

Họ, tên thí sinh.....số báo danh.....

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(0; 4; -1)$ và $B(2; -2; -3)$ là

- A. $(\alpha): x - 3y - z = 0.$
- B. $(\alpha): x - 3y + z = 0.$
- C. $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0.$
- D. $(\alpha): x - 3y + z - 4 = 0.$

Câu 2. E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

- A. 48 giờ.
- B. 12 giờ.
- C. 8 giờ.
- D. 24 giờ.

Câu 3. Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

- A. $b^3 - ba^2 - b.$
- B. $b^3 + b^2a + b.$
- C. $b^3 - b^2a - b.$
- D. $3b^2 - 2ab - 1.$

Câu 4. Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

- A. $-\frac{2}{3}.$
- B. $-3.$
- C. $3.$
- D. $-\frac{3}{2}.$

Câu 5. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2$ là:

- A. $y = -3x + 3.$
- B. $y = 3x.$
- C. $y = 3x + 6.$
- D. $y = 3x - 6.$

Câu 6. Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt: $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du.$
- B. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du.$
- C. $I = \int u^5 du.$
- D. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du.$

Câu 7. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x.$
- B. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x.$
- C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 1).$
- D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$

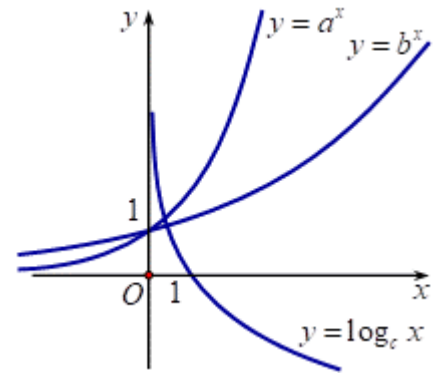
Câu 8. Phương trình $(2, 5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$ có nghiệm là.

- A. $x < 1.$
- B. $x = 2.$
- C. $x \geq 1.$
- D. $x = 1.$

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1”.

- A. $\frac{5}{18}.$
- B. $\frac{2}{9}.$
- C. $\frac{1}{9}.$
- D. $\frac{5}{6}.$

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $c < b < a$. B. $c < a < b$.
 C. $a < b < c$. D. $a < c < b$.

Câu 11. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

- A. $u_2 = 1$. B. $u_2 = -6$. C. $u_2 = 6$. D. $u_2 = -18$.

Câu 13. Phát biểu nào sau đây là sai ?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$. B. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).
 C. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$). D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

Câu 14. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là

- A. $x - y - 2z = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$.
 C. $2x + y - 2z + 1 = 0$. D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 15. Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$?

- A. $x = \log_7 2$. B. $x = \frac{7}{2}$. C. $x = \log_2 7$. D. $x = \sqrt{7}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là:

x	-1	0	2	3		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	0	↗ 5		↘ 1		↗ 4

- A. $f(3)$. B. $f(0)$.
 C. $f(2)$. D. $f(-1)$.

Câu 17. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 1}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.
 C. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.

Câu 19. Phương trình $\log_3(3x - 1) = 2$ có nghiệm là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{10}{3}$. D. $x = \frac{3}{10}$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

- A. $2\sqrt{3}a$. B. $2\sqrt{2}a$. C. $3\sqrt{3}a$. D. $2a$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$

Câu 22. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

- A. Các đỉnh của một hình tứ diện đều. B. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
C. Các đỉnh của một hình bát diện đều. D. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Câu 23. Thể tích của một khối cầu có bán kính R là:

- A. $V = 4\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x} < 2^{x+6}$ là.

- A. $(-\infty; 6)$. B. $(6; +\infty)$. C. $(0; 64)$. D. $(0; 6)$.

Câu 25. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\pi a^2 \sqrt{2}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 26. Tính $F(x) = \int x \cos x dx$ ta được kết quả:

- A. $F(x) = x \sin x - \cos x + C$. B. $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$.
C. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$. D. $F(x) = x \sin x + \cos x + C$.

Câu 27. Với a và b là các số thực dương, a khác 1. Biểu thức $\log_a(a^2 b)$ bằng:

- A. $2 \log_a b$. B. $2 - \log_a b$. C. $1 + 2 \log_a b$. D. $2 + \log_a b$.

Câu 28. Nghiệm bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$ là.

- A. $x > 3$. B. $\frac{5}{3} < x < 3$. C. $-1 < x < \frac{5}{3}$. D. $-1 < x < 3$.

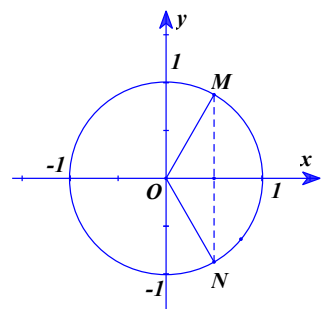
Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F(x) = f(x), \forall x \in K$. B. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 31. Một phương trình có tập nghiệm được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M và N trong hình dưới.



Phương trình đó là:

- A. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$. B. $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$.
C. $2 \cos x - 1 = 0$. D. $2 \sin x - 1 = 0$.

Câu 32. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a+b=-2$ B. $a+b=2$ C. $a+2b=0$ D. $a-2b=0$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 3)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 34. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x)] dx$ bằng:

- A. 2. B. 12. C. 4. D. 8.

