn C.

Chú ý $S_{ABCD}=S;S_{ABD}=\dfrac{S}{2};S_{A'MN}=\dfrac{S}{8}.$

Sử dụng công thức hình chóp cụt ta có

$V_{ABD.A'MN}=\dfrac{h}{3}\left(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2\right)=\dfrac{h}{3}.\left(\dfrac{S}{2}+\sqrt{\dfrac{S}{2}.\dfrac{S}{8}}+\dfrac{S}{8}\right)=\dfrac{7Sh}{24}=\dfrac{7V}{24}=\dfrac{7a^3}{24}.$



Câu 17: Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của $\left(d\right)$ và $\left(C\right)$ là

$\dfrac{x+2}{x+1}=x+m\Leftrightarrow x^2+mx+m-2=0\left(*\right)\left(x\neq-1\right)$

Đường thẳng $\left(d\right)$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại hai điểm về hai phía trục hoành

$\Leftrightarrow$ PT (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1\neq x_2\neq-1$ và $y_1y_2<0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4(m-2)>0 \\ (-1)^2+m(-1)+m-2\neq 0 \\ (x_1+m)(x_2+m)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m+8>0, \forall m \\ -1\neq 0 \\ x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow m-2+m(-m)+m^2<0$$

$\Leftrightarrow m<2$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-10;10)$ nên $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy có 11 giá trị.

Câu 18: Chọn C.

Ta có: $u_6=u_1+5d=2+5.(-7)=-33$.

Câu 19: Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=\dfrac{1}{2-1}=1$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Mặt khác, ta có từ bảng biến thiên suy ra phương trình $2f(x)-1=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm phân biệt $x=\alpha;x=\beta$ với $\alpha<0,5<\beta$.

Nên $\lim\limits_{x\to\alpha^+} f(x)=\lim\limits_{x\to\alpha^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\alpha^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\alpha^-}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=\alpha$.

Và $\lim\limits_{x\to\beta^+} g(x)=\lim\limits_{x\to\beta^+}\dfrac{1}{2f(x)-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to\beta^-} g(x)=\lim\limits_{x\to\beta^-}\dfrac{1}{2f(x)-1}=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=\beta$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 đường tiệm cận.

Câu 20: Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} 10000-x^2\geq 0 \\ x-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -100\leq x\leq 100 \\ x\neq 2 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D=[-100;100]\setminus\{2\}$.

Suy ra không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ không có đường tiệm cận ngang.

Câu 21: Chọn C.

Ta có: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n \Rightarrow q=\frac{1}{3}$ là công bội của cấp số nhân dãy số (u_n)

Số hạng tổng quát $u_n=u_1q^{n-1}=2020.\frac{1}{3^{n-1}}$

Khi đó $S_n=u_1+u_2+...+u_n=2020\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{3^{n-1}}\right)=2020\frac{1-\frac{1}{3^n}}{1-\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow \lim S_n=\frac{2020}{1-\frac{1}{3}}=3030.$

Câu 22: Chọn D.

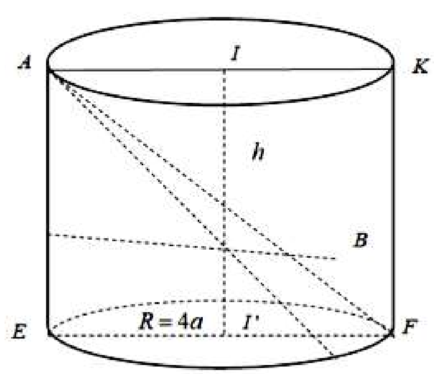
Ta có $\log\left|x^2-3\right|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm\sqrt{3} \\ \left|x^2-3\right|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm\sqrt{3} \\ \left[\begin{array}{l} x^2-3=1 \\ x^2-3=-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm\sqrt{3} \\ \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases}$

Vậy số nghiệm âm là 2.

Câu 23: Chọn D.

Số tập con gồm 10 phần tử của tập X bằng số các tổ hợp chập 10 của 2020 phần tử của $X=C_{2020}^{10}$.

Câu 24: Chọn D.



Gọi thiết diện qua điểm A và trục II' là tứ giác $AEFK$.

Ta có: $AB^2=AE^2+EB^2; AF^2=AE^2+EF^2$ mà $EF\geq EB$ nên $AF\geq AB$.

Do đó: AB có độ dài lớn nhất $\Leftrightarrow B\equiv F$.

Vậy $AF=10a\Rightarrow AE=\sqrt{AF^2-EF^2}=\sqrt{(10a)^2-(8a)^2}=6a\Rightarrow h=AE=6a.$

Ta có: $V=\pi R^2h=\pi.(4a)^2.6a=96\pi a^3$.

