SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT QUANG HÀ

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT
ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT 2021, LẦN 1
Môn Toán
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi: 121

Họ, tên thí sinh:... Số báo danh: ....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là M, m. Giá trị biểu thức $P = M^2 + m^2$ bằng

A. $P = \frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $P = \frac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, và công bội q = 2. Tính u_3.

A. $u_3 = 8$ **B.** $u_3 = 4$ **C.** $u_3 = 18$ **D.** $u_3 = 6$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2)$ **D.** $(-3;1)$

Câu 4: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và hai mặt bên (SAB), (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là **đúng**?

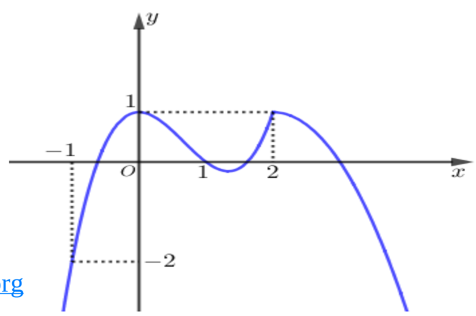
A. Hàm số nghịch biến trên $R \setminus \{1\}$

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

Câu 6: Cho hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x^2) - \frac{x^6}{3} + x^4 - x^2$ đạt cực tiểu tại bao nhiêu điểm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 7: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$ nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận. Tính tổng $S = m^2 + n^2 - 2$.

A. $S = 0$ **B.** $S = 2$ **C.** $S = -1$ **D.** $S = 1$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $\arcsin\frac{3}{5}$. **D.** $45°$.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$.

Câu 10: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là:

A. Mười sáu **B.** Mười hai **C.** Ba mươi **D.** Hai mươi

Câu 11: Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 12 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 20

Câu 12: Đường cong sau đây là đồ thị hàm số nào?

A. $y = -x^3 - 3x + 2$ **B.** $y = x^3 - 3x + 2$ **C.** $y = -x^3 + 3x + 2$ **D.** $y = x^3 + 3x - 2$

Câu 13: Tìm hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$?

A. h = 84 **B.** h = 560 **C.** h = 672 **D.** h = 280

Câu 14: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\frac{x^2 + mx + m}{x+1}\right|$ trên $[1;2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = -1$ **B.** $y = -1$ **C.** $y = \frac{1}{4}$ **D.** $x = \frac{1}{4}$

Câu 16: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m+5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn [-4; 4] và có bảng biến thiên trên đoạn [-4; 4] như sau

x	-4		-2		0		4
y'		+	0	-	0	+	
y	-10	↗	0	↘	-4	↗	10

Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

B. $\min\limits_{(-4;4)} y = -4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y = 10$.

C. $\max\limits_{[-4;4]} y = 10$ và $\min\limits_{[-4;4]} y = -10$.

D. $\max\limits_{(-4;4)} y = 0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y = -4$.

Câu 18: Cho K là một khoảng hoặc nữa khoảng hoặc một đoạn. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên K. Mệnh đề nào **không đúng**?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K thì $f'(x) \ge 0, \forall x \in K$.

B. Nếu $f'(x) \ge 0, \forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K.

C. Nếu hàm số $y = f(x)$ là hàm số hằng trên K thì $f'(x) = 0, \forall x \in K$.

D. Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi trên K.

Câu 19: Cho hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam, 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

A. $\frac{1}{252}$ **B.** $\frac{8}{63}$ **C.** $\frac{1}{63}$ **D.** $\frac{1}{945}$

Câu 20: Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		-	‖	-	
y	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2

A. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$. **B.** $y = \frac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y = \frac{2-x}{x+1}$ **D.** $y = \frac{x-4}{2x+2}$.

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp S.AMEN.

A. $\frac{V}{12}$ **B.** $\frac{V}{27}$ **C.** $\frac{V}{9}$ **D.** $\frac{V}{6}$

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$ $+\infty$	$\|\|$	$-\infty$ $\nearrow$	-1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. (-1;1]. **B.** $\left(-\sqrt{2};-1\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{2};-1\right]$. **D.** (-1;1).

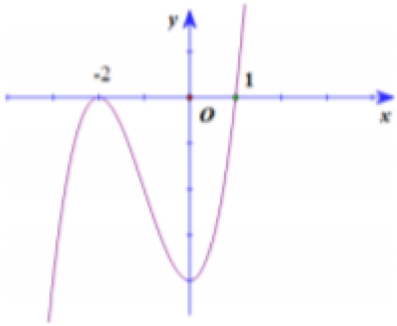
Câu 23: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với AB = a, AD = 2a, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng:

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 24: Cho tập A có 20 phần tử. Hỏi tập A có bao nhiêu tập hợp con khác rỗng mà có số phần tử chẵn

A. 2^{20} **B.** $\frac{2^{20}}{2}-1$ **C.** $2^{20}+1$ **D.** 2^{19}

Câu 25: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x\right)=1$.

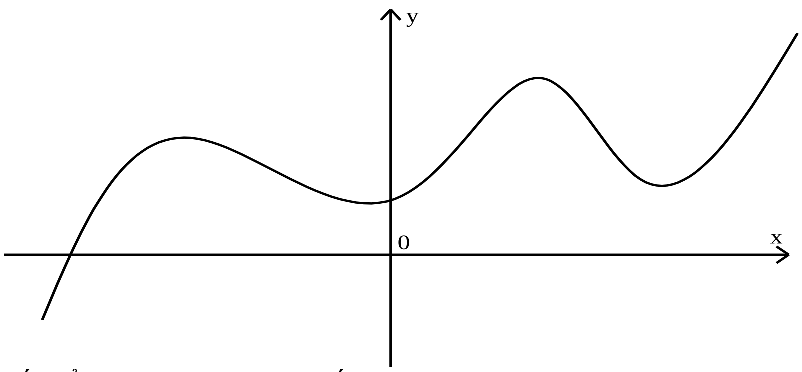


A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp\left(ABC\right)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm và liên tục trên R, có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 0

Câu 28: Gọi $M\left(x_M;y_M\right)$ là một điểm thuộc $\left(C\right): y=x^3-3x^2+2,$ biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm $N\left(x_N;y_N\right)$ (khác M) sao cho $P=5x_M^2+x_N^2$ đạt GTNN. Tính OM.

A. $OM=\dfrac{5\sqrt{10}}{27}.$ **B.** $OM=\dfrac{7\sqrt{10}}{27}.$ **C.** $OM=\dfrac{\sqrt{10}}{27}.$ **D.** $OM=\dfrac{10\sqrt{10}}{27}.$

Câu 29: Hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;0\right)$ **B.** $\left(1;2\right)$ **C.** $\left(2;+\infty\right)$ **D.** $\left(0;2\right)$

Câu 30: Tìm $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}.$

A. 3 **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

Câu 31: Cho khối chóp có thể tích V, diện tích đáy là B và chiều cao h. Tìm khẳng định đúng?

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh.$ **B.** $V=\sqrt{Bh}.$ **C.** $V=Bh.$ **D.** $V=3Bh.$

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $f\left(-1\right)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số **B.** $x_0=0$ là điểm cực đại của hàm số

C. $x_0=1$ là điểm cực tiểu của hàm số **D.** $M\left(0;2\right)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số

Câu 33: Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}.$ **B.** $\sqrt{2}.$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}.$ **D.** $2\sqrt{3}.$

Câu 34: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V. Tính V.

A. $V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{320}.$ **B.** $V=\dfrac{9\sqrt{2}a^3}{320}.$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{96}.$ **D.** $V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{80}.$

Câu 35: Cho k $\in$ N, n $\in$ N. Trong các công thức về số các chỉnh hợp và số các tổ hợp sau, công thức nào là công thức đúng?