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. \mathbb{R} . B. $[1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 36. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \ln 2 + 1$. B. $F(3) = \ln 2 - 1$. C. $F(3) = \frac{7}{4}$. D. $F(3) = \frac{1}{2}$.

Câu 37. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 5. B. Vô số. C. 3. D. 4.

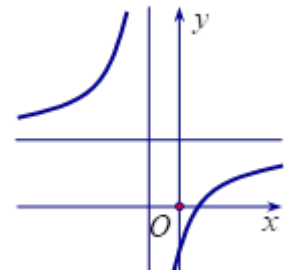
Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại B , C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $4\sqrt{6}$. B. $3\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $5\sqrt{6}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 41. Xét bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

- A. $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. B. $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$. C. $m \in (-\infty; 0)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 42. Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$?

- A. 0. B. 2. C. -4. D. 1.

Câu 43. Cho phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$, gọi $S = \frac{a+\sqrt{b}}{2}$ là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của $a \times b$ là

- A. 12. B. 9. C. -2. D. 13.

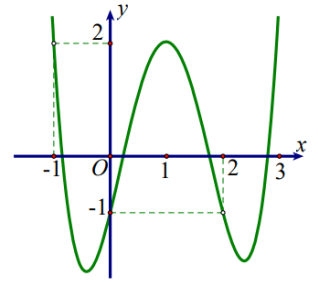
Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$, $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(1) - f(4)$ bằng:

- A. $1 + \frac{1}{3}\ln \frac{8}{5}$. B. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\ln 2$. C. $1 + \ln 80$. D. $\frac{1}{3} - \ln 2$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. C. a . D. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x^2 - 2x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 1) + \frac{2}{3}x^3 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$ B. $(-3; -2)$
C. $(-1; 0)$ D. $(-2; -1)$

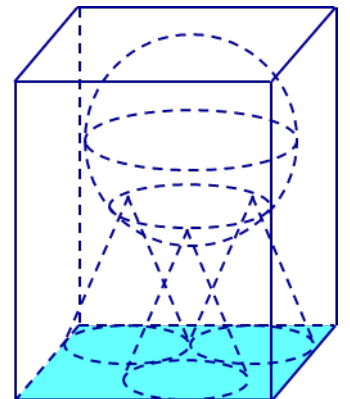
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $AB = a$, có SO vuông góc với mặt đáy và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB là

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{7}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1, f(2) = e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

- A. e^3 . B. $e^{\frac{3}{2}}$. C. $e^{\frac{5}{2}}$. D. e^2 .

Câu 49. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu



vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}$ (cm^3). Tính thể tích nước

ban đầu ở trong bể.

- A. $\approx 1106,2$ (cm^3). B. $\approx 885,2$ (cm^3).

C. $\approx 1174,2 \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $\approx 1209,2 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-1)$, $B(1;1;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (Oxy) sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB}|$ nhỏ nhất ?

A. $(-2;-3;0)$.

B. $(-2;3;0)$.

C. $(2;3;0)$.

D. $(2;-3;0)$.

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [159]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	D	D	C	D	D	A	B	B	B	C	B	D	D	D	C	D	C	B	B	C	B	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	B	B	A	C	B	D	C	C	C	B	A	B	B	B	C	D	D	A	D	C	D	B

Mã đề [282]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	B	B	A	D	B	B	C	C	B	D	B	C	C	B	A	D	D	D	A	D	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	C	D	A	D	D	A	D	C	D	B	D	A	C	B	D	A	D	D	C	C	A	B	B

Mã đề [324]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	D	D	D	D	C	B	B	A	C	C	C	D	A	B	C	C	D	C	D	B	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	B	A	C	C	A	B	A	D	A	D	C	B	A	A	C	B	B	D	A	D	D	D

Mã đề [470]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	C	D	C	C	C	C	B	C	D	D	A	B	D	B	B	D	A	A	D	C	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	D	A	B	C	A	B	C	A	B	D	D	C	A	B	C	A	D	A	A	A	D	B	D

Mã đề [565]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	B	A	C	D	A	B	A	C	C	D	A	D	A	D	D	B	A	B	D	C	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	D	B	A	C	C	A	C	B	B	C	C	D	D	C	C	D	A	A	C	D	A	B

Mã đề [676]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	C	B	D	D	A	A	B	C	C	B	A	B	B	B	D	D	C	C	C	A	B	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	D	D	D	B	A	C	C	C	B	D	A	B	D	A	C	B	A	C	B	B	C	C

Mã đề [724]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	D	C	C	B	A	D	B	C	D	D	B	C	C	B	C	D	C	C	A	D	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	A	A	A	D	D	C	A	D	D	C	B	D	B	C	B	C	A	A	A	B	A	A	A

Mã đề [852]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	C	A	D	D	D	A	B	A	D	A	B	B	D	D	D	C	C	C	B	C	B	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	C	B	C	B	C	B	B	A	D	A	A	C	A	B	A	C	A	B	D	D	A	B

Mã đề [914]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	A	C	B	B	A	B	D	B	C	B	D	B	C	B	B	B	D	D	C	D	A	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	D	A	C	D	A	A	D	A	C	D	A	D	A	A	C	C	D	A	D	B	B	D	D

Mã đề [035]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	B	B	B	B	D	A	A	D	B	C	B	C	B	A	C	C	A	A	C	B	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	B	C	B	C	C	B	B	D	A	C	A	C	D	A	D	D	D	B	D	C	C	D	C

