THCS&THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT THI TN THPT
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)
MÃ ĐỀ: 101
(Đề thi gồm 07 trang)

Họ và tên: .... **SBD:** ....

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 5$, $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$.

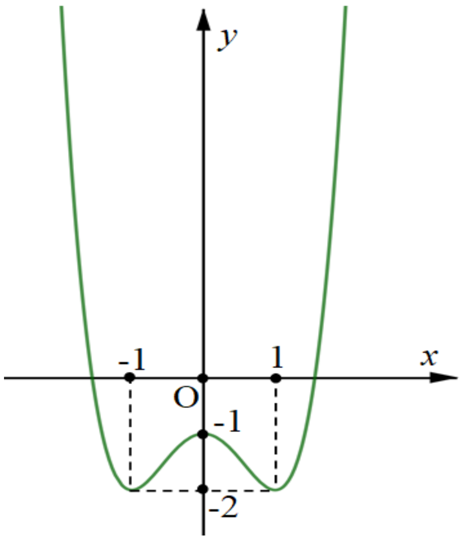
Tính $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = -2$. **B.** $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = 2$. **C.** $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = \frac{5}{3}$. **D.** $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = 8$.

Câu 2: Cho số phức $z = 4 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = iz + z^2$ bằng

A. 20. **B.** -4. **C.** -20. **D.** -28.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 4: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$

A. $y_{CT} = -2$. **B.** $y_{CT} = 3$. **C.** $y_{CT} = 0$. **D.** $y_{CT} = -1$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $2^{2x+1} = 32$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 2$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > -1$ là

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 5i$ và $z_2 = -8 + i$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ là

A. 7. **B.** $5\sqrt{2} + \sqrt{65}$. **C.** 25. **D.** 5.

Câu 8: Lớp 12A có 40 học sinh gồm 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh của lớp 12A sao cho 2 học sinh chọn ra có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ?

A. 780. **B.** 375. **C.** 40. **D.** 1560.

Câu 9: Cho a,b,c,x là các số thực dương sao cho $\ln x = 2\ln a - 3\ln b + \frac{1}{2}\ln c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x = \frac{a^2 + \sqrt{c}}{b^3}$. **B.** $x = \frac{ac}{3b}$. **C.** $x = 2a - 3b + \frac{1}{2}c$. **D.** $x = \frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

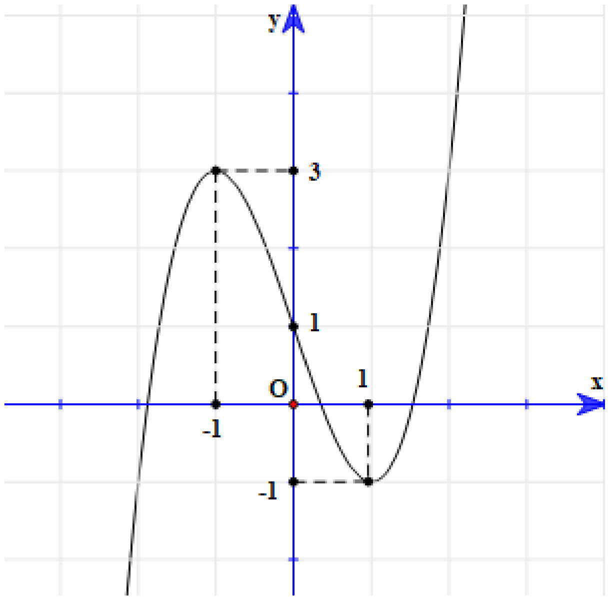
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 11: Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=x^2-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{1}{3}}+\log(4-x)$ là

A. $D=\left(\frac{1}{2};4\right)$. **B.** $D=\left[\frac{1}{2};4\right)$. **C.** $D=(4;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;4)$.

Câu 13: Một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

A. $S=\pi r(r+l)$. **B.** $S=2\pi r(r+l)$. **C.** $S=\pi r^2+2\pi rl$. **D.** $S=2\pi rl$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_4=54$. Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n).

A. $q=-3$. **B.** $q=-9$. **C.** $q=3$. **D.** $q=9$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $6a^3$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 16: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Câu 17: Một mặt cầu có diện tích $S=100\pi$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu đó bằng

A. $V=\frac{4000\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{500\pi}{3}$. **C.** $V=500\pi$. **D.** $V=\frac{1000\pi}{3}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a, AC=a\sqrt{3}$. Quay miền tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một khối nón có thể tích bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** πa^3. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 19: Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h. Thể tích V của khối lăng trụ đó là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\pi Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi Bh$.

Câu 20: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\mathrm{e}^x$ trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(1)=0$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$. **B.** $F''=(x+1)\mathrm{e}^x$.

C. $(x\mathrm{e}^x)'=F(x),\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $F'(x)=x\mathrm{e}^x,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh $SA=3a$, $SA\perp(ABC)$. Số đo của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 75^0. **D.** 45^0.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+5}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $E(-3;3;-7)$. **B.** $N(1;1;-3)$. **C.** $M(-1;2;-5)$. **D.** $F(3;0;1)$.

Câu 23: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích toàn phần của hình nón là

A. $4\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	|	$-$	0	$+$	|	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	||	-	0	+	||	-	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z-7+i=0$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\bar{z}=3-4i$. **B.** $\bar{z}=4-3i$. **C.** $\bar{z}=4+3i$. **D.** $\bar{z}=3+4i$.

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+6x^2-3$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+10=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;3), R=2$. **B.** $I(-1;2;-3), R=2$.
C. $I(1;-2;3), R=4$. **D.** $I(-1;2;-3), R=4$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-3=0$. Điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P).