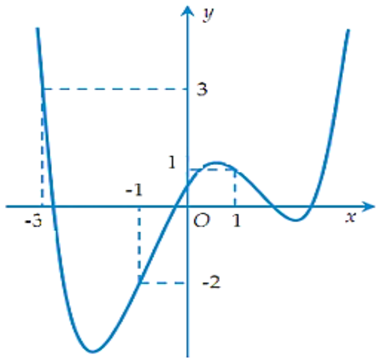
A. $C_{n+1}^k=C_n^k+C_n^{k-1}$ (với $1\le k\le n$). **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ (với $0\le k\le n$).

C. $C_{n+1}^k=C_n^{k+1}$ (với $0\le k\le n-1$). **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$ (với $0\le k\le n$).

Câu 36: Cho hình chóp S.ABC có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H nằm trong tam giác ABC sao cho $AHB=150^0, BHC=120^0,$ $CHA=90^0.$ Biết tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp S.HAB, S.HBC, S.HCA là $\dfrac{124}{3}\pi.$ Tính thể tích khối chóp S.ABC.

A. $\frac{9}{2}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $4a^3$ **D.** 4

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2019$. Trong các mệnh đề sau:

(I) $g(0)<g(1)$

(II) $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$

(IV) $\max\limits_{[-3;1]} g(x)=\max\limits_{[-3;1]}\{g(-3);g(1)\}$

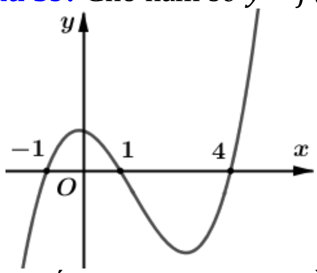
Số mệnh đề **đúng** là?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB và AD (M và N không trùng với A) sao cho $\frac{AB}{AM}+2\frac{AD}{AN}=4$. Kí hiệu V,V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp SABCD và SMBCDN. Tìm giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{17}{14}$

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới



Hàm số $g(x)=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. (4;7). **B.** (−1;2). **C.** (2;3). **D.** $(-\infty;-1)$

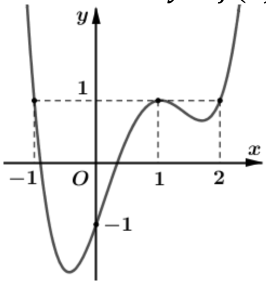
Câu 40: Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=3a,SB=4a,SC=5a$ Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$

A. $V=20a^3$ **B.** $V=10a^3$ **C.** $V=\frac{5a^3}{2}$. **D.** $V=5a^3$

Câu 41: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận?

A. $y=x^2$ **B.** $y=2x$ **C.** $y=\frac{x-1}{x}$ **D.** $y=0$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới



Đặt $g(x) = f(x) - x$, khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $g(-1) > g(1) > g(2)$. **B.** $g(-1) < g(1) < g(2)$.
C. $g(2) < g(-1) < g(1)$. **D.** $g(1) < g(-1) < g(2)$.

Câu 43: Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$ tại điểm M(1;-2)

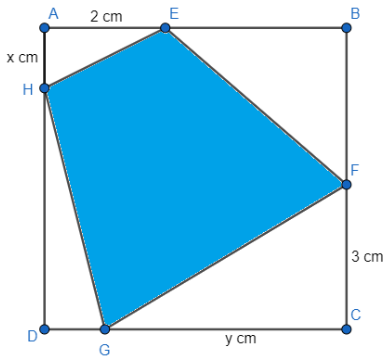
A. $y = -3x + 1$ **B.** $y = -3x - 1$ **C.** $y = 3x - 5$ **D.** $y = -2$.

Câu 44: Cho phương trình: $\sin^3 x + 2\sin x + 3 = \left(2\cos^3 x + m\right)\sqrt{2\cos^3 x + m - 2} + 2\cos^3 x + \cos^2 x + m$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

A. 4. **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 45: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Trong đó $\mathrm{AE} = 2(\mathrm{cm}), \mathrm{AH} = \mathrm{x}(\mathrm{cm}), \mathrm{CF} = 3(\mathrm{cm}), \mathrm{CG} = \mathrm{y}(\mathrm{cm})$. Tìm tổng $\mathrm{x} + \mathrm{y}$ để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.

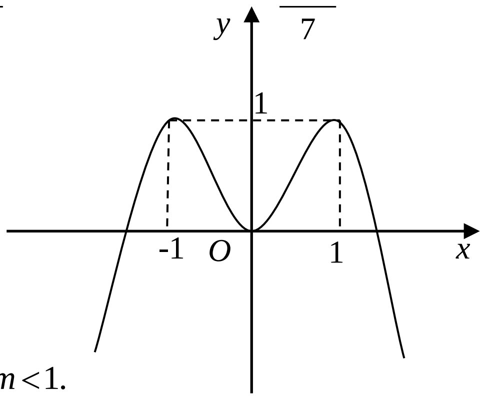


A. $\mathrm{x} + \mathrm{y} = 7$ **B.** $\mathrm{x} + \mathrm{y} = 5$ **C.** $\mathrm{x} + \mathrm{y} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\mathrm{x} + \mathrm{y} = 4\sqrt{2}$

Câu 46: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD). Tính $\cos\alpha$

A. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{21}}{14}$ **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Câu 47: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có hai nghiệm phân biệt.



A. $m = 1$ hoặc $m < 0$. **B.** $0 < m < 1$.
C. $m < 1$. **D.** $m > 0$.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 6$ có 2 cực trị:

A. 1 **B.** 4 **C.** Vô số **D.** 2

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-(1-m)x+2m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 50: Cho khối đa diện đều giới hạn bởi hình đa diện (H), khẳng định nào sau đây là sai?

A. Các mặt của (H) là những đa giác đều có cùng số cạnh.
B. Mỗi cạnh của một đa giác của (H) là cạnh chung của nhiều hơn hai đa giác.
C. Khối da diện đều (H) là một khối đa diện lồi.
D. Mỗi đỉnh của (H) là đỉnh chung của cùng một số cạnh.

----------- HẾT ----------

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

TRƯỜNG THPT QUANG HÀ *Phụ lục 3*

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM KHẢO SÁT TỐT NGHIỆP THPT 2021, LẦN 1, MÔN TOÁN