Mã đề [144]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	D	B	C	A	A	B	B	D	A	D	B	A	C	B	C	A	A	D	D	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	A	C	C	B	A	D	D	A	C	D	A	C	A	C	C	B	B	D	C	C	B	B

Mã đề [259]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	A	B	A	D	A	C	D	A	B	D	D	B	D	C	C	A	A	C	D	C	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	D	A	B	C	A	B	D	C	C	D	B	A	B	C	D	D	C	D	D	A	A	C	B

MA TRẬN ĐỀ THI THỬ THPTQG LỚP 12 LẦN 3 NĂM 2023-2024

Chủ đề		Mức độ				
		NB	TH	VD	VDC	TỔNG SỐ
LỚP 11 (6 câu)	Tổ hợp - Xác suất		1 0,2đ			1 0,2đ
	CSC - CSN	1 0,2đ				1 0,2đ
	Giới hạn	1 0,2đ				1 0,2đ
	Đạo hàm-T. Tuyến		1 0,2đ			1 0,2đ
	Lượng giác		1 0,2đ			1 0,2đ
	Góc – Khoảng cách			1 0,2đ		1 0,2đ
LỚP 12 (44 câu)	Đơn điệu, cực trị, GTLN-GTNN, Tiệm Cận, Đồ Thị	2 0,4 đ	2 0,4 đ	1 0,2 đ	1 0,2đ	6 1,2 đ
	Lũy Thừa, logarit, hàm số lũy thừa, hàm số mũ, hàm số logarit	3 0,6 đ	2 0,4đ	1 0,2đ		6 1.2 đ
	Phương trình mũ, phương trình logarit	2 0,2 đ	2 0,4 đ	1 0,2 đ	1 0,2 đ	6 1,2 đ
	Bất phương trình mũ, bất phương trình logarit	1 0.2 đ	1 0.2đ	1 0.2 đ		3 0,6 đ
	Nguyên hàm	1 0,2 đ	2 0,4 đ	2 0,4 đ	1 0,2đ	6 1,2đ
	Khối đa diện, Thể tích khối đa diện		2 0,4đ	1 0,2đ		3 0,6đ
	Thể tích khối Nón, Trụ, Cầu	1 0,2đ	1 0,2đ	1 0,2đ	1 0,2đ	4 0,8đ

Phương pháp tọa độ trong không gian	1 0,2đ	1 0,2đ	1 0,2đ		3 0,6đ
Phương trình mặt phẳng	1 0,2đ	2 0,4đ		1 0,2đ	4 0.8đ
Tích phân	1 0,2đ	2 0,4đ			3 0,6đ
Tổng	15 3,0đ	20 4,0 đ	10 2,0 đ	5 1,0 đ	50 10,0 đ

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.B	5.B	6.B	7.B	8.D	9.A	10.A
11.D	12.B	13.C	14.B	15.C	16.B	17.A	18.C	19.C	20.A
21.A	22.C	23.B	24.A	25.C	26.D	27.D	28.B	29.C	30.B
31.C	32.C	33.B	34.B	35.D	36.A	37.C	38.A	39.C	40.A
41.A	42.D	43.D	44.D	45.B	46.D	47.C	48.C	49.D	50.C

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. $(\alpha): x - 3y - z = 0.$

B. $(\alpha): x - 3y + z = 0.$

C. $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0.$

D. $(\alpha): x - 3y + z - 4 = 0.$

Lời giải

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(1;1;-2)$ của đoạn thẳng AB , và nhận véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}(2, -6, -2)$. Chọn véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; -3; -1)$

Khi đó phương trình mặt phẳng trung trực (α) là

$$x - 3y - z - [1 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + (-2) \cdot (-1)] = 0 \Leftrightarrow x - 3y - z = 0.$$

Câu 2. E.coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E.coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn E.coli là 671088640 con?

A. 48 giờ

B. 12 giờ

C. 8 giờ

D. 24 giờ

Lời giải

Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli tăng gấp đôi.

Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E.coli trong đường ruột.

Vậy sau $20.n$ phút thì số lượng vi khuẩn E.coli là 40.2^n

Theo giả thiết ta có $40.2^n = 671088640 \Leftrightarrow n = \log_2 \frac{671088640}{40} = 24$

Do đó cần số phút là $20.24 = 480$ (phút) = 8 (giờ)

Câu 3. Với a, b là các tham số thực, giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

A. $b^3 - ba^2 - b.$

B. $b^3 + b^2a + b.$

C. $b^3 - b^2a - b.$

D. $3b^2 - 2ab - 1.$

Lời giải

$$\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx = (x^3 - ax^2 - x) \Big|_0^b = b^3 - ab^2 - b.$$

Câu 4. Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

A. $-\frac{2}{3}.$

B. $-3.$

C. $3.$

D. $-\frac{3}{2}.$

Lời giải

$$\log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3.$$

Câu 5. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2$ là:

A. $y = -3x + 3.$

B. $y = 3x.$

C. $y = 3x + 6.$

D. $y = 3x - 6.$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) .

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0$$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 2$ nên $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow x_0 = 1$. Suy ra $y_0 = 3$

và tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có phương trình $y = 3x$

Câu 6. Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt: $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. **B.** $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$. **C.** $I = \int u^5 du$. **D.** $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$.

Lời giải

Đặt $u = 4x^4 - 3$ suy ra $du = (4x^4 - 3)' dx = 16x^3 dx$ hay $\frac{1}{16} du = x^3 dx$

Khi đó nguyên hàm trở thành $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx = \int \frac{1}{16} u^5 du = \frac{1}{16} \int u^5 du$.

