

Họ và tên **học sinh** Số báo danh : **Mã đề 571**

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình chữ nhật. B. Hình vuông. C. Hình bình hành. D. Hình tam giác.

Câu 2. Tìm ảnh của đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 2)$.

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$. C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 3. Khoảng cách từ $M(1;1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 2t \end{cases}$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 4. Tìm a sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x - 2 & \text{khi } x \neq 1 \\ 2ax - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 1$.

- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = 0$. D. $a = -1$.

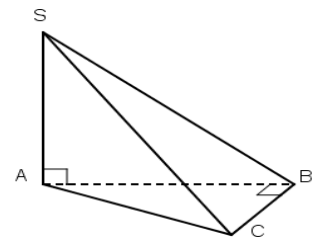
Câu 5. Tìm x để $\vec{u} = (x+1; 3)$ vuông góc với $\vec{v} = (-2; -3)$.

- A. $x = \frac{11}{2}$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{-11}{2}$.

Câu 6. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ (như hình vẽ bên) có ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với (ABC) . Góc giữa (SBC) và (ABC) là



- A. \widehat{SBA} . B. \widehat{SAB} . C. \widehat{ASB} . D. \widehat{SBC} .

Câu 8. Vi phân của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ bằng

- A. $3x^2 - 3$. B. $(3x^2 - 3)dy$. C. $(3x^2 - 3)dx$. D. $3x^2 - 1$.

Câu 9. Có bao nhiêu cách chọn 2 số khác nhau từ 2019 số nguyên dương đầu tiên?

- A. 2^{2019} . B. C_{2019}^2 . C. A_{2019}^2 . D. 2019^2 .

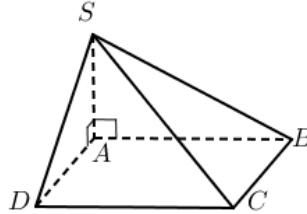
Câu 10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 11. Cho ΔABC với $BC = a; CA = b; AB = c$. Chọn khẳng định **sai**?

- A. $a^2 + b^2 - c^2 > 0 \Rightarrow \hat{C}$ nhọn. B. $a^2 + b^2 - c^2 > 0 \Rightarrow \hat{A}$ nhọn.
 C. $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông. D. $a^2 + b^2 - c^2 < 0 \Rightarrow \Delta ABC$ tù.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $(SAC) \perp (SBD)$. B. $(SAB) \perp (SAD)$. C. $(SAB) \perp (ABC)$. D. $(SAB) \perp (SAC)$.

Câu 13. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 2$. B. $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$. C. $y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$.

Câu 14. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. không tồn tại. D. $+\infty$.

Câu 15. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$ song song với đường thẳng $3x - y + 1 = 0$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 16. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 17. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_{2019} = 2019$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{2019}{2020}$. B. 1. C. $\frac{2017}{2019}$. D. $\frac{2017}{2018}$.

Câu 18. Tổng $S = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + \dots + C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2019}$ bằng

- A. 2019. B. 2^{2019} . C. 3^{2019} . D. 2^{2020} .

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 2. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 20. Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 21. Số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+x)^7$ thành đa thức là

- A. $8C_7^4 x^4$. B. C_7^4 . C. $C_7^4 x^4$. D. $8C_7^4$.

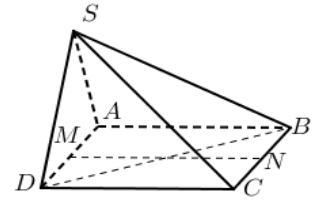
Câu 22. Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng

- A. a^2 . B. $\frac{a^2}{2}$. C. 0. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu 23. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.
- C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.
- D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (SBD) .

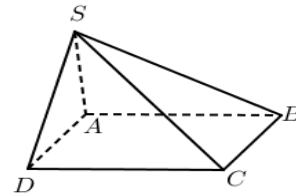


- A. $\frac{4a}{7}$.
- B. $\frac{12a}{7}$.
- C. $\frac{3a}{7}$.
- D. $\frac{6a}{7}$.

Câu 25. Đạo hàm cấp 3 của hàm số $y = \sin 2x$ là

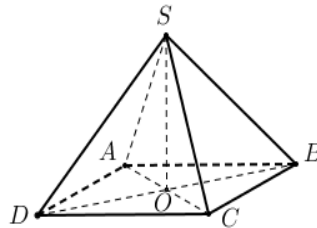
- A. $-8\sin 2x$.
- B. $-8\cos 2x$.
- C. $8\sin 2x$.
- D. $8\cos 2x$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ (như hình vẽ bên) có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?



- A. AC .
- B. DC .
- C. AD .
- D. BD .

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $BD \perp (SAC)$.
- B. $SO \perp (ABCD)$.
- C. $AC \perp (SDB)$.
- D. $CD \perp (SBD)$.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $3\sin 2x - 4\cos 2x = m$ có nghiệm?

- A. 11.
- B. 5.
- C. 6.
- D. 10.

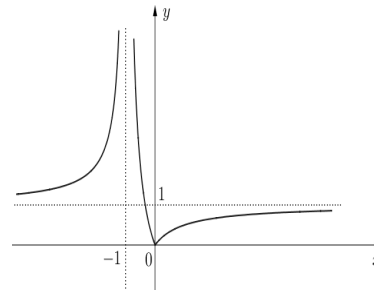
Câu 29. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.

Xét các khẳng định sau

i) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$. ii) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$.

iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$. iv) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng?



- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = mx^2 - 2x + 2020$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$?

- A. 2.
- B. 1.
- C. 0.
- D. vô số.

Câu 31. Biết rằng phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{6} = \sqrt{x^3 + 8} + x\sqrt{x}$ có nghiệm $x = \frac{a+b\sqrt{c}}{d}$ với $a; b; c \in \mathbb{Z}; d \in \mathbb{N}$.

Tính $S = a + b + c + d$.

A. $S = 45$.

B. $S = 44$.

C. $S = -22$.

D. $S = 43$.

Câu 32. Tại trường THPT X có ba bạn tên Long, Thắm, Minh Anh vừa tham gia kì thi THPTQG đạt kết quả cao. Ba bạn đều có ý định nguyện vọng vào trường ĐHSPHN. Được biết trường ĐHSPHN có bốn cổng đi vào. Tính xác suất để hôm nhập học có bạn Thắm và Long đi vào cùng một cổng (giả sử rằng cả ba bạn đều đi nhập học và việc vào mỗi cổng là ngẫu nhiên).