A. $H(-1;3;-4)$. **B.** $N(3;-1;2)$. **C.** $N(5;1;3)$. **D.** $K(3;1;1)$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-6x-2$ với đường thẳng $y=3x+2$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 31: Xét tích phân $I=\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$. Nếu đặt $u=\ln x$ thì

A. $I=\int_0^1 \frac{u^2}{e^u}du$. **B.** $I=\int_0^1 u^2du$. **C.** $I=\int_1^0 u^2du$. **D.** $I=\int_1^e u^2du$ $P=\frac{1}{12}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;1)$. Mặt phẳng (ABC) có một véc–tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-3;6)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;-6)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;1)$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng D giới hạn bởi parabol $y=x^2-2x$ và đường thẳng $y=x+4$ xác định bởi công thức nào dưới đây

A. $S=\pi\int_{-1}^4 (x^2-3x-4)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^4 (x^2-3x-4)\mathrm{d}x$.
C. $S=\int_1^4 (-x^2+3x+4)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^4 (-x^2+3x+4)\mathrm{d}x$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $2.4^x-6^x-3.9^x>0$ là

A. $S=(-\infty;-1)$. **B.** $S=(-\infty;1)$ **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-1;+\infty)$.

Câu 35: Tìm hai số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có một nghiệm là $z=3-4i$

A. $b=25, c=6$. **B.** $b=6, c=25$. **C.** $b=-25, c=6$. **D.** $b=-6, c=25$.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy, gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1=i, z_2=1+3i, z_3=a+ai\ (a\in\mathbb{R})$. Biết rằng có hai giá trị thực của a là a_1 và a_2 để tam giác ABC có diện tích bằng 5. Tính giá trị của biểu thức $P=a_1.a_2$.

A. $P=24$. **B.** $P=99$. **C.** $P=-99$. **D.** $P=-24$.

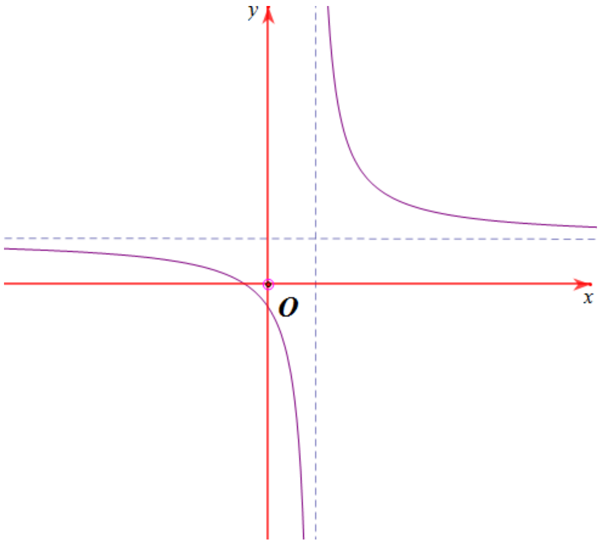
Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;4;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x-y-z+3=0$. **B.** $2x+y-z+3=0$. **C.** $2x+y-z-3=0$. **D.** $2x+y+z-6=0$.

Câu 38: Cho hình chóp $SABC$ có $SA=SB=SC=a, \widehat{ASB}=60°, \widehat{ASC}=90°, \widehat{BSC}=120°$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac>0, bd>0$. **B.** $bd<0, ad>0$. **C.** $bc>0, ad<0$. **D.** $ab<0, cd<0$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f'(x)=2x.f(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=2$ và $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x^3 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{1+e}{2}$. **C.** $I=e-1$. **D.** $I=e$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-3mx^2+3(m-6)x$ có cực trị?

A. $-3\le m\le 2$. **B.** $-3<m<2$. **C.** $m<-3$ hoặc $m>2$. **D.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 2$.

Câu 42: Một hộp đựng thẻ gồm 10 thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ từ hộp đó. Xác suất để 2 thẻ rút được có tổng là một số tự nhiên chia hết cho 3 là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{14}{45}$. **C.** $\frac{17}{45}$. **D.** $\frac{16}{45}$.

Câu 43: Trong các khối trụ tròn xoay có cùng thể tích bằng V, khối trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất bằng:

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **B.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **C.** $3\sqrt[3]{\pi V^2}$. **D.** $3\pi\sqrt[3]{2V^2}$.

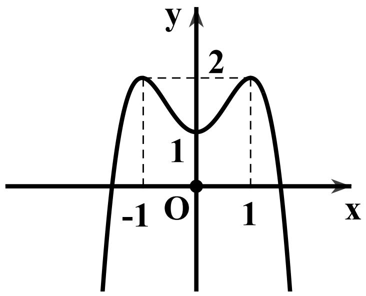
Câu 44: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4 % /năm theo hình thức lãi kép (tức là sau mỗi năm, số tiền lãi của năm trước sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo). Hỏi người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm để khi rút tiền khỏi ngân hàng người đó lĩnh được số tiền (cả vốn lẫn lãi) lớn hơn hoặc bằng 100 triệu đồng ?

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-5=0$ và $(Q): x+2y-z-4=0$. Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q). Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=-1+7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=3t \\ z=-1+7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=-1-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-3t \\ z=-1+7t \end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $3f(\cos x)-4=0$ có bao biêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng (-100;100) để phương trình $e^x - m = \ln(x+m)$ có 2 nghiệm phân biệt ?

A. 97. **B.** 100. **C.** 99. **D.** 98 .

Câu 48: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{4} < b < a < 1$. Gía trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \log_a\left(\frac{4b-1}{4}\right) + 4\log_{\frac{b^2}{a}} a$ bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;-1), B(2;0;3), C(3;2;1)$ và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (P) đi qua điểm G (không đi qua O) cắt các tia OA, OB, OC lần lượt tại A', B', C'. Khối tứ diện $OA'B'C'$ có thể tích nhỏ nhất bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 50: Cho a, b là hai số dương thỏa mãn $\log_2 \frac{a+2b}{a+b+1} + a + 3b = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{b}$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $6 + r3$. **C.** $6+\sqrt{2}$. **D.** 8.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.D	5.D	6.A	7.D	8.B	9.D	10.B
11.C	12.A	13.B	14.C	15.B	16.D	17.B	18.B	19.C	20.C
21.A	22.D	23.D	24.B	25.B	26.D	27.D	28.A	29.D	30.B
31.B	32.A	33.D	34.A	35.D	36.C	37.C	38.C	39.C	40.A
41.C	42.A	43.B	44.C	45.A	46.A	47.D	48.C	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 5$, $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$.

Tính $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = -2$. **B.** $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = 2$. **C.** $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = \frac{5}{3}$. **D.** $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = 8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = \int_3^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = -5+3 = -2$.