Câu 7. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực \mathbb{R} ?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x+1)$. **D.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{2}{e} < 1$ nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 8. Phương trình $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$ có nghiệm là

A. $x < 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x \geq 1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Ta có $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{5x-7} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-x-1} \Leftrightarrow 5x-7 = -x-1 \Leftrightarrow x=1$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 1$.

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc xắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 1”.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6^2 = 36$.

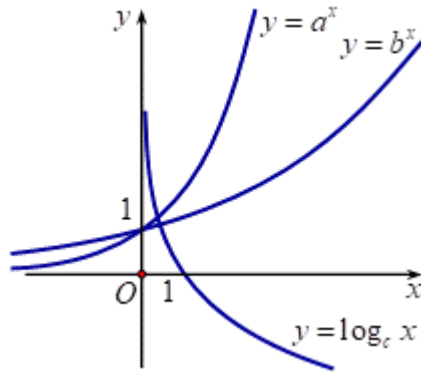
Gọi biến cố A : “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 1”.

Ta có $A = \{(1;2); (2;1); (2;3); (3;2); (3;4); (4;3); (4;5); (5;4); (5;6); (6;5)\}$

Suy ra $n(A) = 10$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $c < b < a$. **B.** $c < a < b$. **C.** $a < b < c$. **D.** $a < c < b$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $c < b < a$.

Câu 11. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$$f'(x) = 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$	0	$\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		$-\frac{17}{4}$		-2		$-\frac{17}{4}$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

- A.** $u_2 = 1$. **B.** $u_2 = -6$. **C.** $u_2 = 6$. **D.** $u_2 = -18$.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = (-2) \cdot 3 = -6$.

Câu 13. Phát biểu nào sau đây là sai ?

- A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$. **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).
- C.** $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ ($|q| > 1$) **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

Lời giải

Câu C sai vì điều kiện phải là $|q| < 1$

Câu 14. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là

A. $x - y - 2z = 0$.

B. $2x + y - 2z = 0$.

C. $2x + y - 2z + 1 = 0$

D. $2x - y + 2z = 0$

Lời giải

Ta có $\vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$

Phương trình $(P): 2(x-0) + (y-0) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z = 0$

Câu 15. Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$?

A. $x = \log_7 2$.

B. $x = \frac{7}{2}$.

C. $x = \log_2 7$.

D. $x = \sqrt{7}$.

Lời giải

Ta có: $2^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là:

x	-1	0	2	3		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			5		1	4

(Note: In the original image, arrows indicate the function values at the critical points: an arrow from 0 to 5, an arrow from 5 to 1, and an arrow from 1 to 4.)

A. $f(3)$.

B. $f(0)$.

C. $f(2)$.

D. $f(-1)$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 3]$ là $f(0)$.

Câu 17. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 1}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ TCN: $y = 0$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} y, \lim_{x \rightarrow -1^-} y, \lim_{x \rightarrow 1^+} y, \lim_{x \rightarrow 1^-} y$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là 1. Chọn A

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.

C. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$.

Lời giải

Ta có tâm $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - 9} = \sqrt{5}$. Chọn C

Câu 19. Phương trình $\log_3(3x-1) = 2$ có nghiệm là:

A. $x = 3$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{10}{3}$.

D. $x = \frac{3}{10}$.

Lời giải

$$\log_3(3x-1) = 2 \Leftrightarrow 3x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$$

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$.

B. $2\sqrt{2}a$.

C. $3\sqrt{3}a$.

D. $2a$.

Lời giải

Đặt $x = AB$ ($x > 0$).

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = a^3 \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} a \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = a^3 \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = 12a^2 \Leftrightarrow x = 2a\sqrt{3}.$$

Vậy $AB = 2a\sqrt{3}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $(1; 2; -3)$.

B. $(1; -2; 3)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Câu 22. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

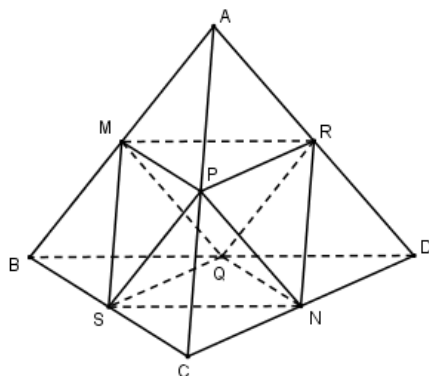
A. Các đỉnh của một hình tứ diện đều.

B. Các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.

C. Các đỉnh của một hình bát diện đều.

D. Các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Lời giải



Trung điểm các cạnh của tứ diện đều $ABCD$ tạo thành một hình bát diện đều $MNPQRS$.

Câu 23. Thể tích của một khối cầu có bán kính R là

- A.** $V = 4\pi R^3$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Thể tích của một khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- A.** $(-\infty; 6)$. **B.** $(6; +\infty)$. **C.** $(0; 64)$. **D.** $(0; 6)$.

Lời giải

Ta có $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(-\infty; 6)$.

Câu 25. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A.** $\pi a^2 \sqrt{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Do hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a nên độ dài đường sinh và bán kính đáy của hình nón lần lượt là $l = a$ và $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Tính $F(x) = \int x \cos x \, dx$ ta được kết quả:

- A.** $F(x) = x \sin x - \cos x + C$. **B.** $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$.
C. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$. **D.** $F(x) = x \sin x + \cos x + C$.