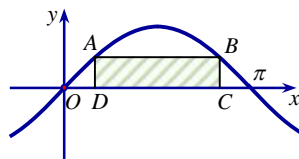
A. $\frac{16}{81}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{4}{27}$.

Câu 33. Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



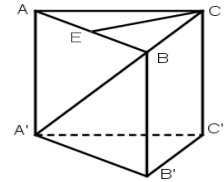
A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm AB . Cho biết $AB = 2a, BC = a\sqrt{13}, CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng



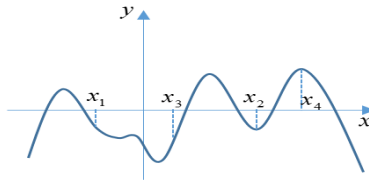
A. $\frac{12a}{7}$.

B. $\frac{4a}{7}$.

C. $\frac{6a}{7}$.

D. $\frac{3a}{7}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



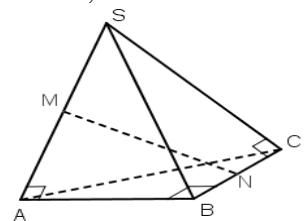
A. $f'(x_3) < f'(x_2) = f'(x_4) < f'(x_1)$.

B. $f'(x_1) < f'(x_2) = f'(x_4) < f'(x_3)$.

C. $f'(x_1) < f'(x_2) < f'(x_3) < f'(x_4)$.

D. $f'(x_2) < f'(x_3) < f'(x_1) < f'(x_4)$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB = a, SA \perp AB, SC \perp BC, SB = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC và α là góc giữa MN với (ABC) . Giá trị $\cos \alpha$ bằng



A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = (m^3 - m)x + 3m$ vô nghiệm?

- A. 20. B. 3. C. 19. D. 2.

Câu 38. Cho $(C):(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Đường thẳng d qua $M(1;1)$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm diện tích tam giác IAB lớn nhất.

Một bạn học sinh làm như sau:

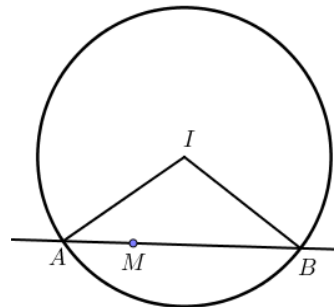
Bước 1: Từ $(C) \Rightarrow \begin{cases} I(1;-2) \\ R=5 \end{cases} \Rightarrow IM = 3 < R \Rightarrow M$ nằm trong (C)

$\Rightarrow d$ qua M luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B .

Bước 2: Ta có $S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2} R^2$.

Bước 3: Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$\sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$. Vậy giá trị lớn nhất $S_{IAB} = \frac{1}{2} R^2 = \frac{25}{2}$.



Hỏi bạn học sinh trên làm sai bước nào?

- A. Bước 2. B. Bước 3.
C. Lời giải trên đúng. D. Bước 1.

Câu 39. Từ một hộp đựng 2019 thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 2019. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất của biến cố $A =$ "Tổng số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 2002".

- A. $\frac{10^6 - 1}{C_{2019}^2}$. B. $\frac{10^5}{C_{2019}^2}$. C. $\frac{10^6}{C_{2019}^2}$. D. $\frac{10^6 - 10^3}{C_{2019}^2}$.

Câu 40. Phương trình $2020 \sin 2x + 2019 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left(\frac{-\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + m & \text{khi } x \leq 1 \\ mx - 2m + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để

$\min f(x) \geq -1$?

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. 3.

Câu 42. Một bàn cờ vua (8×8) có bao nhiêu hình chữ nhật (không kể hình vuông)?

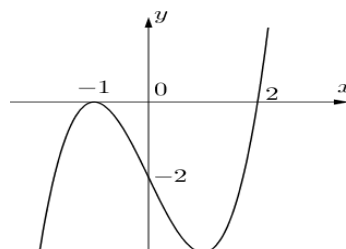
- A. 1092. B. 1296. C. 204. D. 1028.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \frac{1}{\sqrt{2m+3-x}}$ xác định trên $(1;3]$?

- A. 2. B. vô số. C. 1. D. 0.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$g(x) = f(x^2 - 2) + 2019$. Gọi α_0 là góc tạo bởi phần phía trên Ox của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $g(x)$ tại điểm x_0 và tia Ox . Mệnh đề nào sau đây sai?



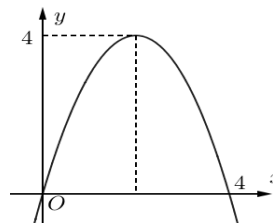
- A. $\tan \alpha_0 \leq 0$ khi $x_0 \in (0; 2]$. B. $\cos \alpha_0 < 0$ khi $x_0 \in (2; +\infty)$.
C. $\cos \alpha_0 < 0$ khi $x_0 \in (-\infty; -2)$. D. $\tan \alpha_0 \geq 0$ khi $x_0 \in [-2; 0]$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Xét các hàm số $g(x)=f(x)-f(2x)$ và $h(x)=f(x)-f(4x)$. Biết rằng $g'(1)=18$ và $g'(2)=1000$. Tính $h'(1)$.

- A. -2018. B. -2020. C. 2018. D. 2020.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(f(|x|))=m$ có 8 nghiệm phân biệt?

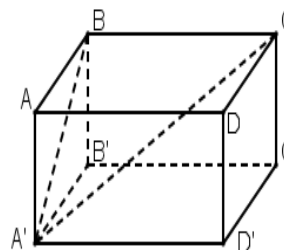


- A. 5. B. 3. C. vô số. D. 0.

Câu 47. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $\cos 2x+\cos x=0$ trên $[0;20\pi]$.

- A. 390π . B. $S=300\pi$. C. 400π . D. $S=290\pi$.

Câu 48. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C=2$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCA') .

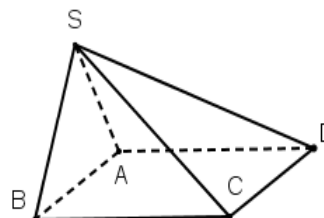


- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 49. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S=S_1+S_2+\dots+S_n+\dots$.