Câu 2: Cho số phức $z = 4-3i$. Phần ảo của số phức $w = iz + z^2$ bằng

A. 20. **B.** -4. **C.** -20. **D.** -28.

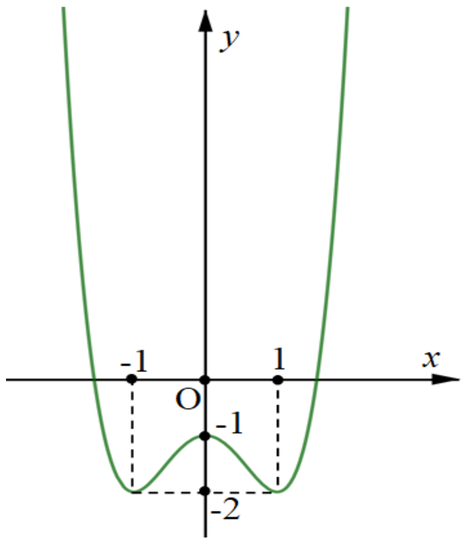
Lời giải

Chọn C

Ta có: $w = iz + z^2 = i(4-3i) + (4-3i)^2 = 10 - 20i$.

Vậy phần ảo của số phức w là -20.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ bên.

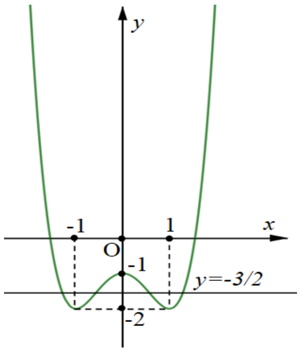


Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Phương trình $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.

Do đó, số nghiệm của phương trình đã cho chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$.

Từ đồ thị ta thấy, đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ cắt nhau tại 4 điểm phân biệt nên số nghiệm phương trình đã cho là 4.

Câu 4: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3+3x^2-1$

A. $y_{CT}=-2$. **B.** $y_{CT}=3$. **C.** $y_{CT}=0$. **D.** $y_{CT}=-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^3+3x^2-1 \Rightarrow y'=3x^2+6x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=-1 \\ x=-2 \Rightarrow y=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $y_{CT}=-1$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{2x+1}=32 \Leftrightarrow 2^{2x+1}=2^5 \Leftrightarrow 2x+1=5 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)>-1$ là

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)>-1 \Leftrightarrow \begin{cases}2x+1>0\\2x+1<2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\frac{1}{2}\\x<\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)>-1$ là: $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 7: Cho hai số phức $z_1=5-5i$ và $z_2=-8+i$. Mô-đun của số phức z_1+z_2 là

A. 7. **B.** $5\sqrt{2}+\sqrt{65}$. **C.** 25. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1+z_2=(5-5i)+(-8+i)=-3-4i$

Suy ra, $|z_1+z_2|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$.

Câu 8: Lớp 12A có 40 học sinh gồm 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh của lớp 12A sao cho 2 học sinh chọn ra có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ?

A. 780. **B.** 375. **C.** 40. **D.** 1560.

Lời giải

Chọn B

Chọn 1 học sinh nam từ 25 học sinh nam, có 25 cách chọn.

Chọn 1 học sinh nữ từ 15 học sinh nữ có 15 cách chọn.

Vậy có, $25.15=375$ cách chọn ra 2 học sinh của lớp 12A sao cho 2 học sinh chọn ra có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

Câu 9: Cho a,b,c,x là các số thực dương sao cho $\ln x=2\ln a-3\ln b+\frac{1}{2}\ln c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x=\frac{a^2+\sqrt{c}}{b^3}$. **B.** $x=\frac{ac}{3b}$. **C.** $x=2a-3b+\frac{1}{2}c$. **D.** $x=\frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\ln x = 2\ln a - 3\ln b + \frac{1}{2}\ln c = \ln a^2 - \ln b^3 + \ln\sqrt{c} = \ln\frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}.$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2\sqrt{c}}{b^3}.$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

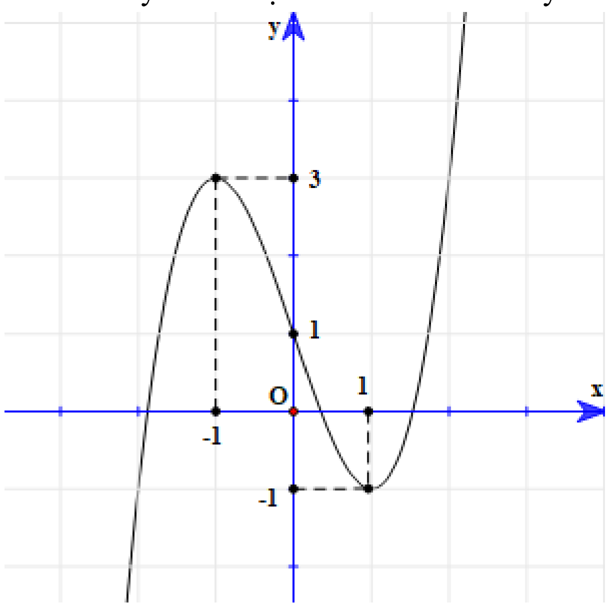
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 11: Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^2 - 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị có dạng của đồ thị hàm số bậc 3: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$.

Đồ thị đã cho có các điểm cực trị là $(1;-1)$ và $(-1;3)$.

Đối chiếu đáp án, chọn C.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{1}{3}}+\log(4-x)$ là

A. $D=\left(\frac{1}{2};4\right)$. **B.** $D=\left[\frac{1}{2};4\right)$. **C.** $D=(4;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}2x-1>0\\4-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x<4\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{2};4\right)$. Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(\frac{1}{2};4\right)$.

Câu 13: Một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

A. $S=\pi r(r+l)$. **B.** $S=2\pi r(r+l)$. **C.** $S=\pi r^2+2\pi rl$. **D.** $S=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S=2\pi r(r+l)$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_4=54$. Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n).

A. $q=-3$. **B.** $q=-9$. **C.** $q=3$. **D.** $q=9$.

Lời giải

Chọn C

Vì (u_n) là cấp số nhân nên $u_4=u_1.q^3\Leftrightarrow 54=2.q^3\Leftrightarrow q=3$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau và $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $6a^3$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.SA.SB.SC=\frac{1}{6}.a.2a.3a=a^3$.

Câu 16: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{2x-3}{x+1} = -\infty$. Do đó: $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 17: Một mặt cầu có diện tích $S = 100\pi$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu đó bằng

A. $V = \dfrac{4000\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{500\pi}{3}$. **C.** $V = 500\pi$. **D.** $V = \dfrac{1000\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = 4\pi R^2 \Rightarrow 100\pi = 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = 25 \Rightarrow R = 5$.