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int x \cos x \, dx = x \sin x - \int \sin x \, dx = x \sin x + \cos x + C$

Câu 27. Với a và b là các số thực dương, a khác 1. Biểu thức $\log_a(a^2 b)$ bằng

- A. $2 \log_a b$. B. $2 - \log_a b$. C. $1 + 2 \log_a b$. **D.** $2 + \log_a b$.

Lời giải

Ta có $\log_a (a^2 b) = \log_a (a^2) + \log_a b = 2 + \log_a b$

Câu 28. Nghiệm bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} (3x-5) > \log_{\frac{1}{5}} (x+1)$ là

- A. $x > 3$. **B.** $\frac{5}{3} < x < 3$. C. $-1 < x < \frac{5}{3}$. D. $-1 < x < 3$.

Lời giải

Ta có bất phương trình đã cho tương đương

$$\begin{cases} 3x-5 < x+1 \\ 3x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{5}{3} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\frac{5}{3} < x < 3$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F(x) = f(x), \forall x \in K$. B. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

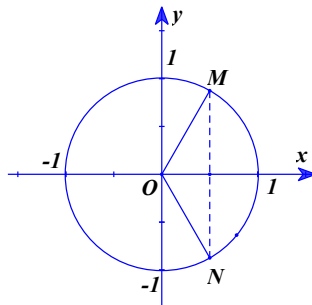
Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là:

- A. $(2; -3; -1)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

Tọa độ của vector \vec{a} là $(-1; 2; -3)$.

Câu 31. Một phương trình có tập nghiệm được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M và N trong hình dưới.



Phương trình đó là:

- A. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$. B. $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$. **C.** $2 \cos x - 1 = 0$. D. $2 \sin x - 1 = 0$.

Lời giải

Hai điểm M, N đối xứng qua trục Ox nên ta loại đáp án A và D

MN cắt Ox tại điểm có hoành độ $x = \frac{1}{2}$

Ta có $2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$ Vậy C là đáp án đúng.

Câu 32. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a+b = -2$. **B.** $a+b = 2$. **C.** $a+2b = 0$. **D.** $a-2b = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx &= \left(\ln|x+1| + \ln|x+2| \right) \Big|_0^1 = \left(\ln \frac{|x+1|}{|x+2|} \right) \Big|_0^1 = \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2} = \ln \frac{4}{3} = \ln 4 - \ln 3 \\ &= 2 \ln 2 - \ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a+2b = 0$ Chọn đáp án C

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 3)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x) \leq 0, \forall x \in (-1; 0)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

Câu 34. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x)] dx$ bằng:

- A.** 2. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

$$\text{Ta có } J = \int_0^2 [4f(x)] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx = 4 \cdot 3 = 12.$$

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A.** \mathbb{R} . **B.** $[1; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định là $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Do vậy, chọn D.

Câu 36. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A.** $F(3) = \ln 2 + 1$. **B.** $F(3) = \ln 2 - 1$. **C.** $F(3) = \frac{7}{4}$. **D.** $F(3) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln |x-1| + C$

$F(2) = 1$ nên $C = 1$

Do đó $F(x) = \ln |x-1| + 1 \Rightarrow F(3) = \ln 2 + 1$. Chọn A.

Câu 37. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

- A.** 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ mx-8 > 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{2}}(x-1) &= \log_2(mx-8) \Leftrightarrow 2\log_2(x-1) = \log_2(mx-8) \\ \Leftrightarrow 2\log_2(x-1)^2 &= \log_2(mx-8) \Leftrightarrow (x-1)^2 = mx-8 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x + 9 &= mx \Leftrightarrow m = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 9}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ có $f'(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$

Lập bảng biến thiên:

x	1	3	$+\infty$
y'	-	0	+
y	8	4	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta suy ra $4 < m < 8$

Thử lại:

+ Với $m = 5$ ta có

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(5x-8), \quad \left(x > \frac{8}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2(5x-8) \Leftrightarrow x^2 - 7x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}, (t/m)$$

+ Với $m = 6$ ta có

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(6x-8), \quad \left(x > \frac{4}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2(6x-8) \Leftrightarrow x^2 - 8x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{7} \\ x = 4 - \sqrt{7} \end{cases}, (t/m)$$

+ Với $m = 6$ ta có

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(7x-8), \quad \left(x > \frac{8}{7}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2(7x-8) \Leftrightarrow x^2 - 9x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9+3\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{9-3\sqrt{5}}{2} \end{cases}, (t/m)$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại B , C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $4\sqrt{6}$.

B. $3\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $5\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $b, c > 0$. Phương trình mặt phẳng (ABC) tức mặt phẳng (P) :

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

$$\text{Vì } M \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1.$$

$$\Leftrightarrow bc = 2(b+c)$$

Áp dụng hệ quả BĐT Cauchy cho hai số không âm, ta có: $2(b+c) = bc \leq \frac{(b+c)^2}{4}$

$$\Leftrightarrow (b+c)^2 \geq 8(b+c)$$

$$\Leftrightarrow (b+c)(b+c-8) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow b+c \geq 8$$

$$\overline{AB} = (-2; b; 0), \quad \overline{AC} = (-2; 0; c) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (bc, 2c, 2b)$$

$$\text{Diện tích tam giác : } S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overline{AB}, \overline{AC}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{4(b+c)^2 + 4b^2 + 4c^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4(b+c)^2 + 4b^2 + 4c^2} = \sqrt{(b+c)^2 + b^2 + c^2}$$