Stt	Mã đề 121		Mã đề 220		Mã đề 321		Mã đề 420		Mã đề 521		Mã đề 620	
	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA
1	1	A	1	C	1	A	1	A	1	A	1	C
2	2	A	2	C	2	C	2	C	2	A	2	B
3	3	A	3	C	3	B	3	B	3	C	3	A
4	4	B	4	D	4	C	4	A	4	B	4	D
5	5	C	5	C	5	B	5	B	5	C	5	B
6	6	D	6	B	6	C	6	A	6	B	6	A
7	7	A	7	D	7	A	7	A	7	A	7	D
8	8	B	8	A	8	B	8	B	8	B	8	A
9	9	C	9	A	9	D	9	A	9	C	9	B
10	10	D	10	A	10	D	10	D	10	B	10	C
11	11	C	11	D	11	D	11	A	11	D	11	C
12	12	C	12	A	12	C	12	B	12	D	12	B
13	13	D	13	C	13	C	13	B	13	D	13	B
14	14	D	14	B	14	B	14	C	14	C	14	B
15	15	C	15	C	15	C	15	D	15	B	15	C
16	16	A	16	A	16	B	16	C	16	B	16	C
17	17	C	17	B	17	A	17	D	17	D	17	C
18	18	B	18	B	18	D	18	A	18	D	18	D
19	19	B	19	D	19	B	19	B	19	B	19	A
20	20	A	20	C	20	B	20	C	20	A	20	C
21	21	D	21	B	21	D	21	C	21	D	21	B
22	22	B	22	C	22	D	22	C	22	C	22	A
23	23	C	23	C	23	B	23	D	23	D	23	B
24	24	B	24	B	24	D	24	B	24	D	24	D
25	25	C	25	D	25	B	25	A	25	A	25	C
26	26	C	26	A	26	C	26	A	26	C	26	B
27	27	C	27	D	27	D	27	A	27	C	27	D
28	28	D	28	A	28	D	28	A	28	C	28	B
29	29	D	29	B	29	A	29	C	29	B	29	B
30	30	D	30	A	30	D	30	D	30	A	30	A
31	31	A	31	B	31	A	31	C	31	C	31	C
32	32	D	32	A	32	B	32	A	32	C	32	D
33	33	C	33	D	33	C	33	B	33	B	33	D
34	34	B	34	D	34	A	34	B	34	B	34	D
35	35	A	35	D	35	A	35	C	35	A	35	A
36	36	B	36	B	36	A	36	D	36	A	36	B
37	37	D	37	A	37	C	37	D	37	C	37	A
38	38	C	38	A	38	B	38	D	38	D	38	B
39	39	B	39	B	39	A	39	B	39	B	39	D
40	40	B	40	B	40	A	40	C	40	C	40	A
41	41	C	41	A	41	D	41	B	41	C	41	A
42	42	A	42	C	42	C	42	D	42	A	42	C
43	43	A	43	B	43	A	43	A	43	A	43	C
44	44	A	44	A	44	C	44	B	44	D	44	A
45	45	C	45	C	45	D	45	C	45	D	45	D
46	46	D	46	D	46	B	46	D	46	A	46	B
47	47	A	47	B	47	A	47	C	47	C	47	D
48	48	D	48	D	48	B	48	D	48	B	48	C

49	49	B	49	C	49	C	49	A	49	A	49	D
50	50	B	50	D	50	B	50	D	50	D	50	A

ĐÁP ÁN

1-A	**2-A**	**3-A**	**4-B**	**5-C**	**6-D**	**7-A**	**8-B**	**9-C**	**10-D**
11-C	**12-B**	**13-D**	**14-D**	**15-C**	**16-A**	**17-C**	**18-B**	**19-C**	**20-A**
21-D	**22-B**	**23-C**	**24-B**	**25-C**	**26-C**	**27-C**	**28-D**	**29-B**	**30-D**
31-A	**32-D**	**33-C**	**34-A**	**35-A**	**36-B**	**37-D**	**38-C**	**39-B**	**40-B**
41-C	**42-A**	**43-A**	**44-A**	**45-C**	**46-D**	**47-A**	**48-D**	**49-A**	**50-B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A.

Từ bảng biến thiên, ta thấy $M=\frac{1}{2}, m=-\frac{1}{2}$.

Vậy $P=M^2+m^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$.

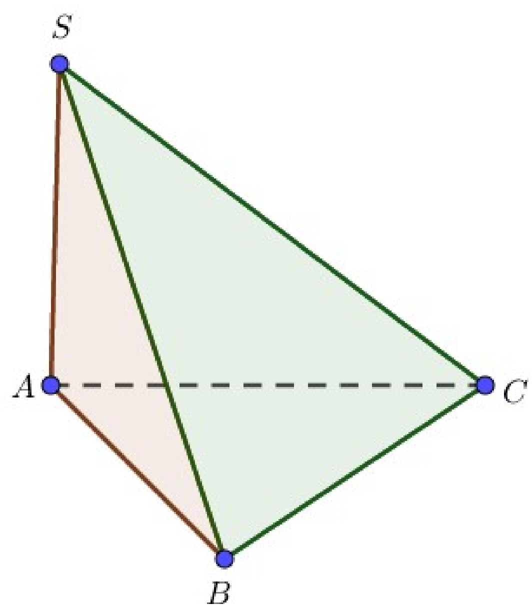
Câu 2: Chọn A.

Ta có: $u_3=u_1.q^2=2.2^2=8$.

Câu 3: Chọn A.

$f'(x)>0$ với $x\in(-2;0)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 4: Chọn B.



ABC là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hai mặt bên $(SAB),(SAC)$ cùng vuông góc với mặt đáy nên $SA\perp(ABC)$.

Trong tam giác vuông SAC ta có: $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

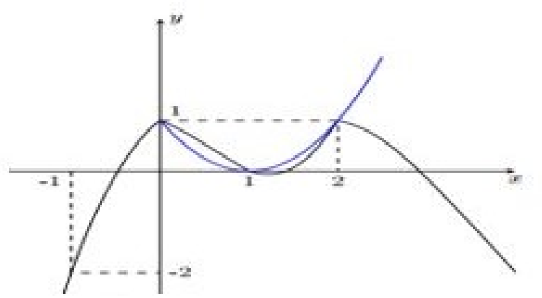
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 5: Chọn C.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}<0$ với mọi $x\in D$. Suy ra, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 6: Chọn D.



Ta có $g'(x)=2xf'(x^2)-2x^5+4x^3-2x$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=0\\ f'(x^2)-x^4+2x^2-1=0\,(1)\end{array}\right.$.

Đặt $t=x^2\,(t\geq 0)$, khi đó $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=1\\ t=2\end{array}\right.\Rightarrow(1)$ có nghiệm $x=0,x=\pm1,x=\pm\sqrt{2}$.

$f'(t)>t^2-2t+1\Leftrightarrow 0<t<1\Leftrightarrow 0<x^2<1\Leftrightarrow -1<x<1$.

$f'(t)<t^2-2t+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<0\\ t>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$	

Suy ra, hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-\dfrac{x^6}{3}+x^4-x^2$ đạt cực tiểu tại một điểm.

Câu 7: Chọn A.

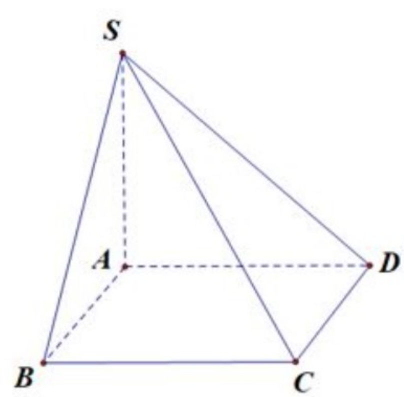
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục $Ox \Rightarrow m-2n-3=0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục $Oy \Rightarrow m+n=0$.

Suy ra (m,n) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} m-2n-3=0 \\ m+n=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases} \Rightarrow S=0.$$

Câu 8: Chọn B.



Có $(SD,(ABCD))=(SD,AD)=\angle SDA$.

Xét ΔSAD vuông tại A có: $\tan SDA=\dfrac{SA}{AD}=\sqrt{3} \Rightarrow \angle SDA=60^0 \Rightarrow (SD,(ABCD))=60^0$.

Câu 9: Chọn C.

Hàm số liên tục trên đoạn [1;3].

+ Ta có: $f'(x)=3x^2-16x+16; f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-16x+16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\notin[1;3] \\ x=\dfrac{4}{3}\in[1;3] \end{array}\right.$

+ $f(1)=0; f(3)=-6; f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{13}{27}$. Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=\frac{13}{27}$.

Câu 10: Chọn D.

Hình mười hai mặt đều có 20 đỉnh.

Câu 11: Chọn C.

Giả sử hình chóp có đáy là đa giác n cạnh $(n \geq 3)$ nên có n cạnh bên.

Tổng số cạnh của hình chóp là $2n=20 \Leftrightarrow n=10$. Khi đó hình chóp có 10 mặt bên và 1 mặt đáy. Vậy hình chóp có 11 mặt.

Câu 12: Chọn B.

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a>0$, đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ nên chỉ có hàm số $y=x^3-3x+2$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 13: Chọn D.