- A. $S=5\pi$. B. $S=\frac{15\pi}{4}$. C. $S=\frac{9\pi}{2}$. D. $S=4\pi$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng



- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

----- HẾT -----



Phần đáp án câu trắc nghiệm:

HỆ THỐNG GIÁ TRỊ CƠ BẢN CỦA NHÀ TRƯỜNG
TRÁCH NHIỆM - NHÂN AI - HỢP TÁC - NGHỊ LỰC - QUYẾT TÂM - THÀNH CÔNG

Tổng câu trắc nghiệm: 50.

Câu \ Mã đề	571	572	573	574	575
1	D	A	D	B	B
2	C	D	C	D	C
3	B	A	C	B	C
4	A	C	D	B	D
5	D	C	C	C	D
6	B	A	D	B	D
7	A	B	C	A	A
8	C	C	B	C	A
9	B	C	C	A	A
10	B	D	D	D	D
11	B	A	A	B	A
12	D	C	C	B	C
13	B	D	D	A	C
14	B	B	D	B	C
15	A	B	C	D	B
16	B	B	A	D	D
17	D	C	A	C	D
18	B	A	D	D	D
19	C	D	C	C	B
20	C	C	D	D	A
21	A	D	D	A	B
22	C	A	A	B	B
23	B	C	B	B	C
24	D	D	C	B	A

25	B	A	A	C	B
26	C	D	D	C	D
27	D	B	A	C	B
28	A	D	B	C	C
29	C	B	D	C	D
30	A	D	A	A	C
31	D	D	A	D	A
32	B	C	B	B	B
33	B	A	A	C	A
34	C	B	D	B	D
35	B	D	A	C	C
36	A	D	C	D	B
37	D	C	A	C	D
38	B	B	D	A	C
39	C	C	D	C	C
40	A	B	C	A	D
41	D	D	D	C	A
42	A	B	C	C	A
43	C	D	B	D	C
44	B	C	D	C	C
45	C	A	D	B	B
46	B	D	B	A	D
47	B	D	B	D	A
48	C	B	D	D	A
49	D	D	B	B	C
50	D	A	B	A	C

Câu / Mã đề	576	577	578
1	C	B	A
2	C	A	B
3	B	B	A
4	D	B	A
5	B	A	D
6	C	A	B
7	B	A	D
8	A	A	C
9	D	B	D
10	A	C	C
11	B	C	A
12	D	D	A
13	D	C	D
14	A	A	B
15	C	C	B
16	C	B	B
17	D	B	A
18	D	D	C
19	B	B	A
20	C	A	A
21	B	C	B
22	D	B	B
23	C	C	D
24	C	C	C
25	A	C	A
26	B	C	B
27	D	A	D
28	D	C	A

29	B	C	B
30	A	B	A
31	D	B	C
32	B	C	C
33	B	A	C
34	B	D	D
35	B	B	C
36	C	C	D
37	B	C	A
38	C	B	A
39	A	C	B
40	B	A	B
41	B	A	C
42	D	C	C
43	B	C	D
44	A	A	C
45	A	A	A
46	A	D	C
47	A	B	D
48	D	C	D
49	B	A	D
50	D	D	A

Câu 1: Phương trình $2020 \sin 2x + 2019 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

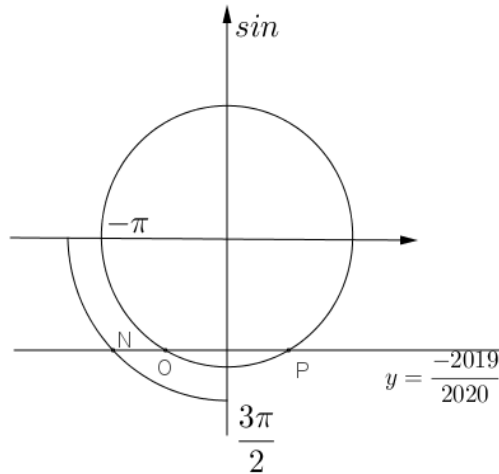
Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin 2x = \frac{-2019}{2020}$

Đặt $2x = t \Rightarrow t \in \left(-\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. Khi này ta được bài toán phương trình $\sin t = \frac{-2019}{2020}$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left(-\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

Vẽ đường tròn lượng giác ta được 3 nghiệm



Bình luận: Với câu hỏi này nhiều bạn đi chọn giải nghiệm cụ thể dẫn đến mất rất nhiều thời gian và nghiệm thì lẻ nên làm tròn hoặc tính toán sẽ gây cảm giác khó chịu. Hoặc một số bạn chọn bấm máy tính sử dụng chức năng table trên khoảng đang xét và đếm số lần đổi dấu trên miền đó để kết luận số nghiệm dẫn đến sai lầm chọn đáp án D hoặc B. Nên qua bài này các em hãy là người sử dụng điều khiển máy tính một cách thông minh nhất nhé.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = mx^2 - 2x + 2020$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. vô số.

Chọn A

Với $m = 0 \Rightarrow y = -2x + 2020 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Với $m \neq 0$, hàm số nghịch biến trên

$$(-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (-\infty; 1) \subset \left(-\infty; \frac{1}{m}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{1}{m} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1.$$

Vậy $0 \leq m \leq 1, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1\}$.

Bình luận: Thường học sinh mắc sai lầm quên xét $m = 0$ dẫn tới thiếu và chọn B hoặc có bạn vừa thiếu TH1 lại chỗ TH2 không lấy dấu bằng tại 1 nên dẫn đến chọn đáp án C.

Câu 3: Biết rằng phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{6} = \sqrt{x^3 + 8} + x\sqrt{x}$ có nghiệm $x = \frac{a+b\sqrt{c}}{d}$ với $a; b; c \in \mathbb{Z}; d \in \mathbb{N}$. Tính $S = a + b + c + d$.

- A. $S = 45$. B. $S = 44$. C. $S = -22$. D. $S = 43$.