Xét: $b^2 + c^2 \geq \frac{1}{2}(b+c)^2 \Leftrightarrow (b-c)^2 \geq 0$ (luôn đúng)

Nên $S_{ABC} = \sqrt{(b+c)^2 + b^2 + c^2} \geq \sqrt{(b+c)^2 + \frac{1}{2}(b+c)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}(b+c) \geq 4\sqrt{6}$

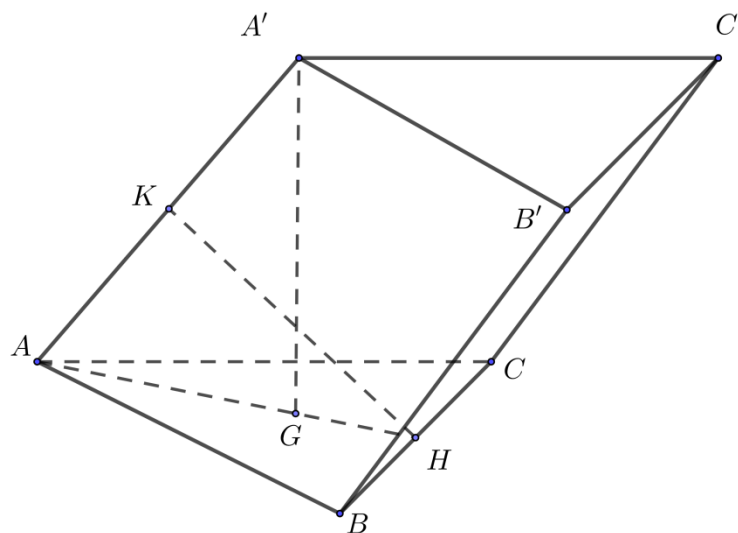
Vậy, diện tích của tam giác ABC đạt GTNN bằng $4\sqrt{6}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} b=c \\ b+c=8 \end{cases} \Leftrightarrow b=c=4$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải



Kẻ $HK \perp AA'$ suy ra $HK = d(AA', BC)$

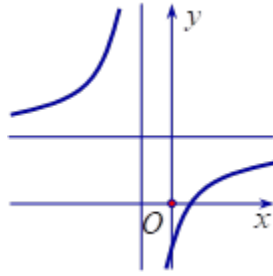
Do tam giác AGA' đồng dạng tam giác AKH suy ra

$$\frac{AA'}{A'G} = \frac{AH}{KH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{a\sqrt{3}} = 2 \Rightarrow AA' = 2A'G$$

Xét tam giác $AA'G$ ta có: $AA'^2 = A'G^2 + AG^2 \Rightarrow 3A'G^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow A'G = \frac{a}{3}$

Vậy thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = c$. Dựa vào đồ thị $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = a$. Dựa vào đồ thị $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị giao với Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$. Dựa vào đồ thị $\Rightarrow -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 41. Xét bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

- A.** $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. **B.** $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$. **C.** $m \in (-\infty; 0)$. **D.** $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 2 + \log_2 x)^2 - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2m\log_2 x - 1 < 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \log_2 x$, $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - 2mt - 1 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{t^2 - 1}{2t}, t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Xét $g(t) = \frac{t^2 - 1}{2t}$ có $g'(t) = \frac{t^2 + 1}{2t^2} > 0, t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Ta có bảng biến thiên của hàm $g(t)$ như sau:

x	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$		
	$-\frac{3}{4}$	

Để $\log_2^2 x - 2m \log_2 x - 1 < 0, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $m > \underset{\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)}{\text{Min}} g(t) = g\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$.

Vậy $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$?

A. 0.

B. 2.

C. -4.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 + 2 \log_2 3}{\log_2 3 + 1} = 2 + \frac{\log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1}$$

Khi đó $a = 2; b = -2; c = 1$ nên $a + b + c = 1$

Câu 43. Cho phương trình $\frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$, gọi $S = \frac{a + \sqrt{b}}{2}$ là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của $a \times b$ là

A. 12.

B. 9.

C. -2.

D. 13.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} -2 < x < -\frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+2} + x + 2 - 2\sqrt{x+2} + 1 = \log_2 \left(2 + \frac{1}{x}\right) + \left(2 + \frac{1}{x} - 1\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x+2} + \left(\sqrt{x+2} - 1\right)^2 = \log_2 \left(2 + \frac{1}{x}\right) + \left(2 + \frac{1}{x} - 1\right)^2$$

Xét hàm số

$$f(t) = \log_2 t + (t-1)^2, \forall t > 0 \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2(t-1) = \frac{2 \ln 2 \cdot t^2 - 2 \ln 2 \cdot t + 1}{t \ln 2} > 0, \forall t > 0.$$

Vậy $f(t)$ là hàm số đồng biến $\forall t > 0$.

Suy ra

$$f(\sqrt{x+2}) = f\left(2 + \frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2 + \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 (t/m), x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} (t/m), x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \text{ (loại)}.$$

$$\text{Suy ra tổng } S = -1 + \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow a = 1, b = 13.$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$, $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(1) - f(4)$ bằng:

A. $1 + \frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$.

B. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln 2$.