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là:

$$T_{k+1}=C_7^k\left(x^2\right)^{7-k}\left(\frac{2}{x}\right)^k=C_7^k 2^k.x^{14-3k}.$$

Vì số hạng có chứa x^5 nên: $14-3k=5 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số cần tìm là $h=C_7^3.2^3=280$.

Câu 14: Chọn D.

Đặt $y=h(x)=\left|\frac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^2+mx+m}{x+1}=\frac{x^2}{x+1}+m$, ta có: $f'(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}>0, \forall x \in [1;2]$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

$$\min\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=\frac{1}{2}+m, \max\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=\frac{4}{3}+m.$$

Nếu $\frac{1}{2}+m>0 \Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$ thì $\max\limits_{[1;2]} h(x)=m+\frac{4}{3}$, suy ra: $\frac{4}{3}+m=2 \Leftrightarrow m=\frac{2}{3}$ (thỏa mãn).

Nếu $\frac{4}{3}+m<0 \Leftrightarrow m<-\frac{4}{3}$ thì $\max\limits_{[1;2]} h(x)=\left|m+\frac{1}{2}\right|$, suy ra: $\left|m+\frac{1}{2}\right|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{3}{2}(l) \\ m=-\frac{5}{2} \end{array}\right.$.

Nếu $\frac{1}{2}+m<0<\frac{4}{3}+m \Leftrightarrow -\frac{4}{3}<m<-\frac{1}{2}$ thì: $\left|m+\frac{1}{2}\right| \le |m|+\frac{1}{2} \le \frac{4}{3}+\frac{1}{2}=\frac{11}{6}<2,$ suy ra:

$$\left|m+\frac{4}{3}\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+\frac{4}{3}=2 \\ m+\frac{4}{3}=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{2}{3} \\ m=-\frac{10}{3} \end{array}\right. \text{ (không thỏa mãn).}$$

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn: $m=-\frac{5}{2}$ và $m=\frac{2}{3}$.

Câu 15: Chọn C.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\frac{1}{4}; \lim\limits_{x\to-\infty} y=\frac{1}{4} \Rightarrow$ đường thẳng $y=\frac{1}{4}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 16: Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

*) Nếu $m=0$ ta có $y=5x$. Đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

*) Nếu $m \ne 0$. Ta có: $y'=mx^2-4mx+3m+5$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow mx^2-4mx+3m+5 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \le 0 \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2-m(3m+5) \le 0 \\ m>0 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-5m \le 0 \\ m>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le m \le 5 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m \le 5$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $0<m \le 5$.

Vậy $0<m \le 5, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 17: Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{[-4;4]} y=10$ khi $x=4$ và $\min\limits_{[-4;4]} y=-10$ khi $x=-4$.

Tuy nhiên hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

Câu 18: Chọn B.

Phát biểu đúng là "nếu $f'(x) \ge 0, \forall x \in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K".

Câu 19: Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$

Gọi A là biến cố "xếp 5 nam và 5 nữ ngồi đối diện nhau"

Đánh số cặp ghế đối diện nhau là C_1, C_2, C_3, C_4, C_5

Xếp 5 bạn nam vào 5 cặp ghế có 5! cách.

Xếp 5 bạn nữ vào 5 cặp ghế có 5! cách.

Ở mỗi cặp ghế, ta có 2 cách xếp một cặp nam, nữ ngồi đối diện.

$\Rightarrow$ Số phần tử của A là $n(A)=5!.5!.2^5=460800$.

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{460800}{10!}=\frac{8}{63}.$$

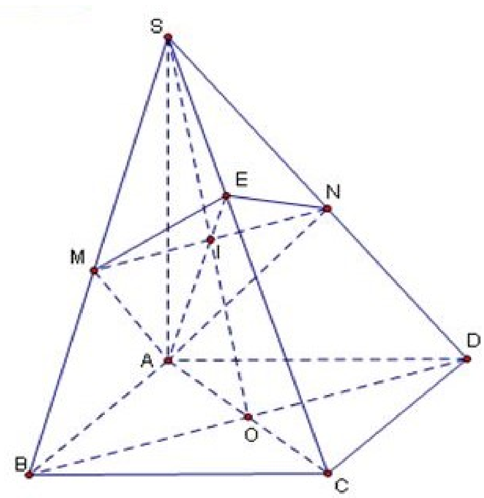
Câu 20: Chọn A.

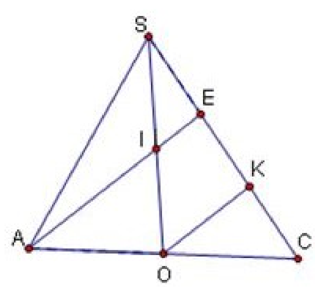
Do đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$ nên loại đáp án C và D.

Xét đáp án A có $y'=\dfrac{-5}{(x-1)^2}<0, \forall x\in D,$ tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2,$ tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$ nên chọn.

Xét đáp án B có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0, \forall x\in D$ nên loại.

Câu 21: Chọn D.





Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$.

Trong (SAC). Gọi $I=SO\cap AE$.

Từ I, kẻ đường thẳng song song với đường thẳng BD cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại M, N.

Gọi K là trung điểm $EC \Rightarrow SE=EK=KC$.

Do OK là đường trung bình của tam giác $CAE \Rightarrow OK//IE \Rightarrow \frac{SI}{SO}=\frac{SE}{SK}=\frac{1}{2}$.

Do $MN//BD \Rightarrow \frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{SI}{SO}=\frac{1}{2}$

Ta có: $V_{S.AMBN}=V_{S.AMB}+V_{S.ABN}$.

$\frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SE}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AME}=\frac{1}{6}V_{S.ABC}$.

$\frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}}=\frac{SN}{SD}.\frac{SE}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.ANE}=\frac{1}{6}V_{S.ACD}$.

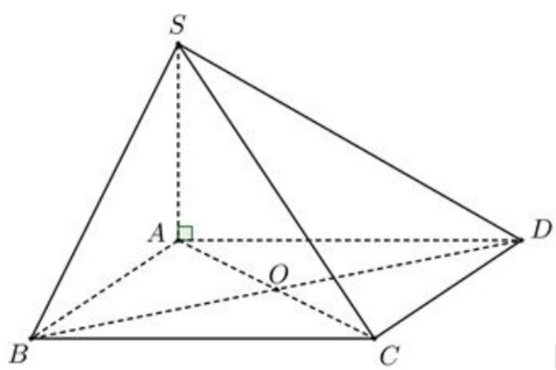
$V_{S.AMBN}=V_{S.AMB}+V_{S.ABN}=\frac{1}{6}\left(V_{S.ABC}+V_{S.ACD}\right)=\frac{1}{6}V_{S.ABCD}$.

$\Rightarrow V_{S.AMBN}=\frac{1}{6}V$.

Câu 22: Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi $m\in\left(-\sqrt{2};-1\right)$.

Câu 23: Chọn C.



Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD}=AB.AD=a.2a=2a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.2a^2=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Câu 24: Chọn B.

Số tập hợp con khác rỗng của tập hợp A mà có k phần tử là $C_{20}^k\left(k\in\mathbb{N},0\le k\le 20\right)$.

Khi đó tổng số tập hợp con khác rỗng mà có số phần tử chẵn là $S=C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}$.

Xét $\left(1+x\right)^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1x+C_{20}^2x^2+...+C_{20}^{20}x^{20}$.