Chọn D

$$\text{Phương trình } \sqrt{x} + \sqrt{6} = \sqrt{x^3 + 8} + x\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}(1-x) + \sqrt{6} = \sqrt{x^3 + 8}.$$

Sử dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có:

$$\left(\sqrt{x}(1-x) + \sqrt{6}\right)^2 = \left(\sqrt{x}(1-x) + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}\right)^2 \leq (x+2)\left((1-x)^2 + 3\right) = (x+2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8$$

$\Rightarrow \sqrt{x}(1-x) + \sqrt{6} \leq \sqrt{x^3 + 8}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}} = \frac{1-x}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{4}. \text{ Thử lại ta thấy } x = \frac{7 - \sqrt{33}}{4} \text{ thỏa mãn}$$

phương trình.

$$\text{Vậy } a = 7; b = -1; c = 33; d = 4 \Rightarrow a + b + c + d = 43.$$

Bình luận: Có lẽ đây là bài toán khó với hầu hết các em học sinh nhất là với các học sinh sử dụng kỹ thuật Casio đưa nghiệm lẻ về nghiệm căn mà mãi không truy được phải không? Theo cô khó khăn của máy tính ở chỗ con số $\sqrt{6}$ các em à nó làm tròn chỗ đó dẫn đến không thể truy ngược lại. Chính bởi cô biết trước điều đó mà đã chọn bài này để đánh giá học sinh giỏi vì cô xuất phát từ bài toán véc tơ thôi các em à. Từ công thức $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ nên $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \Leftrightarrow \vec{u}$ cùng hướng với \vec{v} . Nên với bài toán trên em có thể lựa chọn $\vec{u} = (\sqrt{x}; \sqrt{2}); \vec{v} = (1-x; \sqrt{3})$ sẽ là câu trả lời của lời giải bài toán trên.

Câu 4: Tại trường THPT X có ba bạn tên Long, Thắm, Minh Anh vừa tham gia kì thi THPTQG đạt kết quả cao. Ba bạn đều có ý định nguyện vọng vào trường ĐHSPhN. Được biết trường ĐHSPhN có bốn cổng đi vào. Tính xác suất để hôm nhập học có bạn Thắm và Long đi vào cùng một cổng (giả sử rằng cả ba bạn đều đi nhập học và việc vào mỗi cổng là ngẫu nhiên).

- A. $\frac{16}{81}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{4}{27}$.

Chọn B

Tính không gian mẫu:

Bạn Long có 4 cách chọn cổng.

Bạn Thắm có 4 cách chọn cổng.

Bạn Minh Anh có 4 cách chọn cổng.

$$\text{Suy ra } n(\Omega) = 4^3.$$

Gọi biến cố A: "bạn Thắm và Long đi vào cùng một cổng".

Bạn Thắm và Long có 4 cách chọn cổng đi vào.

Bạn Minh Anh có 4 cách chọn cổng (có thể đi cùng cổng với Thẩm và Long).

Suy ra $n(A) = 4.4$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}.$$

Bình luận: Với bài toán trên một số bạn có thể nhầm chỗ bạn Minh Anh chỉ có 3 cách chọn nghĩa là không đi cùng cổng với 2 bạn Long Thẩm dẫn đến kết quả sai. Hoặc không gian mẫu các bạn tính nhầm là 3^4 dẫn đến chọn đáp án sai.

Câu 5: Một bàn cờ vua (8x8) có bao nhiêu hình chữ nhật (không kể hình vuông)?

A. 1092.

B. 1296.

C. 204.

D. 1028.

Chọn A

Vì bàn cờ vua có 8 ô nên có 9 đường thẳng song song, khi lấy 2 đường thẳng chiều này kết hợp với 2 đường thẳng chiều còn lại được một hình chữ nhật (kể cả hình vuông). Vậy có $C_9^2 \cdot C_9^2 = 1296$ (hình).

Tiếp theo, ta đếm số hình vuông:

Có 1.1 hình vuông kích thước 8×8 .

Có 2.2 hình vuông kích thước 7×7 .

Có 3.3 hình vuông kích thước 6×6 .

.

Có 8.8 hình vuông kích thước 1×1 .

Suy ra có $1.1 + 2.2 + \dots + 8.8 = 204$ (hình vuông).

Vậy một bàn cờ vua (8x8) có số hình chữ nhật (không kể hình vuông) là:
 $1296 - 204 = 1092$.

Bình luận: Nhiều bạn ra đáp số B là vì các bạn quên chưa trừ các hình vuông. Thật ra bài toán trên được xuất phát từ một bài tập trong sách giáo khoa cơ bản sau khi học xong bài chỉnh hợp tổ hợp các em nhé. Để qua đây các em cần không lờ là bài tập sách giáo khoa các em nhé.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \frac{1}{\sqrt{2m+3-x}}$ xác định trên

$(1;3)$?

A. 2.

B. vô số.

C. 1.

D. 0.

Chọn C

Tập xác định $D = [m; 2m+3)$.

Để hàm số xác định trên

$$(1;3) \Leftrightarrow (1;3) \subset [m; 2m+3) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2m+3 \\ m \leq 1 \\ 2m+3 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m \leq 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1.$$

Vậy $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 1$.

Bình luận: Nhiều bạn chọn đáp án A là vì các em đã quên mất số $m=0$ bị loại ở dưới mẫu. Hoặc nhiều bạn chọn đáp án D vì thiếu TH $m=1$ vẫn thỏa mãn bài toán. Do đó các em cần học lại khái niệm tập hợp con để giải quyết bài toán triệt để.

Câu 7: Tính tổng S các nghiệm của phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ trên $[0; 20\pi]$.

- A.** 390π . **B.** $S = 300\pi$. **C.** 400π . **D.** $S = 290\pi$.

Chọn B

Sau đây cô sẽ giới thiệu một cách làm đúng nhưng khá dài khi các em lựa chọn cụ thể như sau

Phương trình

$$\cos 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0; 20\pi]$ nên ta có:

$$\text{Trường hợp 1: } 0 \leq \pi + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{19}{2} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}.$$

$$\text{Trường hợp 2: } 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{59}{6} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}.$$

$$\text{Trường hợp 3: } 0 \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 20\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{61}{6} \Rightarrow k \in \{1, 2, \dots, 9, 10\}.$$

Tính tổng các nghiệm:

Sử dụng máy tính để tính:

$$\sum_{x=0}^9 (\pi + x.2\pi) + \sum_{x=0}^9 \left(\frac{\pi}{3} + x.2\pi \right) + \sum_{x=1}^{10} \left(-\frac{\pi}{3} + x.2\pi \right) = 300\pi.$$

Bình luận: Nếu các bạn học sinh khá giỏi thì thấy ngay hoàn toàn có thể giải quyết bài toán trên một cách ngắn gọn như sau với chú ý 3 họ nghiệm cuối cùng của bài toán qua biểu diễn trên đường tròn

lượng giác thì nó chính là họ nghiệm $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}$ khi này từ 3 TH qui về 1 TH thôi các em à. Qua đó

thời gian làm bài sẽ nhanh hơn từ đây các em rút kinh nghiệm làm bài cho mình sao cho đạt tốc độ làm bài nhanh nhất có thể.