C. $1 + \ln 80$.

D. $\frac{1}{3} - \ln 2$.

Lời giải

Ta có: $\int \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx = \int \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C, x \neq 2; x \neq -1$

Vì vậy $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C_1, x \in (-\infty; -1) \\ \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C_2, x \in (-1; 2) \\ \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C_3, x \in (2; +\infty) \end{cases}$

Theo giả thiết: $f(0) = \frac{1}{3} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \ln 2$

và $f(-3) - f(3) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} \ln \frac{5}{2} - \frac{1}{3} \ln \frac{1}{4} + C_1 - C_3 = 0 \Rightarrow C_1 - C_3 = -\frac{1}{3} \ln 10$

Vì vậy $f(-4) + f(1) - f(4) = \frac{1}{3} \ln 2 + C_1 + \frac{1}{3} \ln \frac{1}{2} + C_2 - \frac{1}{3} \ln \frac{2}{5} - C_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \ln 8 = \frac{1}{3} - \ln 2$.

Do đó chọn đáp án D.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (P) .

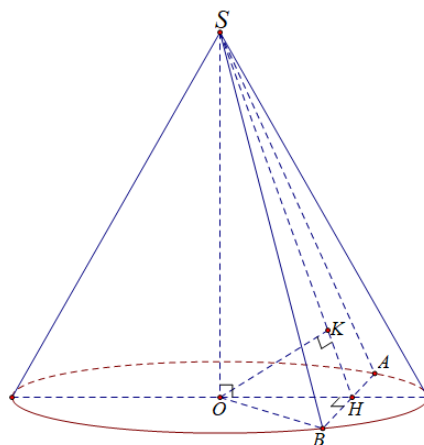
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. a .

D. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của đường tròn đáy, H là trung điểm của đoạn thẳng AB

Ta có: $\begin{cases} OH \perp AB \\ SO \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOH)$

Trong (SOH) , kẻ $OK \perp SH$ tại K

Mặt khác, $OK \perp AB$ (Do $AB \perp (SOH) \supset OK$)

Do đó: $OK \perp (SAB)$.

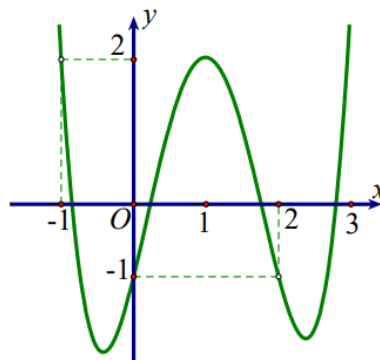
$$\Rightarrow d(O, (SAB)) = OK$$

Ta có: $HB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác $\triangle OHB$ vuông tại H , ta có: $OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$

Xét tam giác $\triangle SOH$ vuông tại O , ta có: $OK = \frac{SO \cdot OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x^2 - 2x)$ như hình vẽ



Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 1) + \frac{2}{3}x^3 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

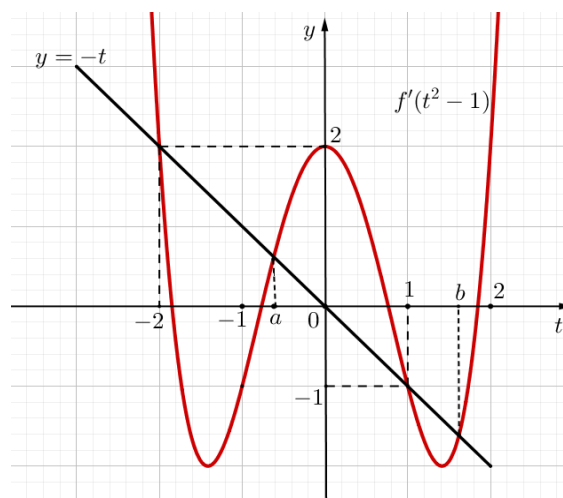
A. $(-1; 2)$.

B. $(-3; -2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải



Đặt $t = x - 1 \Rightarrow t^2 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow t^2 - 1 = x^2 - 2x$.

$$y = g(x) = f(x^2 - 1) + \frac{2}{3}x^3 + 1 \Rightarrow g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 1) + 2x^2$$

$$g'(t) = 2t \cdot f'(t^2 - 1) + 2t^2 = 2t [f'(t^2 - 1) + t].$$

Dựa vào đồ thị, nhận thấy trên khoảng $(-2; -1)$, ta có $f'(t^2 - 1) < -t$ đồng thời $t < 0$ suy ra

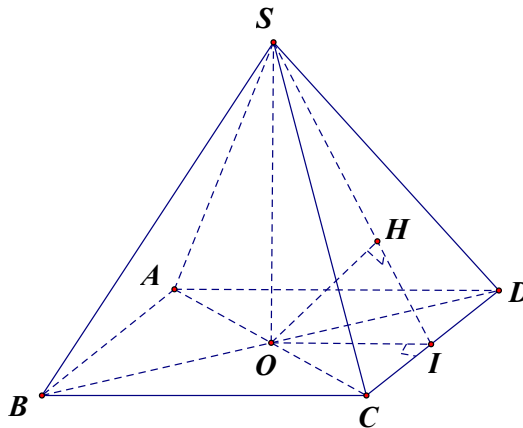
$$g'(t) = 2t [f'(t^2 - 1) + t] > 0, \forall t \in (-2; -1).$$

Do đó hàm số $g(x) = f(x^2 - 1) + \frac{2}{3}x^3 + 1$ đồng biến trên $(-2; -1)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $AB = a$, có SO vuông góc với mặt đáy và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB là

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{7}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải



Kẻ $OI \perp CD$ khi đó I là trung điểm của CD (vì $ABCD$ là hình vuông)

Kẻ $OH \perp SI$ (1)

Ta có: $\begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow CD \perp OH$ hay $OH \perp CD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $OH \perp (SCD)$

$$\Rightarrow d(O; (SCD)) = OH.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O , đường cao OH có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{5}a}{5}$$

Vì $AB \parallel CD$ và $CD \subset (SCD)$ nên $AB \parallel (SCD)$

$$\Rightarrow d(AB; SC) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD)) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1, f(2) = e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

- A. e^3 . B. $e^{\frac{3}{2}}$. C. $e^{\frac{5}{2}}$. D. e^2 .

