SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

KỲ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có 06 trang - 50 câu trắc nghiệm

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

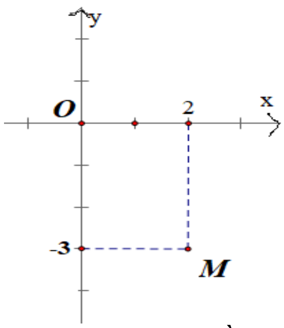
Câu 2. Phương trình $\log_3(x-1)-2=0$ có nghiệm là

A. $x=8$. **B.** $x=1+\sqrt{3}$. **C.** $x=9$. **D.** $x=10$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(-1;-1;3)$. **B.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;3)$.

Câu 4. Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$. **B.** Phần thực là 2 và phần ảo là -3.

C. Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$. **D.** Phần thực là -3 và phần ảo là 2.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+4}{5}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+4}{-5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-4}{5}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA\perp(ABC)$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C?

A. Trung điểm của đoạn thẳng AB. **B.** Trung điểm của đoạn thẳng SC.

C. Trung điểm của đoạn thẳng BC. **D.** Trung điểm của đoạn thẳng AC.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(0;0;-1)$ và nhận $\vec{n}(1;-1;2)$ làm một vecto pháp tuyến có phương trình là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $x-y-2z+2=0$.

C. $x-y+2z+2=0$. **D.** $x+y+2z+2=0$.

Câu 8. Qua phép chiếu song song, tính chất nào **không** được bảo toàn?

A. Song song. **B.** Thẳng hàng. **C.** Đồng qui. **D.** Chéo nhau.

Câu 9. Cho số phức $z=-2+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức z là điểm có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(-2;-3)$.

Câu 10. Cho tam giác vuông ABC có $\widehat{BAC}=90°$, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$ quay quanh cạnh AC ta được hình nón (N).Diện tích toàn phần của (N) bằng

A. $3\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$,cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Câu 12. Rút gọn biểu thức $P=\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_a b^2.\log_b a\right)$ với hai số thực a, b dương tùy ý và khác 1.

A. $P=-\frac{1}{2}$. **B.** $P=\frac{1}{2}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $\frac{3^x}{x+1}+C$. **B.** 3^x+C. **C.** $\ln 3.3^x+C$. **D.** $\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó hình phẳng giới hạn bởi bốn đường $y=f(x), y=0, x=a, x=b$ có diện tích S được tính theo công thức

A. $S=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b \mathrm{f}(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 15. Mô đun của số phức $z=(1-2i)^2$ bằng

A. 25. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Câu 16. Cho một cấp số cộng (u_n) với $u_1=\frac{1}{3}$ và $u_8=26$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng.

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

Câu 17. Cho khối tứ diện $OABC$ có $OA;OB;OC$ đôi một vuông góc $OA=3\,cm$; $OB=4cm$; $OC=10\,cm$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. $120\,cm^3$. **B.** $40\,cm^3$. **C.** $20\,cm^3$. **D.** $10\,cm^3$.

Câu 18. Tìm số phức z thỏa mãn: $z+2\bar{z}=2-4i$.

A. $z=\frac{2}{3}-4i$. **B.** $z=\frac{2}{3}+4i$. **C.** $z=-\frac{2}{3}+4i$. **D.** $z=-\frac{2}{3}-4i$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $g(x)=f(x^2+1)-2$.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 20. Phương trình $2\sin x+1=0$ có một nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2-6z+5=0$. Tìm iz_0

A. $iz_0=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$. **B.** $iz_0=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$. **C.** $iz_0=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$. **D.** $iz_0=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 23. Biết $\int\limits_{-3}^{4} f(x)dx=-4$ và $\int\limits_{-3}^{4} g(x)dx=3$, khi đó $\int\limits_{-3}^{4}\left[f(x)-2g(x)\right]dx$ bằng:

A. -2. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 2.

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^{-4}+\log_4(x-1)$ là

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(1;2)$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=(1;2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1),(1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	$\Vert$	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	0

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 5.

Câu 26. Cho a,b,c là các số thực dương thoả mãn $a^3b^4c^5=10$. Giá trị biểu thức $3\ln a+2\ln b^2+5\ln c$ bằng

A. $\ln 10$. **B.** $-\ln 10$. **C.** 1. **D.** 10.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $A(6;2;-5)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=74$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=74$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Câu 28. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{dx}{x+3}=\ln|x+3|+C$.		**B.** $\int 3^x dx = x.3^{x+1}+C$.