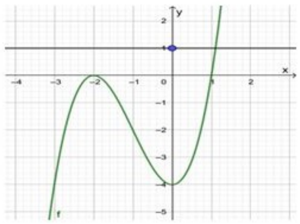
Cho $x=1$, ta được $2^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1+C_{20}^2+...+C_{20}^{20}\left(1\right)$

Cho $x=-1,$ ta được $0=C_{20}^{0}-C_{20}^{1}+C_{20}^{2}-...+C_{20}^{20}\left(2\right).$

Công vế theo vế (1) và (2), ta được

$2^{20}=2\left(C_{20}^{0}+C_{20}^{2}+C_{20}^{4}+...+C_{20}^{20}\right)\Leftrightarrow 2\left(S+1\right)=2^{20}\Leftrightarrow S=2^{19}-1.$

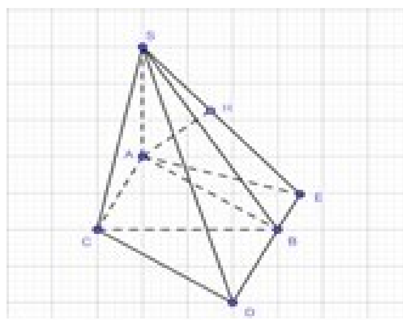
Câu 25: Chọn C.



Từ đồ thị hàm số dễ thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại đúng 1 điểm nên phương trình $f\left(x\right)=1$ có đúng 1 nghiệm.

Vậy mệnh đề C đúng.

Câu 26: Chọn C.



Trong mp $\left(ABC\right)$ kẻ hình bình hành $ABDC, AE\perp BD;$ trong mp $\left(SAE\right)$ kẻ $AH\perp SE.$

Theo giả thiết:

$\begin{cases} SA\perp\left(ABC\right) \\ AE\perp BD \end{cases}\Rightarrow SA\perp BD\Rightarrow BD\perp\left(SAE\right)$

$\Leftrightarrow BD\perp AH$ mà $AH\perp SE$ nên $AH\perp\left(SBD\right).$

Ta lại có $BD//AC\Rightarrow AC//\left(SBD\right)\Rightarrow d\left(AC,SB\right)=d\left(AC,\left(SBD\right)\right)=d\left(A,\left(ABD\right)\right)=AH$.

Mặt khác: Vì $SA\perp\left(ABC\right)$ nên $\widehat{\left(SA,\left(ABC\right)\right)}=\widehat{SBA}=60^0, SA=AB.\tan 60^0=a\sqrt{3}.$

Vì $ABDC$ là hình bình hành nên $\widehat{ABD}=180^0-\widehat{BAC}=120^0$ do đó điểm E nằm ngoài đoạn thẳng BD và góc $\widehat{ABE}=60^0\Rightarrow AE=AB\sin 60^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Tam giác SAE vuông có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{5}{3a^2}\Rightarrow AH^2=\frac{3a^2}{5}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và SB là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 27: Chọn C.

Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy hàm số có 4 điểm cực trị

Vậy đáp án đúng là đáp án **C.**

Câu 28: Chọn D.

Hàm số $y=x^3-3x^2+2$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=3x^2-6x\Rightarrow$ Tiếp tuyến của (C) tại $M\left(x_M;y_M\right)$ có phương trình là:

$$y=\left(3x_M^2-6x_M\right)\left(x-x_M\right)+x_M^3-3x_M^2+2$$

Tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm $N\left(x_N;y_N\right)$ (khác M) nên $x_M;x_N$ là nghiệm của phương trình:

$x^3-3x^2+2=\left(3x_M^2-6x_M\right)\left(x-x_M\right)+x_M^3-3x_M^2+2$

$\Leftrightarrow\left(x^3-x_M^3\right)-3\left(x^2-x_M^2\right)-\left(3x_M^2-6x_M\right)\left(x-x_M\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(x-x_M\right)^2\left(x+2x_M-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_M\\x=-2x_M+3\end{array}\right.$

M khác $N\Leftrightarrow x_M\neq-2x_M+3\Leftrightarrow 3x_M\neq 3\Leftrightarrow x_M\neq 1\Rightarrow x_N=-2x_M+3$

Khi đó: $P=5x_M^2+x_N^2=5x_M^2+\left(-2x_M+3\right)^2=9x_M^2-12x_M+9=\left(3x_M-2\right)^2+5\geq 5$ với $\forall x_M$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\left(3x_M-2\right)^2=0\Leftrightarrow 3x_M-2=0\Leftrightarrow 3x_M=2\Leftrightarrow x_M=\frac{2}{3}$ (thỏa mãn)

Với $x_M=\frac{2}{3}\Rightarrow y_M=\frac{26}{27}\Rightarrow OM=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{26}{27}\right)^2}=\frac{10\sqrt{10}}{27}$

Vậy $OM=\frac{10\sqrt{10}}{27}$.

Câu 29: Chọn B.

Ta có $y'=-3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 30: Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(2+\dfrac{1}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2.$

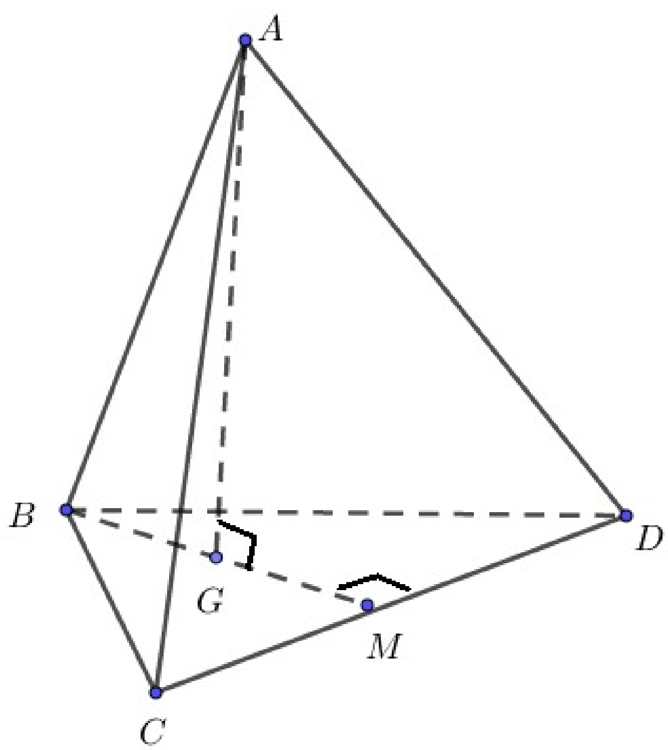
Câu 31: Chọn A.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\dfrac{1}{3}Bh.$

Câu 32: Chọn D.

$M(0;2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Câu 33: Chọn C.



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm của CD ta có:

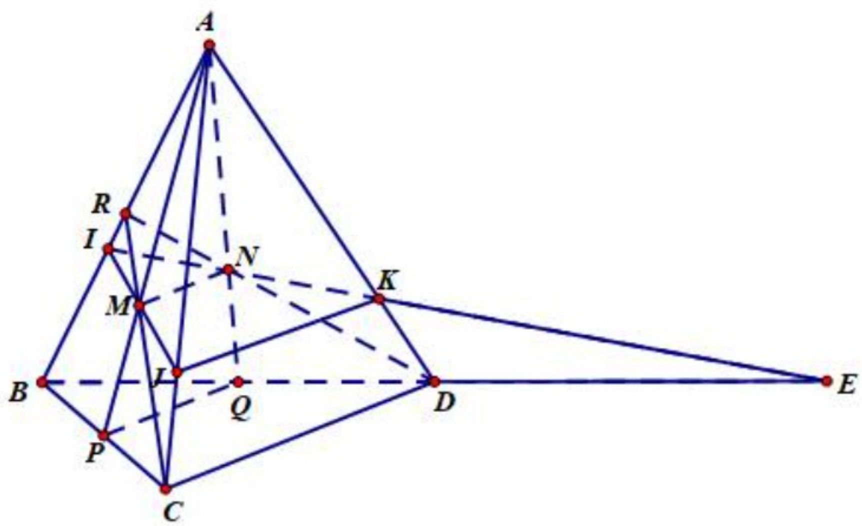
$BM=2\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}; BG=\dfrac{2}{3}BM=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