Lời giải

Chọn C

Do hàm số đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ nên $f(x) \geq f(0) > 0$ với mọi $x \in [0; 2]$

$$[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 = [f(x)]^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 1 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = x + C$$

$$\text{Ta có: } \int_0^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int_0^2 x + C dx = \left(\frac{x^2}{2} + Cx \right) \Big|_0^2 = 2 + 2C$$

$$\Leftrightarrow \ln |f(x)| \Big|_0^2 = 2 + 2C$$

$$\Leftrightarrow \ln |f(2)| - \ln |f(0)| = 2 + 2C$$

$$\Leftrightarrow \ln |e^6| - \ln |1| = 2 + 2C \Leftrightarrow C = 2$$

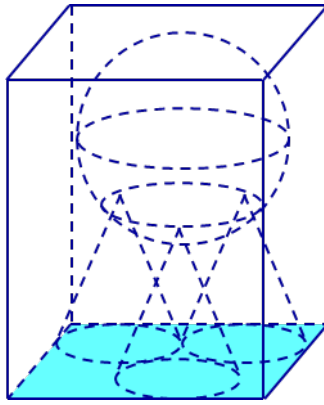
$$\text{Do đó } \frac{f'(x)}{f(x)} = x + 2$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int_0^1 (x + 2) dx$$

$$\Leftrightarrow \ln |f(1)| - \ln |f(0)| = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \ln |f(1)| = \frac{5}{2} \Rightarrow f(1) = e^{\frac{5}{2}}.$$

Câu 49. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}$ (cm³). Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể.



A. $\approx 1106,2 \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $\approx 885,2 \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $\approx 1174,2 \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $\approx 1209,2 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Gọi $x \text{ (cm)}$ là bán kính đáy khối nón.

Do thiết diện qua trục của khối nón là tam giác vuông cân nên đường cao của khối nón là $x \text{ (cm)}$.

Thể tích của ba khối nón là $3 \cdot \frac{1}{3} \pi x^2 \cdot x = \pi x^3 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Bán kính khối cầu là: $\frac{4}{3} x \text{ (cm)}$.

Thể tích khối cầu là: $\frac{4}{3} \pi \left(\frac{4}{3} x\right)^3 = \pi \frac{256}{81} x^3 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích nước trào ra bằng tổng thể tích ba khối nón và thể tích khối cầu nên ta có:

$$\pi x^3 + \pi \frac{256}{81} x^3 = \frac{337\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)} \Leftrightarrow \frac{337}{81} x^3 = \frac{337}{3} \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3.$$

Do đó, bán kính đáy khối nón và chiều cao khối nón là 3 (cm) và bán kính khối cầu là

$$\frac{4}{3} \cdot 3 = 4 \text{ (cm)}.$$

Ba tâm đường tròn đáy của ba khối nón tạo thành một tam giác đều cạnh bằng $2x = 6 \text{ (cm)}$ và đường cao là $3\sqrt{3} \text{ (cm)}$.

Chiều dài của bề bằng hai lần đường kính đáy khối nón là 12 (cm) .

Chiều rộng của bề bằng tổng độ dài đường kính đáy khối nón và đường cao của tam giác đều tạo bởi tâm ba đường tròn đáy là $6 + 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$.

Gọi S là điểm tiếp xúc của khối cầu với bề, A, B, C là các đỉnh của khối nón. Ta có $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nội tiếp trong khối cầu, tam giác đều ABC có cạnh bằng 6 cm và đường cao bằng $3\sqrt{3} \text{ (cm)}$.

Gọi O là tâm khối cầu, và H là tâm giác đều ABC .

Ta có

$$AH = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\Rightarrow SH = SO + OH = 4 + 2 = 6(\text{cm}).$$

Chiều cao của bể là $6 + 3 = 9$ (cm).

Thể tích của bể là: $12 \cdot (6 + 3\sqrt{3}) \cdot 9 \approx 1209,2(\text{cm}^3)$.

Vậy thể tích nước ban đầu trong bể là $12 \cdot (6 + 3\sqrt{3}) \cdot 9 \approx 1209,2(\text{cm}^3)$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-1)$, $B(1;1;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất?

- A.** $(-2; -3; 0)$. **B.** $(-2; 3; 0)$ **C.** $(2; 3; 0)$. **D.** $(2; -3; 0)$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow I(2; 3; 1)$.

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MI}| = 2 \cdot MI$. Gọi H là hình chiếu của I lên $(Oxy) \Rightarrow H(2; 3; 0)$.

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MI}| = 2 \cdot MI \geq 2HI$. Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất khi $M \equiv H(2; 3; 0)$.

Vậy $M(2; 3; 0)$.

----- HẾT -----