C. $\int \ln x dx = e^x + C$.		**D.** $\int e^x dx = \frac{1}{e^x}+C$.

Câu 29. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{2}Bh$.	**B.** $V=\frac{1}{3}Bh$.	**C.** $V=\frac{1}{6}Bh$.	**D.** $V=Bh$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-(m-2)x+2$ (với m là tham số). Hàm số đã cho có hai cực trị khi và chỉ khi

A. $m\neq 1$.	**B.** $m>2$.	**C.** $m\neq 2$.	**D.** $m<3$.

Câu 31. Đạo hàm của hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1}$ là

A. $2x\ln\frac{1}{2}$.	**B.** $(x^2+1)\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1}$.	**C.** $2x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln 2$.	**D.** $-x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln 2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P):x-2y+2z+3=0,(Q):3x-4z=0$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Tính $\cos\varphi$.

A. $\cos\varphi=\frac{7}{15}$.	**B.** $\cos\varphi=\frac{2}{3}$.	**C.** $\cos\varphi=\frac{1}{3}$.	**D.** $\cos\varphi=\frac{2}{15}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 0.	**B.** 2.	**C.** 3.	**D.** 1.

Câu 34. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8)\geq -4$ là

A. 10.	**B.** 11.	**C.** 5.	**D.** 4.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.	**B.** $\frac{a^3}{2}$.	**C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.	**D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 36. Nghiệm của bất phương trình $9^{x-1}-36.3^{x-3}+3\leq 0$ là

A. $3<x<9$.	**B.** $3\leq x\leq 9$.	**C.** $1<x<2$.	**D.** $1\leq x\leq 2$.

Câu 37. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N,P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A',ACC'A,BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$.	**B.** $12\sqrt{3}$.	**C.** $16\sqrt{3}$.	**D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;2),B(3;-1;-2),C(-4;0;3)$. Toạ độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $I\left(-\frac{19}{2};0;-\frac{15}{2}\right)$.	**B.** $I\left(\frac{19}{2};0;-\frac{15}{2}\right)$.	**C.** $I\left(-\frac{19}{2};0;\frac{15}{2}\right)$.	**D.** $I\left(\frac{19}{2};0;\frac{15}{2}\right)$.

Câu 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=x-2$ và trục hoành. Biết diện tích của (H) bằng $\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N}; a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

A. $T=11$. **B.** $T=13$. **C.** $T=10$. **D.** $T=19$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+m-2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2, BA=BC=1$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính thể tích V của khối đa diện $SAHCD$.

A. $V=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Câu 42. Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

A. $P=\frac{29}{190}$. **B.** $P=\frac{18}{95}$. **C.** $P=\frac{27}{190}$. **D.** $P=\frac{7}{190}$.

Câu 43. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao có độ dài bằng $2a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc $30°$. Biết (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài $\sqrt{6}a$. Thể tích khối trụ là

A. $\frac{11\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{11\pi a^3}{6}$. **C.** $\frac{22\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

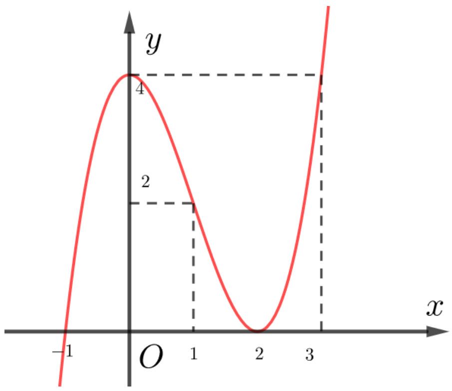
Câu 44. Cho x,y là các số thực thỏa mãn $(x-2)^2+(y-2)^2=12$. Khi $(x;y)=(x_0;y_0)$ biểu thức $P=\frac{2022(x+y)+2xy+2025}{x+y+1}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của $S=2x_0+y_0$ là

A. $\sqrt{15}$. **B.** 1. **C.** $\frac{3-\sqrt{15}}{2}$. **D.** $\frac{3+\sqrt{15}}{2}$.

Câu 45. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;2]$ và thỏa mãn $f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$. Tính giá trị của tích phân $I=\int_{-1}^{2} f(x)dx$.

A. $I=3$. **B.** $I=5$. **C.** $I=15$. **D.** $I=6$.

Câu 46. Cho đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi phương trình $\frac{f[f(x)]}{f^2(x)+5f(x)+4}=0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 47. Cho phương trình $7^x+m=\log_7(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-25;25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 24. **B.** 25. **C.** 9. **D.** 26.

Câu 48. Ông Bình vừa bán một lô đất $1,2$ tỷ đồng và ông đã đến ngân hàng này gửi hết số tiền này theo kì hạn là một tháng với lãi suất kép $0,54\%$ một tháng. Mỗi tháng ông Bình rút 5 triệu đồng vào ngày ngân hàng tính lãi để chi tiêu. Hỏi sau ba năm số tiền còn lại của ông Bình là bao nhiêu (Giải sử lãi suất ngân hàng không đổi, kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 1348914000 đồng. **B.** 1381581000 đồng.