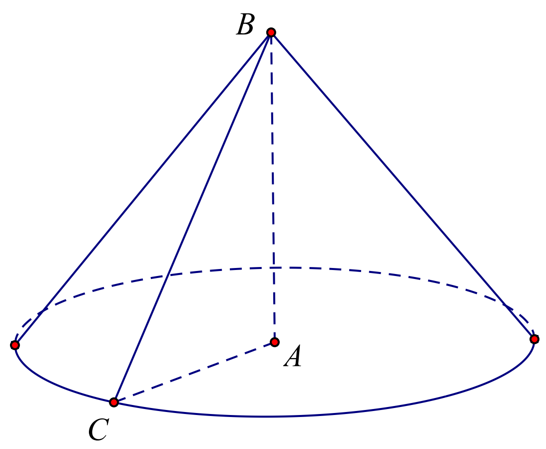
Thể tích khối cầu bằng: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.5^3 = \dfrac{500\pi}{3}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Quay miền tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một khối nón có thể tích bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** πa^3. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích đáy : $S = \pi.AC^2 = 3\pi a^2$.

Chiều cao : $h = AB = a$.

Thể tích khối nón : $V = \dfrac{1}{3}Sh = \dfrac{1}{3}.a.3\pi a^2 = \pi a^3$.

Câu 19: Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h. Thể tích V của khối lăng trụ đó là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\pi Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi Bh$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là $V=Bh$.

Câu 20: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\mathrm{e}^x$ trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(1)=0$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$. **B.** $F''=(x+1)\mathrm{e}^x$.

C. $\left(x\mathrm{e}^x\right)'=F(x),\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $F'(x)=x\mathrm{e}^x,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^x\end{cases}$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\mathrm{e}^x$

nên $F(x)=x\mathrm{e}^x-\int\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=x\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x+C=(x-1)\mathrm{e}^x+C$.

Vì $F(1)=0\Leftrightarrow C=0\Rightarrow F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$, vậy **A** đúng.

$F'(x)=\mathrm{e}^x+(x-1)\mathrm{e}^x=x\mathrm{e}^x$, vậy **D** đúng.

$F''(x)=\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x=(x+1)\mathrm{e}^x$, vậy **B** đúng.

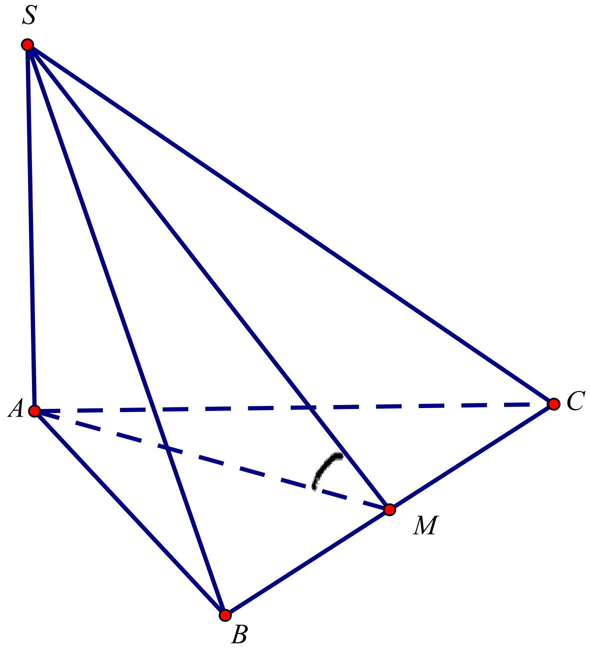
Suy ra, chọn **C**.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh $SA=3a$, $SA\perp(ABC)$. Số đo của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 75^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên nếu gọi M là trung điểm của AB thì ta có $AM \perp BC$ và $AM = \dfrac{2a.\sqrt{3}}{2} = a.\sqrt{3}$.

Do $SA \perp (ABC)$ và $AB = AC$ nên $SB = SC$. Tam giác SBC cân tại S nên ta cũng có $SM \perp BC$

.

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \Rightarrow \widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{(AM,SM)} = \widehat{SMA} \\ SM \subset (SBC), SM \perp BC \end{cases}$$

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{3a}{a.\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Từ đây ta suy ra $\widehat{((SBC),(ABC))} = 60^0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+5}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $E(-3;3;-7)$. **B.** $N(1;1;-3)$. **C.** $M(-1;2;-5)$. **D.** $F(3;0;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Thay tọa độ của điểm E vào phương trình đường thẳng d ta có
$\dfrac{-3+1}{2} = \dfrac{3-2}{-1} = \dfrac{-7+5}{2} \Leftrightarrow -1 = -1 = -1$ (luôn đúng) nên điểm E thuộc vào đường thẳng d.

Thay tọa độ của điểm N vào phương trình đường thẳng d ta có
$\dfrac{1+1}{2} = \dfrac{1-2}{-1} = \dfrac{-3+5}{2} \Leftrightarrow 1 = 1 = 1$ (luôn đúng) nên điểm N thuộc vào đường thẳng d.

Thay tọa độ của điểm M vào phương trình đường thẳng d ta có
$\frac{-1+1}{2}=\frac{2-2}{-1}=\frac{-5+5}{2}\Leftrightarrow 0=0=0$ (luôn đúng) nên điểm M thuộc vào đường thẳng d.

Thay tọa độ của điểm F vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{3+1}{2}=\frac{0-2}{-1}=\frac{1+5}{2}\Leftrightarrow 2=2=3$ (vô lý)

Vậy điểm F không thuộc vào đường thẳng d.

Câu 23: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích toàn phần của hình nón là

A. $4\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a\Rightarrow r=\frac{2a}{2}=a;h=a\sqrt{3}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là: $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}a\right)^2+a^2}=2a$.

Diện tích toàn phần cả hình nón là: $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi.2a.a+\pi a^2=3\pi a^2$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. Hàm số $f'\left(x\right)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	|	$-$	0	$+$	|	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f'\left(x\right)$ đổi dấu 4 lần khi qua $x=-1$; $x=0$; $x=1$; $x=2$. Vậy hàm số $y=f\left(x\right)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 25: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. Hàm số $f'\left(x\right)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	||	-	0	+	||	-	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số $f\left(x\right)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=-1, x=0, x=1, x=2$.