Hoặc một số bài chọn đáp án C với cách làm sai lầm như sau:

$$\cos 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos(\pi - x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \pi - x + 2k\pi \\ 2x = x - \pi + 2l\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\pi + 2l\pi \end{cases} (k; l \in \mathbb{Z})$$

$$\text{TH1: } 0 \leq \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \leq 20\pi \Rightarrow k \in \{0; 1; \dots; 29\}$$

$$\text{TH2: } 0 \leq -\pi + 2l\pi \leq 20\pi \Rightarrow l \in \{1; 2; \dots; 10\}$$

Tính tổng các nghiệm:

Sử dụng máy tính để tính: $\sum_{x=0}^{29} \left(\frac{1}{3} + \frac{2x}{3} \right) + \sum_{x=1}^{10} (-1 + x \cdot 2) = 400$.

Đặt π ra ngoài nên được 400π .

Cách giải trên sai ở chỗ họ nghiệm thứ 2 đã nằm trong họ nghiệm thứ nhất nên bị tính tổng lặp 2 lần. Các em kiểm tra bằng cách biểu diễn họ nghiệm trên đường tròn lượng giác nhé.

Câu 8: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = (m^3 - m)x + 3m$ vô nghiệm?

A. 20.

B. 3.

C. 19.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Phân tích- bình luận: Nhiều học sinh sẽ sợ câu hỏi này khi nhìn vào đề bài vì lạ bởi một vế là biểu thức lượng giác; một vế là đa thức chứa x . Nhưng chúng ta cùng bình tĩnh giải quyết bài toán từ lạ về quen như sau nhé.

Trước hết nhận thấy vế trái của phương trình có quen không các em? Ồ có phải không? nó có dạng phương trình gì các em nhỉ? thuần nhất phải không?. Theo phương pháp đó thì em chia cả 2 vế cho 2 ok? Khi đó ta được:

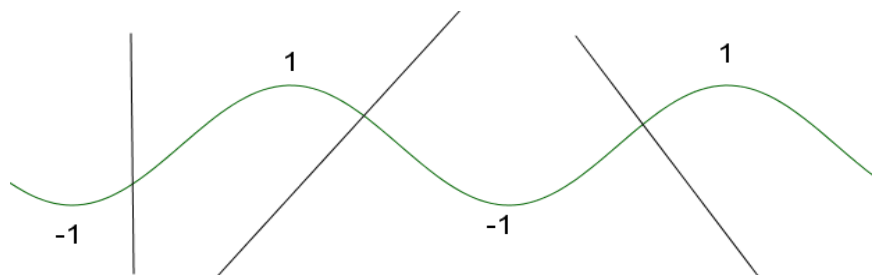
$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{m^3 - m}{2} \cdot x + \frac{3m}{2}$$

Đến đây với nhiều em học sinh vẫn còn khó khăn nếu các em chính phục theo hướng đại số thuần túy đánh giá nhưng các em chỉ cần liên tưởng một chút tới hình ảnh đồ thị thì bài toán rất dễ dàng các em à.

Thật vậy, như các em đã biết số nghiệm của phương trình trên chính là số nghiệm của đồ thị hàm số $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ và đường thẳng $y = \frac{m^3 - m}{2}x + \frac{3m}{2}$ (d).

Rõ ràng ta thấy nếu đường thẳng trên mà có hệ số góc $k = \frac{m^3 - m}{2} \neq 0$ thì luôn cắt đồ thị hình sin (các em nhắm mắt tưởng tượng chút nhé vì đường thẳng xiên nằm thế nào đi chăng nữa cũng luôn cắt đồ thị hình sin (là đồ thị mô tả một cách chân thực là nhấp nhô đều đặn trái khắp trục hoành ý)

Em nào không tưởng tượng được thì quan sát hình ảnh đây nhé



Như vậy để phương trình vô nghiệm thì bắt buộc hệ số góc k phải bằng gì các em nhỉ? Ngoài khác 0 chỉ còn bằng 0 rồi. Ồ khi đó d có một tên đặc biệt là đồ thị của hàm gì các em nhỉ? Là hàm hằng đúng không? Mà đồ thị hàm hằng lại là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành. Nào! Một lần nữa nhắm mắt tưởng tượng khi đó đồ thị hình sin nhấp nhô đều đặn không vượt quá $[-1;1]$ thì khi nào nó với hàm hằng không điểm chung nhỉ? Quá dễ phải không nào? Khi đường thẳng d nhảy vọt trên 1 hoặc tụt lùi xuống quá -1 .

$$\text{Tóm lại yêu cầu bài toán tương đương } \begin{cases} k = \frac{m^3 - m}{2} = 0 \\ \left| \frac{3m}{2} \right| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Câu 9: Cho $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Đường thẳng d qua $M(1;1)$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm diện tích tam giác IAB lớn nhất.

Một bạn học sinh làm như sau:

$$\text{Bước 1: Từ } (C) \Rightarrow \begin{cases} I(1; -2) \\ R = 5 \end{cases} \Rightarrow IM = 3 < R \Rightarrow M \text{ nằm trong } (C)$$

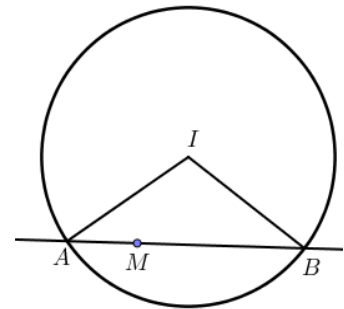
$\Rightarrow d$ qua M luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B .

$$\text{Bước 2: Ta có } S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2} R^2.$$

Bước 3: Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ. \text{ Vậy giá trị lớn nhất } S_{IAB} = \frac{1}{2} R^2 = \frac{25}{2}.$$

Hỏi bạn học sinh trên làm sai bước nào?