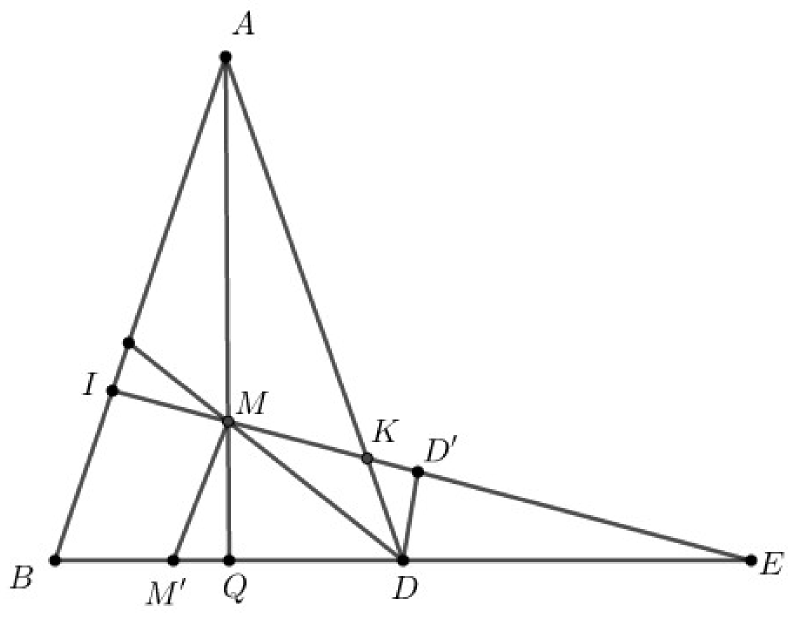
$AG \perp (BCD) => AG \perp BG => SG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{2^2 - (\frac{2\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} BM.CD = \frac{1}{2}.\sqrt{3}.2 = \sqrt{3}$

$=> V_{ABCD} = \frac{1}{3} AG.S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.\frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 34: Chọn A.





Xét mặt phẳng chứa tam giác ABD. Gọi D' trên IE sao cho $DD'//AQ$ ta có: $\frac{DD'}{MQ} = \frac{ED}{EQ} = \frac{2}{3}$

Mà $\Delta KDD' \sim \Delta KAM \Rightarrow \frac{KD}{KA} = \frac{DD'}{AM} = \frac{DD'}{2MQ} = \frac{1}{3}$

Gọi M' trên BD sao cho $MM'//AB$. Ta có:

$$M'Q=\frac{1}{3}BQ=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}BE=\frac{1}{12}BE\Rightarrow EM'=3EQ+QM'=\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)BE=\frac{5}{6}BE$$

$$\Rightarrow\frac{MM'}{IB}=\frac{EM'}{EB}=\frac{5}{6}\Rightarrow MM'=\frac{5}{6}IB$$

Xét mặt tam giác ABQ. Ta có $\frac{MM'}{AB}=\frac{QM}{QA}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{5}{6}\frac{IB}{AB}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{IB}{AB}=\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{AI}{AB}=\frac{3}{5}$

Vì $MN//PQ//CD\Rightarrow MN//(ACD)\Rightarrow MN//JK//CD\Rightarrow\frac{AJ}{AC}=\frac{AK}{AD}=\frac{3}{4}$

Vì $ABCD$ là tứ diện đều có cạnh bằng $a\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

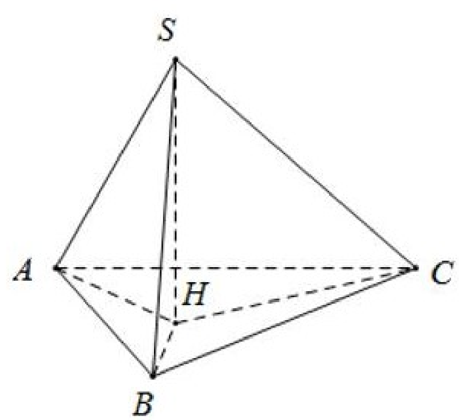
Ta lại có: $\frac{V_{AIJK}}{V_{ABCD}}=\frac{AI}{AB}.\frac{AJ}{AC}.\frac{AK}{AD}=\frac{3}{5}.\frac{3}{4}.\frac{3}{4}=\frac{27}{80}\Rightarrow V_{AIJK}=\frac{27}{80}V_{ABCD}=\frac{27}{80}\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=\frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$

Câu 35: Chọn A.

Trong các công thức về số các chỉnh hợp và số các tổ hợp công thức đúng là $C_{n+1}^k=C_n^k+C_n^{k-1}$ (với $1\le k\le n$).

Công thức $A_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!},C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!},C_{n+1}^k=C_n^{k+1}$ là các công thức sai.

Câu 36: Chọn B.



Gọi R_1,R_2,R_3 lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác $\Delta HAB,\Delta HBC,\Delta HAC$

Áp dụng định lý sin vào các $\Delta HAB,\Delta HBC,\Delta HAC$ ta có:

$$AB=2R_1\sin\widehat{AHB}\Rightarrow R_1=\frac{AB}{2\sin\widehat{AHB}}=2.$$

$$BC=2R_2\sin\widehat{BHC}\Rightarrow R_2=\frac{BC}{2\sin\widehat{BHC}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$AC = 2R_3 \sin \widehat{CHA} \Rightarrow R_1 = \frac{AC}{2\sin \widehat{CHA}} = 1.$$

Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp các tứ diện $S.HAB, S.HBC, S.HAC$.

Nhận xét: Trong hình chóp $S.HAB$ với $SH \perp (HAB)$ ta có $r_1^2 = R_1^2 + \left(\frac{SH}{2}\right)^2$.

Khi đó $r_1^2 = R_1^2 + \left(\frac{SH}{2}\right)^2; r_2^2 = R_2^2 + \left(\frac{SH}{2}\right)^2; r_3^2 = R_3^2 + \left(\frac{SH}{2}\right)^2$.

Suy ra $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + \frac{3.SH^2}{4}$.

Do tổng diện tích các mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB, S.HBC, S.HCA$ là $\frac{124}{3}\pi$

Ta có: $4\pi\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2\right) = \frac{124}{3}\pi \Leftrightarrow r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = \frac{31}{3}$.

Khi đó: $\frac{31}{3} = R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + \frac{3.SH^2}{4} \Leftrightarrow SH^2 = \frac{4}{3}\left(\frac{31}{3} - R_1^2 + R_2^2 + R_3^2\right) = \frac{16}{3} \Rightarrow SH = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{4\sqrt{3}}{3}.\frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4}{3}$ (đvtt).

Câu 37: Chọn D.

Ta có: $g'(x) = f'(x) - \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) = f'(x) - h(x)$.

Ta vẽ đồ thị hàm số $h(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ và $y = f'(x)$ trên cùng một hệ trục:

Đồ thị hàm số $y = h(x)$ có đỉnh $I(-1;-2)$ và đi qua các điểm $(-3;-3),(1;1)$.

x	-3		-1		1
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$g(x)$	$g(-3)$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(1)$

Từ bảng biến thiên suy ra

(I) $g(0) < g(1)$. **Đúng.**

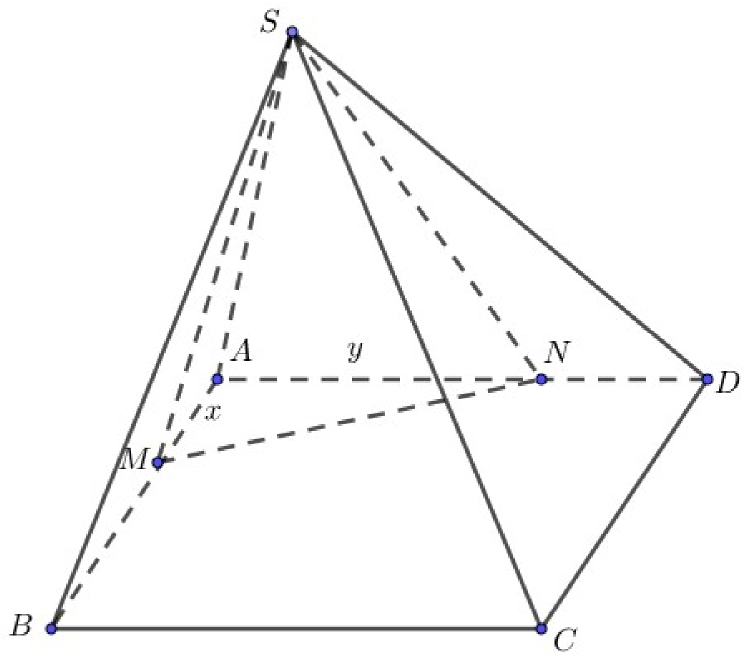
$(II)\ \min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. **Đúng.**

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$. **Đúng.**

$(IV)\ \max\limits_{[-3;1]} g(x) = \max\limits_{[-3;1]}\{g(-3); g(1)\}$. **Đúng.**

Vậy cả bốn mệnh đề đều đúng.