Câu 25: Chọn D.

$y=(x-1)^{\frac{2}{3}}$ xác định $\Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 26: Chọn C.

$y=\sqrt{x^3-3x}$ xác định $\Leftrightarrow x^3-3x\ge 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3}\le x\le 0$ hoặc $x\ge 3$

TXĐ: $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$ do đó đáp án C đúng.

Câu 27: Chọn C.

Ta có: $\ln(7a)-\ln(3a)=\ln\frac{7a}{3a}=\ln\frac{7}{3}$.

Câu 28: Chọn D.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-4x+5=3-x$

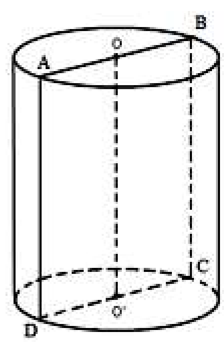
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Với $x=-2 \Rightarrow y=5 \Rightarrow A(-2;5)$.

Với $x=1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow B(1;2)$.

Do đó $AB=3\sqrt{2}$.

Câu 29: Chọn B.



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích là $S=100a^2$

$\Rightarrow 2rl=100a^2$.

Câu 30: Chọn A.

Ta có $A_6^3=120$ số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lập thành từ từ $1,2,3,4,5,6$.

Câu 31: Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$

Nhìn vào nhánh phải đồ thị có hướng đi lên suy ra $a>0$.

Câu 32: Chọn B.

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị nằm dưới trục Ox suy ra đồ thị có dạng $y=-a^x$.

Ta thấy đồ thị có hướng đi xuống suy ra hàm số $y=-a^x$ nghịch biến suy ra $y=-2^x$.

Câu 33: Chọn B.

Khối bát diện đều và khối lập phương có cùng số cạnh là 12.

Câu 34: Chọn A.

Ta có số phần tử của tập S là $|S|=7.7=49$.

$y=\dfrac{x+3}{x-1}=\dfrac{x-1+4}{x-1}=1+\dfrac{4}{x-1}$. Để $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=\pm1\\x-1=\pm2\\x-1=\pm4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2;x=0\\x=3;x=-1\\x=5;x=-3\end{array}\right.$

Vậy tập hợp các điểm nguyên trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ thuộc tập S là $\{(-3;0),(-1;-1),(0;3),(3;3)\}$.

Suy ra xác suất cần tìm là $p=\dfrac{4}{49}$.

Câu 35: Chọn B.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2\le0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-x^3+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=-x^3+1$ không có cực trị.

Câu 36: Chọn A.

Ta có $b=a+8d$.

Ta có $\log_2\left(\dfrac{b-a}{d}\right)=\log_2\left(\dfrac{a+8d-a}{d}\right)=\log_2 8=3$.

Câu 37: Chọn C.

Ta có: $\log_2 x=2\Leftrightarrow x=2^2=4$. Suy ra số hạng đầu của cấp nhân là $u_1=4$.

Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5=u_1.q^4=4.3^4=324$.

Câu 38: Chọn A.

Ta có: $\left(xy-\dfrac{3}{y^4}\right)^{12}=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k.(xy)^{12-k}.\left(-\dfrac{3}{y^4}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k.(-3)^k.x^{12-k}.y^{12-5k}$.

Do số mũ của x gấp 5 lần số mũ của y nên ta có: $12-k=5(12-5k)\Leftrightarrow k=2$.

Số hạng thứ năm của cấp số nhân là x gấp 5 lần số mũ của y là $C_{12}^2.(-3)^2=594$.

Câu 39: Chọn A.

Nhìn vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số không có giá trị lớn nhất trên R nên câu A sai.

Câu 40: Chọn B.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=a$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1.$ Từ hình vẽ suy ra $a<0.$

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ và trục tung có tọa độ là $(0;b).$ Từ hình vẽ suy ra $b<0.$

Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ và trục hoành có tọa độ là $\left(\dfrac{b}{a};0\right).$ Từ hình vẽ suy ra $\dfrac{b}{a}>1$ mà $a<0$ nên suy ra $b<a.$

Vậy $b<a<0.$

Câu 41: Chọn A.

Gọi A là biến cố "3 bi lấy ra khác màu"

Xác suất lấy ra 3 bi khác màu là: $P(A)=\dfrac{7.6.3}{C_{16}^{3}}=\dfrac{9}{40}.$

Câu 42: Chọn B.

Trường hợp 1: $m=0.$

Khi đó hàm số trở thành dạng $y=3x^2$ không có điểm cực đại.