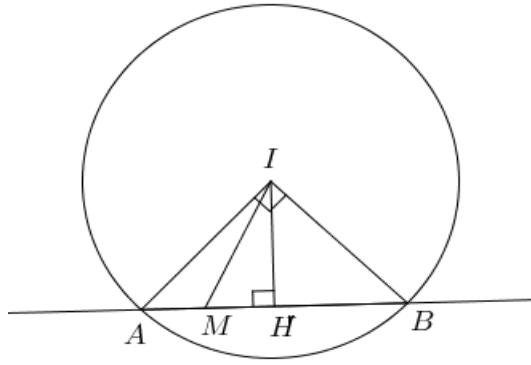
- A.** Bước 2. **B.** Bước 3.
C. Lời giải trên đúng. **D.** Bước 1.

Lời giải

Chọn B

Bài này cô dự đoán nhiều học sinh chọn đáp án C nghĩa là lời giải đúng phải không nào? Nhưng thực ra lời giải này sai đấy các em ạ. Các em cùng theo dõi tại sao sai nhé.

Nhận xét rõ ràng Bước 1; Bước 2 đúng nhưng rất tiếc ở bước 3 lại sai vì không xảy ra dấu bằng các em ạ.



Thật vậy, Gọi H là trung điểm của AB thì $IH \perp AB$. mà $\widehat{AIB} = 90^\circ \Rightarrow IH = \frac{AB}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > IM \Rightarrow$ vô lý. Vậy vấn đề đặt ra là ta giải quyết bài toán này theo hướng nào? Liệu rằng S_{IAB} có tồn tại max hay không? Bản thân tôi cũng thấy băn khoăn chưa tìm được lời giải hình học nào hay cho bài toán này nên mạnh dạn gửi tới các bạn và thầy cô lời giải đại số như sau:

Gọi $IH = x \Rightarrow 0 < x \leq IM = 3$. Khi đó
 $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow S_{IAB} = IH \cdot AH = x \cdot \sqrt{25 - x^2}$

Ta cần tìm max của $f(x) = x \cdot \sqrt{25 - x^2}$ với $0 < x \leq 3$. Nếu với học sinh 12 thì đây là bài toán không quá khó khăn với các em nhưng đối với học sinh 10 và 11 thì cần có chút kinh nghiệm về “điểm rơi bất đẳng thức Cô Si” nếu không vẫn mắc sai lầm thường gặp như sau:

Các em hồn nhiên áp dụng Cô si cho 2 số dương $x; \sqrt{25 - x^2}$ ta được:
 $x\sqrt{25 - x^2} \leq \frac{x^2 + 25 - x^2}{2} = \frac{25}{2}$. Từ đó kết luận max nhưng rất tiếc đánh giá này không xảy ra dấu bằng vì dấu bằng xảy ra khi $x = \sqrt{25 - x^2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{\sqrt{2}} \notin (0; 3]$. Do đó ta cần tư duy và trình bày lời giải đúng như sau:

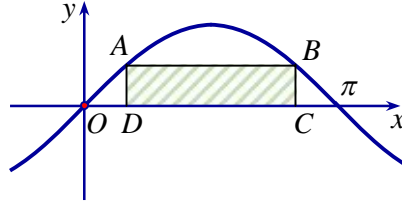
Trước hết với người có cảm giác toán với mảng bất đẳng thức thì cần có vài dự đoán dấu bằng xảy ra hoặc có thể từ việc sử dụng chức năng table của máy tính để dự đoán điểm rơi thì ta thấy S_{IAB} lớn nhất đạt được tại $x = 3$ là giá trị biên. Với dự đoán đó ta có đánh giá “đẹp” sau:

$$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4x}{3} \sqrt{25 - x^2} \right) \leq \frac{3}{4} \cdot \frac{\frac{16x^2}{9} + 25 - x^2}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\frac{7x^2}{9} + 25}{2} \leq \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{7 \cdot 3^2}{9} + 25 \right) = 12. \text{ Dấu bằng xảy ra}$$

$$\text{khi } \begin{cases} \frac{4x}{3} = \sqrt{25 - x^2} \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy S_{IAB} max bằng 12 khi $IH = 3 \Leftrightarrow M \equiv H \Leftrightarrow d$ vuông góc với IM tại M .

Câu 10: Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Ta có:
$$\begin{cases} x_B - x_A = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x_B = x_A + \frac{2\pi}{3} \quad (1) \\ y_B = y_A \Leftrightarrow \sin x_B = \sin x_A \quad (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2), ta được:

$$\sin\left(x_A + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin x_A \Leftrightarrow x_A + \frac{2\pi}{3} = \pi - x_A + k2\pi \Leftrightarrow x_A = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Do $x \in [0; \pi]$ nên $x_A = \frac{\pi}{6} \Rightarrow BC = AD = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Bình luận: Học sinh thoáng đọc đề cảm giác bị lạ nhưng nếu bình tĩnh thì các em có thể giải quyết bài toán dễ dàng như trên nhờ kĩ năng đọc đồ thị và giải hệ phương trình cơ bản.

Câu 11: Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots?$$

- A. $S = \frac{15\pi}{4}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = \frac{9\pi}{2}$. D. $S = 5\pi$.

Lời giải

Chọn B

Vì dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ là các tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác bằng cạnh $\times \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Với $n = 1$ thì tam giác đều $A_1B_1C_1$ có cạnh bằng 3 nên đường tròn ngoại tiếp tam

$$\text{giác } A_1B_1C_1 \text{ có bán kính } R_1 = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_1 = \pi \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Với $n = 2$ thì tam giác đều $A_2B_2C_2$ có cạnh bằng $\frac{3}{2}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam

$$\text{giác } A_2B_2C_2 \text{ có bán kính } R_2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_2 = \pi \left(3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Với $n = 3$ thì tam giác đều $A_3B_3C_3$ có cạnh bằng $\frac{3}{4}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam

$$\text{giác } A_3B_3C_3 \text{ có bán kính } R_3 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_3 = \pi \left(3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Như vậy tam giác đều $A_nB_nC_n$ có cạnh bằng $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ nên đường tròn ngoại tiếp tam

$$\text{giác } A_nB_nC_n \text{ có bán kính } R_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_n = \pi \left(3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Khi đó ta được dãy $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu

$$u_1 = S_1 = 3\pi \text{ và công bội } q = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Do đó tổng } S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots = \frac{u_1}{1 - q} = 4\pi.$$

Bình luận: Với các học sinh trung bình thì gần như đọc đề bài đã nản và bỏ, còn học sinh khá thì có thể vẫn ngại làm nhưng nếu các em cố gắng đọc lời giải và cảm thụ cô tin các em sẽ thấy không hề khó khăn gì phải không? Cố gắng lên nhé các em!)