Câu 38: Chọn C.



Ta có: $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{V_{S.MBCDN}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{V_{S.ABCD} - V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} = 1 - \dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} = 1 - k$

Với $k = \dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{S_{\Delta AMN}}{S_{ABCD}} = \dfrac{S_{\Delta AMN}}{2S_{ABD}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{AM.AN}{AB.AD}$

Mặt khác ta có: $4 = \dfrac{AB}{AM} + 2\dfrac{AD}{AN} \geq 2\sqrt{\dfrac{AB}{AM}.2\dfrac{AD}{AN}} \Leftrightarrow 2 \geq \dfrac{AB}{AM}.\dfrac{AD}{AN} \Leftrightarrow \dfrac{AM}{AB}\dfrac{AN}{AD} \geq \dfrac{1}{2}$.

Suy ra: $k = \dfrac{1}{2}\dfrac{AM.AM}{AB.AD} \geq \dfrac{1}{4}$.

$k_{\min} = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \dfrac{AB}{AM} = \dfrac{2AD}{AN} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} AM = 2AM \\ AD = AN \end{cases} \Leftrightarrow N \equiv D, M$ là trung điểm của AB.

Suy ra: $\dfrac{V_1}{V} \leq 1 - k_{\min} = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$.

Câu 39: Chọn B.

Ta có $y = g(x) = f(|x-3|) \Rightarrow y' = \dfrac{x-3}{|x-3|}.f'(|x-3|)$.

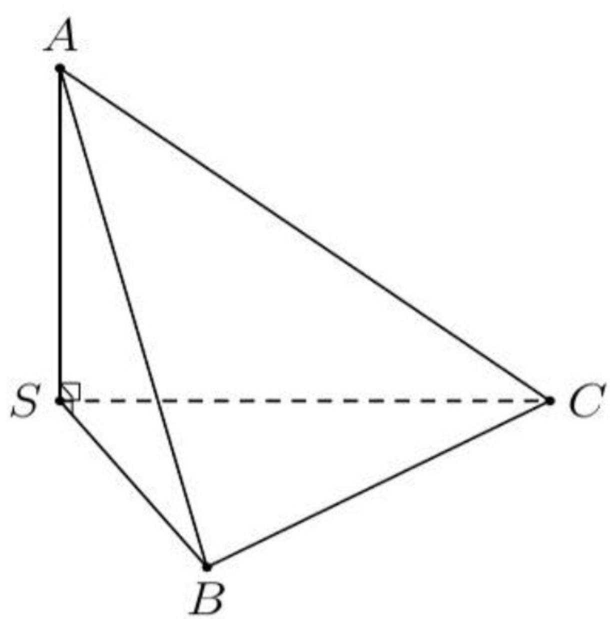
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x-3| = -1\,(L) \\ |x-3| = 1 \\ |x-3| = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \vee x = 4 \\ x = -1 \vee x = 7 \end{array}\right.$$ (Hàm số không có đạo hàm tại $x = 3$).

BBT

x	$-\infty$		-1		2		3		4		7		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 40: Chọn B.



Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên $AS \perp (SBC)$ và ΔSBC vuông tại S.

Nên thể tích khối chóp $SABC$ là $V = \dfrac{1}{6}.SA.SB.SC = \dfrac{1}{6}.3a.4a.5a = 10a^3$.

Câu 41: Chọn C.

Hàm số $y = \dfrac{x-1}{x}$ có tập xác định $D = (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = 1;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y = 1.$ Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1.$

$\lim\limits_{x\to 0^+} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to 0^-} y = +\infty.$ Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0.$

Vậy đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x}$ có tiệm cận.

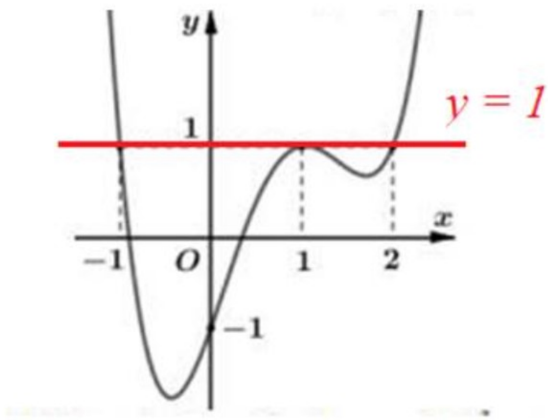
Câu 42: Chọn A.

Hàm số $g(x) = f(x) - x$ có tập xác định $D = \mathbb{R},$ có đạo hàm $g'(x) = f'(x) - 1.$

Ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1.\ \ (1)$

Nhận xét số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = 1.$

Ta có đồ thị như sau:



Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right..$

Với $x = 1$ là nghiệm kép, $x = -1; x = 2$ là nghiệm đơn.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\nearrow$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$	$\searrow$	$g(2)$	$\nearrow$	

Suy ra $g(-1) > g(1) > g(2)$.

Câu 43: Chọn A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M là $k = y'(1) = -3$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$ tại điểm $M(1;-2)$ là

$y = y'(1)(x-1) - 2 = -3x + 1$.

Câu 44: Chọn A.

$\sin^2 x + 2\sin x + 3 = (2\cos^3 x + m)\sqrt{2\cos^3 x + m - 2} + 2\cos^3 x + \cos^2 x + m$

$\Leftrightarrow \sin^3 x + 2\sin x + 1 - \cos^2 x + 2 = (2\cos^3 x + m)\sqrt{2\cos^3 x + m - 2} + 2\cos^3 x + m$

$\Leftrightarrow \sin^3 x + 2\sin x + \sin^2 x + 2 = (2\cos^3 x + m)\sqrt{2\cos^3 x + m - 2} + 2\cos^3 x + m$

Đặt $u = \sqrt{2\cos^3 + m - 2} \Rightarrow u^2 = 2\cos^3 x + m - 2$

Phương trình trở thành:

$\sin^3 x + 2\sin x + \sin^2 x + 2 = (u^2 + 2)u + u^2 + 2$

$\sin^3 x + 2\sin x + \sin^2 x + 2 = u^3 + u^2 + 2u + 2(1)$

Xét hàm đặc trưng: $f(t) = t^3 + t^2 + 2t + 2$

$f'(t) = 3t^2 + 2t + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ là hàm đồng biến

Phương trình $(1) \Leftrightarrow f(\sin x) = f(u) \Leftrightarrow u = \sin x$

Với $u = \sin x$ ta có $\sqrt{2\cos^3 x + m - 2} = \sin x \Leftrightarrow 2\cos^3 x + m - 2 = \sin^2 x$

$$\Leftrightarrow -m = 2\cos^3 x + \cos^2 x - 1$$

Đặt $X = \cos x$ phương trình trở thành $-m = 2X^3 + X^2 - 1(2)$

Với $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow X \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Ứng với mỗi $X \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ thì có duy nhất một giá trị của $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ do đó phương trình ban đầu có đúng một nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ thì phương trình (2) có duy nhất một nghiệm thuộc $X \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$

Xét hàm $g(X) = 2X^3 + X^2 - 1$

$g'(X)=6X^2+2X; g'(X)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X=0 \\ X=-\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

X	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		0		1
$g'(X)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(X)$	-3	↗	$-\frac{80}{27}$	↘	-3	↗	0

Từ bảng biến thiên ta có phương trình (2) có duy nhất một nghiệm thuộc $X \in \left(-\dfrac{1}{2};1\right]$ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ -\dfrac{80}{27}<m\le 0 \end{array}\right.$$

Mà m nguyên nên $m\in\{-3;-2;-1;0\}$ do vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 45: Chọn C.