Trường hợp 2: $m\neq 0.$

Khi đó hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại khi và chỉ khi $\begin{cases} m>0 \\ -(m-3)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\leq 3.$

Vậy $0\leq m<3.$

Do đó có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $0;1;2;3.$

Câu 43: Chọn A.

Ta có: $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)=4 \Leftrightarrow \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}.\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{1}{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}.$

Chia hai vế của phương trình cho $2^x>0.$ Ta được $\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x+15\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=8(1)$

Đặt $t=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x>0 \Rightarrow \left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=\dfrac{1}{t}.(1)$ trở thành:

$t+\dfrac{15}{t}=8\Leftrightarrow t^2-8t+15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=5\end{array}\right.$. Suy ra $\dfrac{x_1}{x_2}=\log_3 5>1$.

Do đó $\begin{cases}a=3\\b=5\end{cases}\Rightarrow 2a+b=11.$

Câu 44: Chọn C.

ĐK: $y\ne 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow 6y+3y\sqrt{9y^2+3}=(2-4x)+(2-4x)\sqrt{x^2-x+1}$

$\Leftrightarrow 6y+3y\sqrt{9y^2+3}=2(1-2x)+(1-2x)\sqrt{4y^2-4y+4}$

$\Leftrightarrow 2.3y+3y\sqrt{(3y)^2+3}=2(1-2x)+(1-2x)\sqrt{(1-2x)^3+3}$

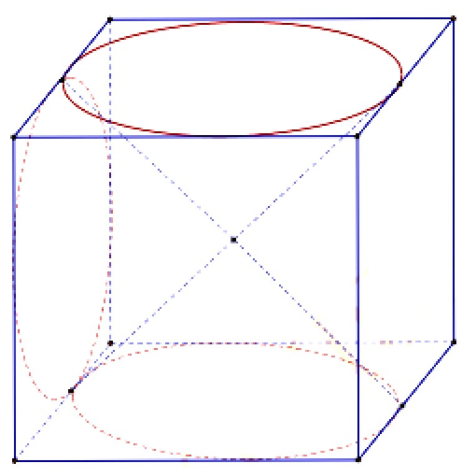
$\Leftrightarrow f(3y)=f(1-2x)\ (1)$ với $f(t)=2t+t\sqrt{t^2+3},\forall t\in\mathbb{R}.$

Có $f'(t)=2+\sqrt{t^2+3}+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+3}}>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(1)\Leftrightarrow 3y=1-2x.$ Suy ra $P=1-2x+x^2-\sqrt{2}=(x-1)^2-\sqrt{2}\ge-\sqrt{2}.$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x=1\\y=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$. Vậy $\min P=-\sqrt{2}.$ Chọn C.

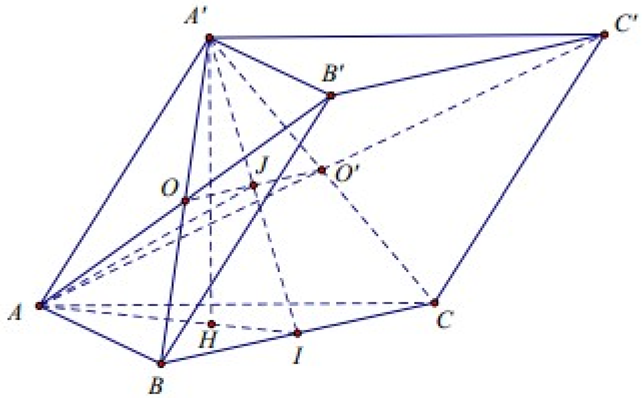
Câu 45: Chọn B.



Khi sắp 2 hình nón thỏa mãn điều kiện ban đầu có chung 1 đường sinh và đỉnh chung. Khi đó hai hình nón đã cho có đáy nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

Vậy sẽ sắp xếp được tối đa sáu hình nón thỏa mãn điều kiện ban đầu các các khối nón có đỉnh nằm tại tâm của hình lập phương và các mặt đáy của hình nón nội tiếp sáu mặt của hình lập phương.

Câu 46: Chọn B.



Có A' cách đều ba đỉnh A, B, C nên hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều

$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$ với H là trọng tâm tam giác ABC.

Gọi $O = A'B \cap AB', O' = A'C \cap AC'$. Khi đó $(A'BC) \cap (AB'C') = OO'$.

Lại có trong $(A'BC), A'I \perp OO'$ tại J với I là trung điểm BC.