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Xét các hàm số $g(x) = f(x) - f(2x)$ và $h(x) = f(x) - f(4x)$. Biết rằng $g'(1) = 18$ và $g'(2) = 1000$. Tính $h'(1)$:

A. -2018

B. 2018

C. 2020

D. -2020

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) - 2f'(2x), \quad h'(x) = f'(x) - 4f'(4x).$$

Do

$$\begin{cases} g'(1) = 18 \\ g'(2) = 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ f'(2) - 2f'(4) = 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ 2f'(2) - 4f'(4) = 2000 \end{cases} \\ \Rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 2018.$$

$$\text{Vậy } h'(1) = 2018.$$

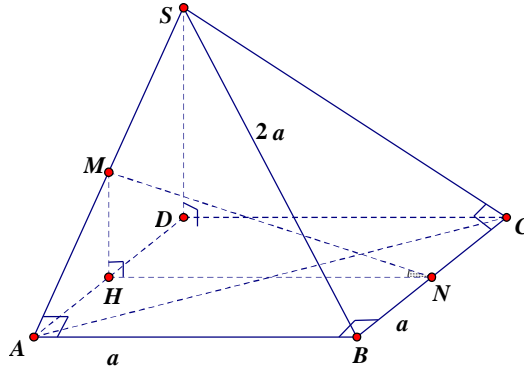
Bình luận: Chắc các em học sinh trung bình hoặc trung bình khá đọc xong lời giải sẽ tiếc lắm phải không? Vì kiến thức không hề có gì phải không các em? Kỹ năng duy nhất là đạo hàm hàm hợp và kiểm tra giả thiết đề bài cho gì thì mình thay vào thôi từ đó tính toán theo yêu cầu của bài toán.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC và α là góc giữa MN với (ABC) . Giá trị $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{11}}{11}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng $SD \perp (ABC)$, ta có:

$$\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp CD \text{ và } \begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp AD.$$

Mà ABC là tam giác vuông cân tại B nên $ABCD$ là hình vuông.

Gọi H là trung điểm của AD , ta có $MH \parallel SD \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó HN là hình chiếu của MN lên (ABC) .

$$\Rightarrow \alpha = (MN, (ABC)) = (MN, NH) = \widehat{MNH}.$$

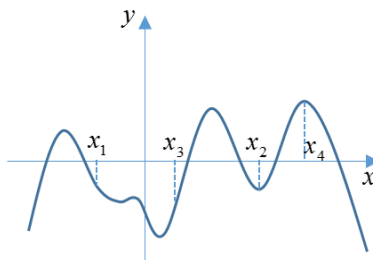
$$\text{Ta có: } SC = \sqrt{SB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có: } SD = \sqrt{SC^2 - DC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\tan \alpha = \frac{MH}{NH} = \frac{\frac{1}{2} \cdot SD}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

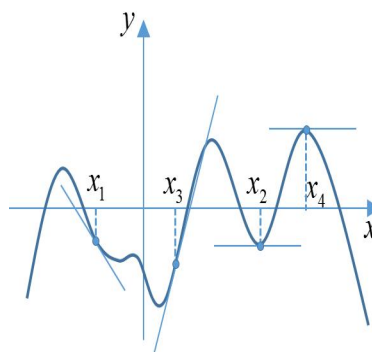
Bình luận: Có lẽ đây là câu hình học không gian khó nhất trong đề thi này phải không các em? Việc điểm D xuất hiện đã giải mã toàn bộ bài toán đã đưa bài toán về bài toán cơ bản của hình học không gian rồi phải không? Còn lại chỉ là việc tính toán thông thường. Chỉ là câu hỏi đặt ra làm sao mà biết cách dựng điểm D như vậy chứ? Câu trả lời chỉ có thể là cứ làm rồi sẽ rút ra kinh nghiệm các em à:). Cố lên nhé các em lần đầu mới gặp thì thấy hay phải không còn các bạn đã gặp rồi lại thấy bình thường mà nên những bạn chưa làm được đừng vội nản các em nhé vì chỉ cần qua kì thi này các em đã tự rút thêm được cho mình một kinh nghiệm mới khi làm bài hình học không gian rồi. Nếu các em đón chờ các bài tập tương tự thì đừng quên số báo đầu tiên của năm học mới sẽ ra mắt các em nhé!

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?.



- A. $f'(x_2) < f'(x_3) < f'(x_1) < f'(x_4)$.
 B. $f'(x_1) < f'(x_2) < f'(x_3) < f'(x_4)$.
 C. $f'(x_1) < f'(x_2) = f'(x_4) < f'(x_3)$.
 D. $f'(x_1) < f'(x_2) < f'(x_4) < f'(x_3)$.

Lời giải

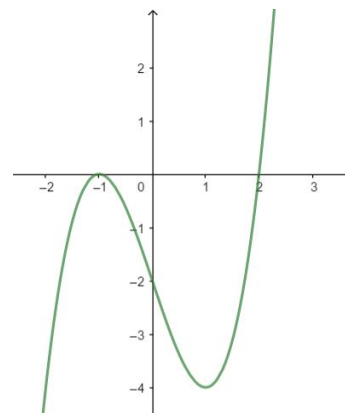


Đạo hàm của hàm số tại điểm x_0 chính là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại tiếp điểm có hoành độ x_0 . Hệ số góc của đường thẳng là $\tan \varphi$ với φ là góc hợp với đường thẳng (phần phía trên trục Ox) và chiều dương của trục Ox . Vẽ phát hoạ các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại các tiếp điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 và gọi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ lần lượt là góc hợp bởi tiếp tuyến và đồ thị hàm số tương ứng tại các tiếp điểm ta dễ thấy φ_1 là góc tù, φ_3 là góc nhọn, φ_2, φ_4 bằng 0° hoặc 180° .