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z-7+i=0$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\overline{z}=3-4i$. **B.** $\overline{z}=4-3i$. **C.** $\overline{z}=4+3i$. **D.** $\overline{z}=3+4i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=\dfrac{(7-i)(1-i)}{2}=\dfrac{6-8i}{2}=3-4i \Rightarrow \overline{z}=3+4i$.

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+6x^2-3$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=-x^4+6x^2-3$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;1]$.

Ta có $y'=-4x^3+12x=-4x.(x^2-3)$

+) $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-2;1] \\ x=\sqrt{3}\notin[-2;1] \\ x=-\sqrt{3}\in[-2;1] \end{array}\right.$.

+) $y(-2)=5$, $y(-\sqrt{3})=6$, $y(0)=-3$, $y(1)=2$.

Vậy $\max\limits_{[-2;1]} y=y(-\sqrt{3})=6$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+10=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;3), R=2$. **B.** $I(-1;2;-3), R=2$.

C. $I(1;-2;3), R=4$. **D.** $I(-1;2;-3), R=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ (1) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

So sánh phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+10=0$ với phương trình (1) ta được $a=1; b=-2; c=3; d=10$.

Từ đó mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2-10}=2$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z-3=0$. Điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P).

A. $H(-1;3;-4)$. **B.** $N(3;-1;2)$. **C.** $N(5;1;3)$. **D.** $K(3;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A và vuông góc với (P) là $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3-2t\end{cases}$.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) là giao điểm của (d) và (P) có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3-2t\\2x-y-2z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3-2t\\2+4t-2+t-6+4t-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\\z=1\\t=1\end{cases}.$$

.

Cách 2: Dùng công thức tính nhanh: tọa độ hình chiếu của điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ lên mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ là $A':\begin{cases}x_{A'}=x_A-ak\\y_{A'}=y_A-bk\\z_{A'}=z_A-ck\end{cases}$, $k=\dfrac{ax_A+by_A+cz_A}{a^2+b^2+c^2}$

Ta có $k=\dfrac{2.1-2-2.3-3}{4+1+4}=-1$ nên $A':\begin{cases}x_{A'}=1-2(-1)=3\\y_{A'}=2-(-1)(-1)=1\\z_{A'}=3-(-2)(-1)=1\end{cases}$

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-6x-2$ với đường thẳng $y=3x+2$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-6x-2$ với đường thẳng $y=3x+2$ bằng số nghiệm của phương trình $x^3-3x^2-6x-2=3x+2\Leftrightarrow x^3-3x^2-9x-4=0$ (dùng máy tính giải phương trình ta được 3 nghiệm phân biệt)

Câu 31: Xét tích phân $I=\int\limits_1^e\dfrac{\ln^2 x}{x}dx$. Nếu đặt $u=\ln x$ thì

A. $I=\int\limits_0^1\dfrac{u^2}{e^u}du$. **B.** $I=\int\limits_0^1u^2du$. **C.** $I=\int\limits_1^0u^2du$. **D.** $I=\int\limits_1^eu^2du$ $P=\dfrac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\ln x \Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$

Đổi cận $x=1 \to u=0$ và $x=e \to u=1$.

Ta có $I=\int_0^1 u^2 du$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;1)$. Mặt phẳng (ABC) có một véc–tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-3;6)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;-6)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là : $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 2x-3y+6z-6=0$.

Do đó một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=(2;-3;6)$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng D giới hạn bởi parabol $y=x^2-2x$ và đường thẳng $y=x+4$ xác định bởi công thức nào dưới đây

A. $S=\pi\int_{-1}^{4}\left(x^2-3x-4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{4}\left(x^2-3x-4\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{1}^{4}\left(-x^2+3x+4\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{4}\left(-x^2+3x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=x^2-2x$ và đường thẳng $y=x+4$ là

$x^2-2x=x+4 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Ta có $x^2-3x-4\le 0, \forall x\in[-1;4]$.

Diện tích S của hình phẳng D là

$$S=\int_{-1}^{4}\left|\left(x^2-2x\right)-(x+4)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{4}\left|x^2-3x-4\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{4}\left(-x^2+3x+4\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $2.4^x-6^x-3.9^x>0$ là

A. $S=(-\infty;-1)$. **B.** $S=(-\infty;1)$ **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2.4^x-6^x-3.9^x>0 \Leftrightarrow 2.\left(\frac{4}{9}\right)^x-\left(\frac{2}{3}\right)^x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{2}{3}\right)^x>\frac{3}{2}\\ \left(\frac{2}{3}\right)^x<-1\ (VN)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x<-1$. Vậy $S=(-\infty;-1)$.

Câu 35: Tìm hai số thực b,c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có một nghiệm là $z=3-4i$

A. $b=25,c=6$. **B.** $b=6,c=25$. **C.** $b=-25,c=6$. **D.** $b=-6,c=25$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1.

Phương trình $z^2+bz+c=0$ là phương trình bậc hai với hệ số thực có một nghiệm là $z=3-4i$ nên nghiệm còn lại của $z^2+bz+c=0$ là $3+4i$.

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases}-b=(3-4i)+(3+4i)=6\\ c=(3-4i)(3+4i)=25\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-6\\ c=25\end{cases}$.

Cách 2.

Thay lần lượt các cặp giá trị của b,c ở các phương án đề cho ta tìm được phương trình nhận $3-4i$ làm nghiệm.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy, gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1=i, z_2=1+3i, z_3=a+ai\ (a\in\mathbb{R})$. Biết rằng có hai giá trị thực của a là a_1 và a_2 để tam giác ABC có diện tích bằng 5. Tính giá trị của biểu thức $P=a_1.a_2$.

A. $P=24$. **B.** $P=99$. **C.** $P=-99$. **D.** $P=-24$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tọa độ của các điểm A,B,C lần lượt là $A(0;1), B(1;3), C(a;a)$.

$\overrightarrow{AB}=(1;2), \overrightarrow{AC}=(a;a-1)$.

Diện tích tam giác ABC bằng 5 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|(a-1)-2a\right|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=9\\ a=-11\end{array}\right.$.

Vậy $P=-99$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;4;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x-y-z+3=0$. **B.** $2x+y-z+3=0$. **C.** $2x+y-z-3=0$. **D.** $2x+y+z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm AB, suy ra $I(1;3;2)$, (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Mặt phẳng (α) qua I và vuông góc với AB, nên có một véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;2;-2)$.