Trong $(AB'C')$ có $AI \perp OO'$ tại J (có $\Delta AA'B = \Delta AA'C \Rightarrow AO = AO'$ và J là trung điểm OO')

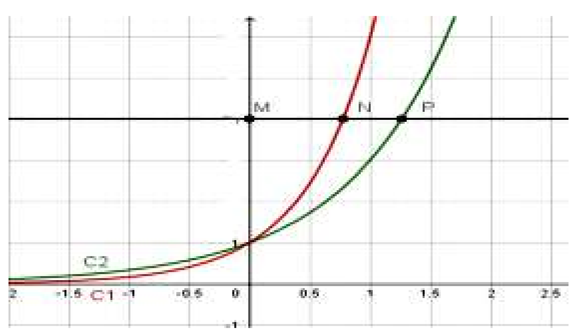
$\Rightarrow ((A'BC),(AB'C')) = (A'I, AJ) = 90^0$, mà ta dễ dàng chứng minh được J là trung điểm $A'I$ hay trong tam giác $A'AI$ thì AJ vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến.

$\Rightarrow \Delta A'AI$ là tam giác cân tại A hay $AA' = AI = a\sqrt{3}$.

Khi đó: $h = A'H = \sqrt{AA'^2 - \left(\frac{2}{3}AI\right)^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}a\sqrt{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}.$

Vậy $V = S_{ABC}.A'H = (2a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{15}}{3} = a^3\sqrt{15}.$

Câu 47: Chọn D.



Vì $S_{OMN} = 3S_{ONP}$ nên: $S_{OMN} = \frac{3}{4}S_{OMP}$ (1)

Đường thẳng $y = c$ cắt $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại hai điểm N, P có hoành độ: $x_N = \log_a^c, x_P = \log_b^c$

Từ đó ta có:

$$(1) \Leftrightarrow \int_0^{\log_c^a} \left(c - a^x\right) dx = \frac{3}{4} \int_0^{\log_b^c} \left(c - b^x\right) dx$$

$$\Leftrightarrow c\log_a^c - \left(\frac{a^{\log_a^c}}{\ln a} - \frac{1}{\ln a}\right) = \frac{3}{4}\left(c\log_b^c - \left(\frac{b^{\log_b^c}}{\ln b} - \frac{1}{\ln b}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\ln a} = \frac{3}{4}.\frac{1}{\ln b} \Leftrightarrow 4.\ln b = 3\ln a \Leftrightarrow b^4 = a^3.$$

Câu 48: Chọn B.

Để xuất hiện đúng 1 cặp nam nữ và nữ đứng trước nam, ta cho nữ đứng gần nhau và đứng đầu hàng, số cách xếp là: 4!

Nam xếp tiếp theo, số cách xếp là: 6!

Vậy số cách sắp xếp thoả mãn là: 4!6! = 17280

Câu 49: Chọn D.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x > 0 \\ 2\log_2 x - x \geq 0 \end{cases}$

Với điều kiện trên, pt trở thành $\left[\begin{array}{l} 2\log_2 x - x = 0 \\ \log_5 x^{2020} - mx = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2\log_2 x - x = 0 & (1) \\ \dfrac{\log_5 x^{2020}}{x} = m & (2) \end{array}\right.$

Xét phương trình $(1): f(x) = 2\log_2 x - x = 0$

Ta có $f(2) = f(4) = 0 \Rightarrow x = 2; x = 4$ là hai nghiệm của phương trình.

Với $x \in (2;4)$ ta có $f'(x) = \dfrac{2}{x\ln 2} - 1 = \dfrac{2 - x\ln 2}{x\ln 2} = 0; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{\ln 2}$

Bảng biến thiên

x	2		2,89		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	0,17	↘	0

Từ bảng biến thiên, suy ra (1) có hai nghiệm $x = 2; x = 4$.

Do đó để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải có 2 nghiệm phân biệt trên khoảng $(2;4)$.

$(2) \Leftrightarrow g(x) = \dfrac{2020.\log_5 x}{x} = m$ vì $x > 0$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{2020\log_5 x}{x}$ trên khoảng $(2;4)$ có

$g'(x) = \dfrac{2020\log_5 e - 2020\log_5 x}{x^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e$

Bảng biến thiên

x	2		e		4
$g'(x)$		+	0	−	
$g(x)$	434,98	$\nearrow$	461,72	$\searrow$	434,98

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để (2) có hai nghiệm phân biệt thì $434,98 < m < 461,72$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{435; 436; ...; 461\}$

Vậy có 27 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

Suy ra $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2^{f(x)} + 1}{f(x)} = \dfrac{5}{2} \Rightarrow y = \dfrac{5}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2^{f(x)} + 1}{f(x)} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang.

Xét phương trình $f(x) = 0$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình này có 2 nghiệm $x_1 \in (-\infty; 1)$ và $x_2 \in (1; +\infty) \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm (2 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang).

______________________ HẾT ______________________