\Rightarrow Chọn **C.**

Bình luận: Cô dám chắc đọc xong lời giải bài này nhiều bạn trẻ tiếc không ăn được cơm ý nhỉ? Quá dễ phải không chỉ là kiểm tra định nghĩa hệ số góc của tiếp tuyến thôi mà. Vẽ hình là đã có đáp án rồi nên chia buồn với các bạn nhìn hình hoặc để lạ mà bỏ qua nhé. Nếu các em từng làm bài tập sgk nâng cao 11 thì nó là một trong những bài trong đó đấy các em à. Đấy qua đây mới thấy rằng bài tập sgk cũng lạ với các em mà.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2) + 2019$. Gọi α_0 là góc tạo bởi phần phía trên Ox của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $g(x)$ tại điểm x_0 và tia Ox . Mệnh đề nào sau đây sai?



- A. $\cos \alpha_0 < 0$ khi $x_0 \in (-\infty; -2)$.
 B. $\tan \alpha_0 \geq 0$ khi $x_0 \in [-2; 0]$.
 C. $\tan \alpha_0 \leq 0$ khi $x_0 \in (0; 2]$.
 D. $\cos \alpha_0 < 0$ khi $x_0 \in (2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = 2x.f'(x^2 - 2)$. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta

$$\text{được } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Với chú ý rằng đạo hàm của hàm số $g(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị tại đó và chính bằng $\tan \alpha_0$, hơn nữa tại những điểm x_0 thoả

$g'(x_0) = 0$ tiếp tuyến tại đó sẽ song song hoặc trùng với trục hoành nên $\sin \alpha_0 = 0$ và $\cos \alpha_0 = 1$ hoặc $\cos \alpha_0 = -1$. \Rightarrow Chọn **D**.

Bình luận: Bài toán đưa ra yêu cầu học sinh cần có kĩ năng đọc đồ thị kết hợp định nghĩa hệ số góc của tiếp tuyến và kĩ năng lập bảng xét dấu. Có thể nói tại thời điểm này với các học sinh lớp 11 thì bài toán khá mới mẻ về ý tưởng nhưng các em yên tâm thời gian tới các em sẽ được luyện rất nhiều các dạng toán này nên qua kì thi này để các em thấy mình hãy cố gắng hơn nhé.

Câu 16: Từ một hộp đựng 2019 thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 2019. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất của biến cố $A =$ "Tổng số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 2002".

A. $\frac{10^6 - 1}{C_{2019}^2}$. B. $\frac{10^5}{C_{2019}^2}$. C. $\frac{10^6}{C_{2019}^2}$. D. $\frac{10^6 - 10^3}{C_{2019}^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{2019}^2$.

Gọi biến cố $A =$ "Tổng số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 2002".

Công việc chọn ngẫu nhiên hai thẻ sao cho tổng số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 2002 gồm các phương án sau:

Số ghi trên thẻ thứ nhất là 1 thì số ghi trên thẻ thứ hai là 2 hoặc 3,.., hoặc 2000 \Rightarrow có 1999 cách chọn.

Số ghi trên thẻ thứ nhất là 2 thì số ghi trên thẻ thứ hai là 3 hoặc 4,.., hoặc 1999 \Rightarrow có 1997 cách chọn.

Số ghi trên thẻ thứ nhất là 3 thì số ghi trên thẻ thứ hai là 4 hoặc 5,.., hoặc 1998 \Rightarrow có 1995 cách chọn.

.

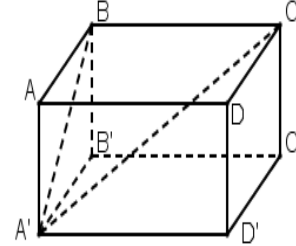
Số ghi trên thẻ thứ nhất là 2000 thì số ghi trên thẻ thứ hai là 1 \Rightarrow có 1 cách chọn.

Suy ra $n(A) = 1999 + 1997 + \dots + 1 = 10^6$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10^6}{C_{2019}^2}.$$

Bình luận: Đây có lẽ cũng là bài gây khó khăn với nhiều các em học sinh phải không? Nên qua đợt khảo sát này với bài này cô sẽ giới thiệu cho các em một cách tổng quát các em đợi ở phần báo toán số báo đầu tiên đăng của năm học mới nhé. Chờ đợi là hạnh phúc các em à!)

Câu 17: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C = 2$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCA') .



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn **C**.

Các em dễ dàng tìm được $AA' = \sqrt{2}; AB = 1$.

Hạ $AH \perp A'B$ tại H (1). Ta sẽ chứng minh $AH \perp (A'BC)$. Thật vậy:

$$BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra đpcm. Vậy $d(A; (BCA')) = AH = \frac{AB \cdot AA'}{\sqrt{AB^2 + AA'^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bình luận: Có lẽ đây là bài toán chỉ dọa được các bạn sợ hình học không gian thôi phải không? Hoặc một số bạn cứ đọc đề mà là hình hộp hay hình lăng trụ là sợ thì mới bỏ câu này thôi chứ nếu hiểu cách dựng hình chiếu của một điểm lên mặt phẳng thì không hề khó khăn. Do đó qua bài khảo sát này cô mong các em sẽ cố gắng học môn hình học không gian này nghiêm túc hơn để không phải bỏ những câu như này nhé!)

PS: MONG MỘT VÀI PHÂN TÍCH BÌNH LUẬN NHỎ VÀI BÀI TOÁN TRONG BÀI THI KHẢO SÁT TOÁN VỪA RỒI GIÚP ÍCH ĐƯỢC CÁC EM THÊM NHỮNG KỸ NĂNG VÀ KINH NGHIỆM NHỎ KHI ÔN TẬP- CHÚC TẤT CẢ CÁC EM MỘT NĂM HỌC MỚI NHIỀU NIỀM VUI VÀ HỌC TẬP TỐT- HẸN CÁC EM NHỮNG PHÂN TÍCH VÀ MỞ RỘNG CÁC BÀI TOÁN CÒN LẠI Ở SỐ BÁO TOÁN ĐẦU TIÊN CỦA NĂM HỌC MỚI NHÉ! THÂN CHÀO CÁC EM!