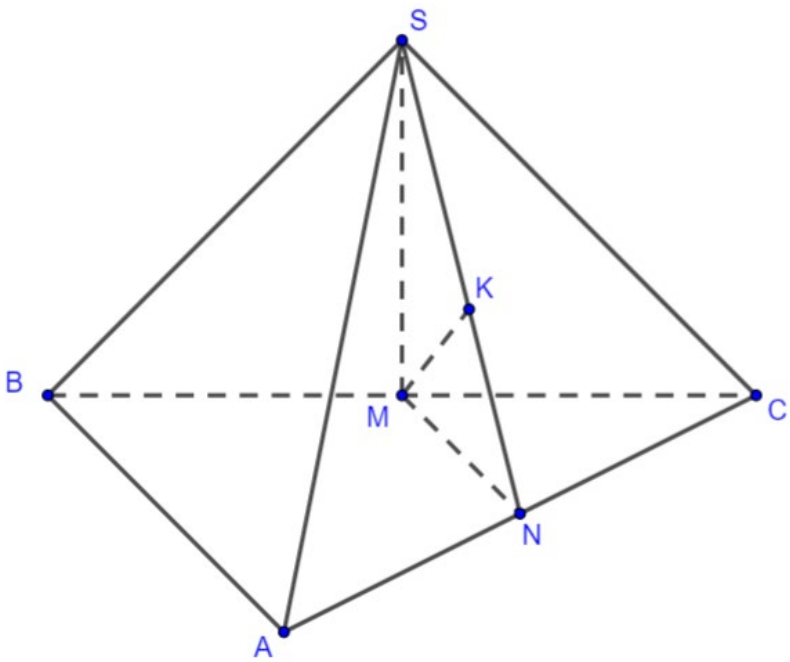
Suy ra (α) có phương trình là: $4(x-1)+2(y-3)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-3=0$.

Câu 38: Cho hình chóp $SABC$ có $SA=SB=SC=a, \widehat{ASB}=60°, \widehat{ASC}=90°, \widehat{BSC}=120°$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết suy ra : $AB=a, AC=a\sqrt{2}, BC=a\sqrt{3} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Gọi M là trung điểm BC, suy ra $MA=MB=MC$.

Kết hợp giả thiết $SA=SB=SC=a$, suy ra $SM \perp (ABC)$.

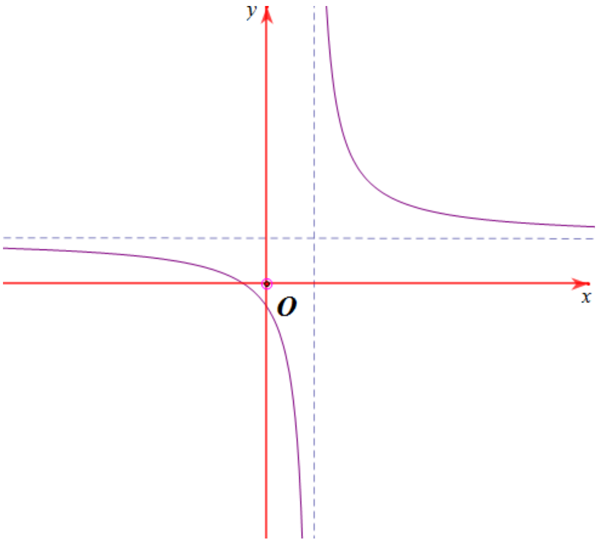
Gọi N là trung điểm AC, K là hình chiếu vuông góc của M lên đoạn thẳng SN.

Nhận thấy $\left.\begin{array}{l} AC \perp SM \\ AC \perp MN \end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp (SMN) \supset MK \Rightarrow AC \perp MK$. Từ đó suy ra $MK \perp (SAC)$.

Ta có: $MK = SC\sin 30° = \frac{a}{2}$ và $MN = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$, suy ra $MK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

M là trung điểm BC, suy ra $d(B,(SAC)) = 2d(M,(SAC)) = 2MK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac > 0, bd > 0$. **B.** $bd < 0, ad > 0$. **C.** $bc > 0, ad < 0$. **D.** $ab < 0, cd < 0$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$ loại câu A.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow ab > 0$ loại câu D.

Vì $bd < 0, ab > 0 \Rightarrow ad < 0$ loại câu B.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f'(x)=2x.f(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=2$ và $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x^3 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=\dfrac{1+e}{2}$. **C.** $I=e-1$. **D.** $I=e$.

Lời giải

Chọn A

Vì $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên ta có:

$$f'(x)=2x.f(x)\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{f(x)}=2x\Leftrightarrow\int\frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x=\int 2x\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\frac{d(f(x))}{f(x)}=\int 2x\,\mathrm{d}x$$

$\Leftrightarrow \ln[f(x)]=x^2+C$

Vì $f(0)=2\Rightarrow C=\ln 2$. Vậy $f(x)=e^{x^2+\ln 2}$

$$I=\int\limits_0^1 x^3 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x^3e^{x^2+\ln 2}\mathrm{d}x$$

Đặt $t=x^2+\ln 2\Rightarrow d(t)=2x\,\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=\ln 2$; $x=1\Rightarrow t=1+\ln 2$.

Khi đó: $I=\int\limits_0^1 x^3e^{x^2+\ln 2}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_{\ln 2}^{1+\ln 2}(t-\ln 2).e^t dt$

Đặt $\begin{cases}u=t-\ln 2\\ dv=e^t dt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dt\\ v=e^t\end{cases}$.

Khi đó $I=\dfrac{1}{2}\left[\left[e^t(t-\ln 2)\right]_{\ln 2}^{1+\ln 2}-\int\limits_{\ln 2}^{1+\ln 2}e^t dt\right]$

$=\dfrac{1}{2}\left[\left[e^t(t-\ln 2-1)\right]_{\ln 2}^{1+\ln 2}\right]=\dfrac{1}{2}\left[\left(e^{1+\ln 2}.0\right)-\left(e^{\ln 2}.(-1)\right)\right]$

$=\dfrac{1}{2}.2=1$

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-3mx^2+3(m-6)x$ có cực trị?