Hai tam giác AHE và CFG đồng dạng suy ra: $\dfrac{CG}{AE}=\dfrac{CF}{AH}\Leftrightarrow\dfrac{y}{2}=\dfrac{3}{x}\Leftrightarrow xy=6.$

Ta có: $S_{EFGH}=S_{ABCD}-S_{AHE}-S_{BEF}-S_{CFG}-S_{DGH}$

$$=36-\frac{1}{2}.2x-\frac{1}{2}.4.3-\frac{1}{2}.3.y-\frac{1}{2}.(6-x).(6-y)$$

$$=36-x-6-\frac{3}{2}.y-\frac{1}{2}.\left(36-6(x+y)+xy\right)$$

$$=36-x-6-\frac{3}{2}.y-\frac{1}{2}.\left(36-6(x+y)+6\right)=9+2x+\frac{3}{2}y$$

Với $y=\dfrac{6}{x}$, ta có: $S_{EFGH}=9+2x+\dfrac{9}{x}$.

Xét hàm số $f(x)=9+2x+\dfrac{9}{x}$, trên khoảng $(0;6)$ ta có: $f'(x)=2-\dfrac{9}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 2-\dfrac{9}{x^2}=0\Rightarrow x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

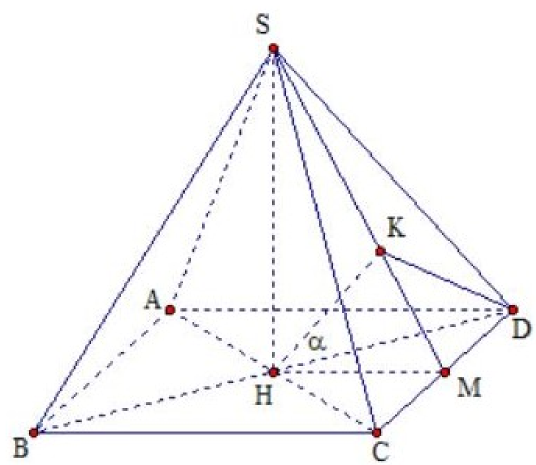
Ta có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{3\sqrt{2}}{2}$		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$9+6\sqrt{2}$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min_{S_{EFGH}} = \min\limits_{(0;6)} f(x) = 9+6\sqrt{2}$ khi $x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$.

Vậy $x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46: Chọn D.



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Hình chóp $S.ABCD$ đều nên H là tâm hình vuông $ABCD, (SAC) \cap (ABCD) = AC$ và $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Ta có: $HD \perp AC \Rightarrow HD \perp (SAC).(1)$

Gọi M là trung điểm của CD, suy ra: $\begin{cases} CD \perp HM \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHM)$ mà $CD \subset (SCD)$.

$\begin{cases} (SCD) \perp (SHM) \\ (SCD) \cap (SHM) = SM \end{cases}$ nên từ H kẻ đường thẳng vuông góc với SM tại K, suy ra $HK \perp (SCD)(2)$

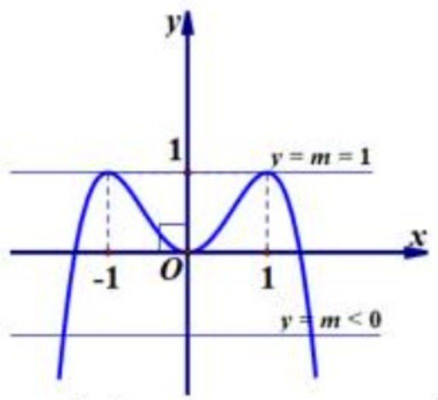
Từ (1) và (2) suy ra: $\alpha = ((SAC),(SCD)) = (HD, HK) = \widehat{KHD}$.

Tam giác KHD vuông tại K có $HD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.\sqrt{2} = a$.

$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HM^2}+\frac{1}{SH^2}=\frac{1}{HM^2}+\frac{1}{SD^2-HD^2}=\frac{2}{a^2}+\frac{1}{4a^2-a^2}=\frac{7}{3a^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy $\cos\alpha=\frac{HK}{HD}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 47: Chọn A.



Số nghiệm của $-x^4+2x^2=m$ là số điểm chung giữa đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số đã vẽ.

Phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m<0\end{array}\right.$.

Câu 48: Chọn D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Nếu $m=-2$ thì $y=3x^2-2x-6$ là hàm số bậc hai nên không thể có hai điểm cực trị.

Xét $m\neq-2$ lúc đó $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-6$ là hàm số bậc ba, hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Ta có $y'=3(m+2)x^2+6x+m$, phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'>0$

$\Leftrightarrow 9-3m(m+2)>0\Leftrightarrow m^2+2m-3<0\Leftrightarrow -3<m<1$.

Vậy tập các giá trị m để hàm số có hai điểm cực trị là $m\in(-3;1)\setminus\{-2\}$. Do đó có tất cả là 2 số nguyên để hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-6$ có hai điểm cực trị là $m=-1$ và $m=0$.

Câu 49: Chọn A.

ĐK: $x\geq-1$ và $x^2-(1-m)x+2m>0$

Xét phương trình $1+\sqrt{x+1}=0$ vô nghiệm.

Xét phương trình $x^2-(1-m)x+2m=0\,(*)$. Để đồ thị hàm số có hai TCĐ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn ĐK $x\geq-1$.

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (1-m)^2 - 8m > 0 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 1 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 5 + 2\sqrt{6} \\ m < 5 - 2\sqrt{6} \end{array}\right..$$

Khi đó gọi hai nghiệm của phương trình là $x_1 > x_2$ ta có:

$$x_1 > x_2 \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} af(-1) \geq 0 \\ \dfrac{S}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 \geq 0 \\ 2 - m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 4$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m \in \left[-2; 5 - 2\sqrt{6}\right) \overset{m \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} m \in \{-2; -1; 0\}$.

Thử lại:

Với $m = -2 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < -1 \end{array}\right. \Rightarrow TXD : D = (4; +\infty)$

Khi đó hàm số có dạng $y = \dfrac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}$ có 1 tiệm cận đứng $x = 4 \Rightarrow$ Loại.

Với $m = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 + \sqrt{3} \\ x < 1 - \sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow TXD : D = \left[-1; 1 - \sqrt{3}\right) \cup \left(1 + \sqrt{3}; +\infty\right)$

Khi đó hàm số có dạng $y = \dfrac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - 2x - 2}}$ có 2 tiệm cận đứng $x = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow TM$.

Khi $m = 0 \Rightarrow x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < 0 \end{array}\right. \Rightarrow TXD : D = [-1; 1) \cup (0; +\infty)$

Khi đó hàm số có dạng $y = \dfrac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - x}}$ có 2 tiệm cận đứng $x = 0; x = 1 \Rightarrow TM$.

Vậy $m \in \{-1; 0\}$.

Câu 50: Chọn B.