A. $-3\le m\le 2$. **B.** $-3<m<2$. **C.** $m<-3$ hoặc $m>2$. **D.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=-x^3-3mx^2+3(m-6)x\Rightarrow y'=-3x^2-6mx+3(m-6)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx - m + 6 = 0.$ (1). Hàm số đã cho có cực trị khi (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -3 \end{array}\right.$

Câu 42: Một hộp đựng thẻ gồm 10 thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ từ hộp đó. Xác suất để 2 thẻ rút được có tổng là một số tự nhiên chia hết cho 3 là

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{14}{45}$. **C.** $\dfrac{17}{45}$. **D.** $\dfrac{16}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi 2 số ghi trên 2 thẻ rút được là a và b, $a,b \in \{1;2;...;10\}, (a \neq b)$.

Số phần tử của không gian mẫu : $|\Omega| = C_{10}^2 = 45$.

Từ 1 đến 10 có 3 số chia hết cho 3, có 4 số chia cho 3 dư 1, có 3 số chia cho 3 dư 2.

Xét các trường hợp $a+b$ chia hết cho 3 :

+) TH1 : a và b cùng chia hết cho $3 \Rightarrow$ có $C_3^2 = 3$ cách chọn.

+) TH2 : một trong hai số a,b chia cho 3 dư 1 và số còn lại chia cho 3 dư 2

$\Rightarrow$ có $C_4^1.C_3^1 = 12$ cách chọn.

Suy ra số cách rút 2 thẻ được tổng 2 số ghi trên 2 thẻ là một số tự nhiên chia hết cho 3 là :

$3 + 12 = 15$ cách chọn.

Xác suất cần tìm là : $P = \dfrac{15}{45} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 43: Trong các khối trụ tròn xoay có cùng thể tích bằng V, khối trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất bằng:

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **B.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **C.** $3\sqrt[3]{\pi V^2}$. **D.** $3\pi\sqrt[3]{2V^2}$.

Lời giải

Chọn B

$V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi R^2}$.

$S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \dfrac{2V}{R} + 2\pi R^2$.

$S' = 4\pi R - \dfrac{2V}{R^2} = 0 \Leftrightarrow R^3 = \dfrac{V}{2\pi} \Rightarrow R = \dfrac{h}{2} = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

R		$\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$	
S'	$-$	0	$+$
S	$\searrow$	$3\sqrt[3]{2\pi V^2}$	$\nearrow$

Vậy $S_{\min} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Câu 44: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4 % /năm theo hình thức lãi kép (tức là sau mỗi năm, số tiền lãi của năm trước sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo). Hỏi người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm để khi rút tiền khỏi ngân hàng người đó lĩnh được số tiền (cả vốn lẫn lãi) lớn hơn hoặc bằng 100 triệu đồng ?

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Gọi n là số năm người đó phải gửi tiền, ta có : $50.(1+8,4\%)^n \geq 100 \Rightarrow n \geq 8,59$.

Vậy người đó phải gửi 9 năm mới có được số tiền 100 triệu cả vốn lẫn lãi.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-5=0$ và $(Q): x+2y-z-4=0$. Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q). Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=-1+7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=3t \\ z=-1+7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=-1-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-3t \\ z=-1+7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-5=0$ có 1 vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(Q): x+2y-z-4=0$ có 1 vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1;2;-1)$.

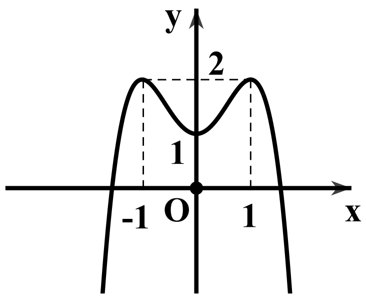
Vì $d=(P)\cap(Q)$ nên đường thẳng d nhận vectơ $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;7)$ là 1 vectơ chỉ phương.

Lấy $M \in d=(P)\cap(Q)$ nên toạ độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-3y+z-5=0 \\ x+2y-z-4=0 \end{cases}$.

Chọn $y=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+z-5=0 \\ x-z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow M(3;0;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $M(3;0;-1)$ có 1 vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;7)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=-1+7t \end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

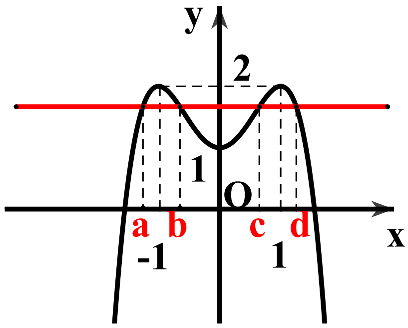


Phương trình $3f(\cos x)-4=0$ có bao biêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

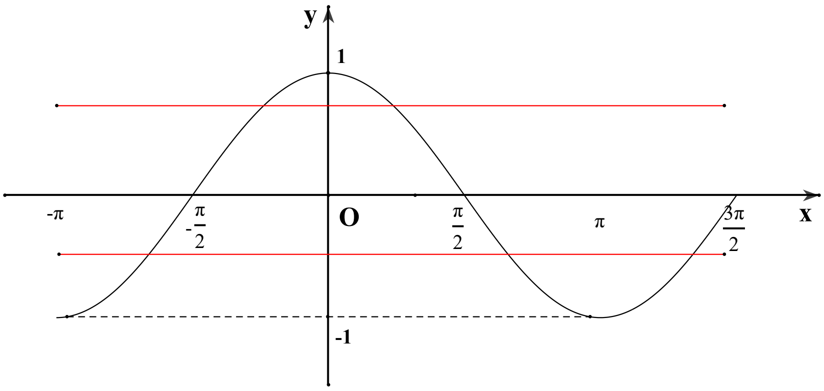
Chọn A



Ta có $3f\left(\cos x\right)-4=0 \Leftrightarrow f\left(\cos x\right)=\frac{4}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\cos x=a<-1 & (1)\\ \cos x=b\in\left(-1;0\right) & (2)\\ \cos x=c\in\left(0;1\right) & (3)\\ \cos x=d>1 & (4)\end{array}\right.$.

Phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

Xét đồ thị hàm số $y=\cos x$ với $x\in\left[-\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$.



Phương trình (2) có 3 nghiệm trên đoạn $\left[-\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình (3) có 2 nghiệm trên đoạn $\left[-\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm trên đoạn $\left[-\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng (-100;100) để phương trình $e^x-m=\ln(x+m)$ có 2 nghiệm phân biệt ?

A. 97 . **B.** 100 . **C.** 99 . **D.** 98 .

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x+m>0 \Leftrightarrow m>-x$

Đặt $\ln(x+m)=t \Leftrightarrow x+m=e^t \Leftrightarrow m=e^t-x$

Thay vào biểu thức ban đầu ta có:

$e^x-(e^t-x)=t$

$\Leftrightarrow e^x+x=e^t+t$

Xét hàm $f(x)=e^x+x$ có $f'(x)=e^x+1>0 \forall x\in R$

Như vậy, hàm $f(x)$ là hàm đồng biến trên R.

Mà $f(x)=f(t)$ nên $x=t$.

Khi đó:

$m=e^x-x$

Xét hàm $g(x)=e^x-x$ có $g'(x)=e^x-1$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	
g(x)	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m>1$

Kết hợp với điều kiện ban đầu, ta được 98 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 48: Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{4}<b<a<1$. Gía trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\log_a\left(\frac{4b-1}{4}\right)+4\log_{\frac{b^2}{a}}a$ bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có :

$(2b-1)^2\geq 0 \Leftrightarrow 4b-1\leq 4b^2$

Thay vào biểu thức T ban đầu :

$T=\log_a\left(\frac{4b-1}{4}\right)+4\log_{\frac{b^2}{a}}a$

$\geq \log_a\left(\frac{4b^2}{4}\right)+\frac{4}{\log_a\frac{b^2}{a}}\left(\frac{1}{4}<b<a<1\right)$

$=\log_a b^2+\frac{4}{\log_a b^2-1}$

$=2\log_a b+\frac{4}{2\log_a b-1}$

Đặt $\log_a b=t(t>1)$ biểu thức T trở thành:

$T\geq 2t+\frac{4}{2t-1}=2t-1+\frac{4}{2t-1}+1\geq 2\sqrt{(2t-1).\frac{4}{2t-1}}+1=5$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 2b-1=0 \\ 2t-1=\dfrac{4}{2t-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{1}{2} \\ 2\log_a b-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{1}{2} \\ \log_a b=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{1}{2} \\ a=\sqrt[\frac{3}{2}]{\dfrac{1}{2}} \end{cases}$

(Thỏa mãn điều kiện bài toán)

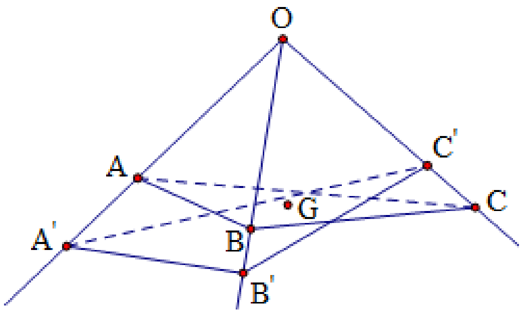
Vậy giá trị nhỏ nhất của T bằng 5.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;-1), B(2;0;3), C(3;2;1)$ và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (P) đi qua điểm G (không đi qua O) cắt các tia OA, OB, OC lần lượt tại A', B', C'. Khối tứ diện $OA'B'C'$ có thể tích nhỏ nhất bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\dfrac{V_{O.ABC}}{V_{O.A'B'C'}} = \dfrac{OA}{OA'} \cdot \dfrac{OB}{OB'} \cdot \dfrac{OC}{OC'}$.

Vì A', B', C' và G đồng phẳng $\Rightarrow \exists k, l, m$ sao cho $k+l+m=1$ và $k.\overrightarrow{OA'} + l.\overrightarrow{OB'} + m.\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OG}$.

G là trọng tâm tam giác ABC ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3.\overrightarrow{OG}$

$\Rightarrow \dfrac{OA}{OA'}.\overrightarrow{OA'} + \dfrac{OB}{OB'}.\overrightarrow{OB'} + \dfrac{OC}{OC'}.\overrightarrow{OC'} = 3.\overrightarrow{OG}$

$\Rightarrow k = \dfrac{OA}{3OA'}; l = \dfrac{OB}{3OB'}; m = \dfrac{OC}{3OC'}$

$\Rightarrow \dfrac{OA}{OA'} + \dfrac{OB}{OB'} + \dfrac{OC}{OC'} = 3k + 3l + 3m = 3$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có

$\Rightarrow \dfrac{OA}{OA'} + \dfrac{OB}{OB'} + \dfrac{OC}{OC'} \ge 3\sqrt[3]{\dfrac{OA}{OA'} \cdot \dfrac{OB}{OB'} \cdot \dfrac{OC}{OC'}} \Leftrightarrow \dfrac{OA}{OA'} \cdot \dfrac{OB}{OB'} \cdot \dfrac{OC}{OC'} \le 1$.

Khi đó $\dfrac{V_{O.ABC}}{V_{O.A'B'C'}} \le 1 \Rightarrow V_{O.A'B'C'} \ge V_{O.ABC}$.

Mà $V_{O.ABC} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}\right| = \dfrac{1}{2}$, nên $\min V_{O.A'B'C'} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 50: Cho a,b là hai số dương thỏa mãn $\log_2\dfrac{a+2b}{a+b+1}+a+3b=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{ab}}+\dfrac{1}{b}$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $6+r3$. **C.** $6+\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(a+2b)-\log_2(a+b+1)+2a+4b+1=a+b+1$

$\Leftrightarrow \log_2 2(a+2b)+2(a+2b)=\log_2(a+b+1)+a+b+1 \ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ trên $(0;+\infty)\Rightarrow f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 2}+1>0\ \forall t\in(0;+\infty)$.

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

$(1)\Leftrightarrow f(2a+4b)=f(a+b+1)\Leftrightarrow 2a+4b=a+b+1\Leftrightarrow a=1-3b$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi $a+b\geq 2\sqrt{ab}\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{ab}}\geq\dfrac{2}{a+b}$, nên $P\geq\dfrac{2}{a+b}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{b-2b^2}$.

Xét hàm số $f(b)=\dfrac{1}{b-2b^2}$ trên $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$.

Ta có $f'(b)=\dfrac{4b-1}{(b-2b^2)^2}; f'(b)=0\Leftrightarrow b=\dfrac{1}{4}$.

Bảng biến thiên

b	0		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$
$f'(b)$		$-$	0	$+$	
$f(b)$		$\searrow$	8	$\nearrow$	

$P\geq 8$. $\min P=8$ khi $a=b=\dfrac{1}{4}$.

---------- **HẾT** ----------