C. 1258637000 đồng. **D.** 1236492000 đồng.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B. Biết $BC=a$, $AB=a\sqrt{3}$, $AD=3a$. Quay các miền tam giác ABC và ABD xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đó bằng

A. $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $\widehat{ASB}=60^0$, $\widehat{BSC}=90^0$ và $\widehat{CSA}=120^0$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB là

A. $\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{22}}{22}$.

---------------- HẾT ----------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	B	C	B	C	D	A	A	A	A	D	B	B	C	C	B	C	C	A	B	B	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	D	B	D	C	D	D	D	D	B	C	B	A	A	A	A	C	A	A	A	C	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$.

Suy ra $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 2. Phương trình $\log_3(x-1)-2=0$ có nghiệm là

A. $x=8$. **B.** $x=1+\sqrt{3}$. **C.** $x=9$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Ta có $\log_3(x-1)-2=0 \Leftrightarrow x-1=9 \Leftrightarrow x=10$ (nhận).

Vậy phương trình có nghiệm $x=10$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(-1;-1;3)$. **B.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;3)$.

Lời giải

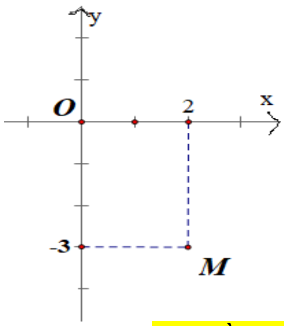
Chọn D

Mặt phẳng (α) có một véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;2;1)$.

Mặt phẳng (β) có một véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\beta}=(1;-1;-1)$.

Nên đường thẳng Δ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_\beta},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(1;-2;3)$.

Câu 4. Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$. **B.** Phần thực là 2 và phần ảo là -3.

C. Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$. **D.** Phần thực là -3 và phần ảo là 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+4}{5}$.

B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+4}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-4}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng AB đi qua điểm B và có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$.

Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-4}{-5}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA\perp(ABC)$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C?

A. Trung điểm của đoạn thẳng AB.

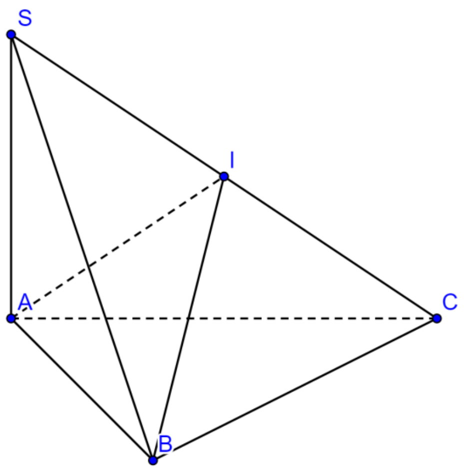
B. Trung điểm của đoạn thẳng SC.

C. Trung điểm của đoạn thẳng BC.

D. Trung điểm của đoạn thẳng AC.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} BC\perp SA \\ BC\perp AB \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$.

Gọi I là trung điểm của đoạn SC.

Xét tam giác SAC vuông tại A, I là trung điểm $SC\Rightarrow IS=IC=IA$ (1).

Xét tam giác SBC vuông tại B, I là trung điểm $SC\Rightarrow IB=IS=IC$ (2).

Từ (1) và $(2)\Rightarrow IA=IB=IS=IC\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, C.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(0;0;-1)$ và nhận $\vec{n}(1;-1;2)$ làm một vecto pháp tuyến có phương trình là

A. $x-y+2z-2=0$.

B. $x-y-2z+2=0$.

C. $x-y+2z+2=0$.

D. $x+y+2z+2=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;0;-1)$ và nhận $\vec{n}(1;-1;2)$ làm vecto pháp tuyến là

$1(x-0)-1(y-0)+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z+2=0$.

Câu 8. Qua phép chiếu song song, tính chất nào **không** được bảo toàn?

A. Song song. **B.** Thẳng hàng. **C.** Đồng qui. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Cho số phức $z=-2+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức z là điểm có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(-2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

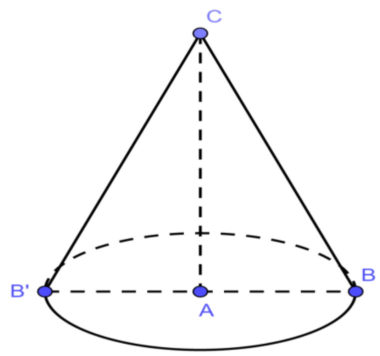
Điểm biểu diễn số phức $z=-2+3i$ là $M(-2;3)$.

Câu 10. Cho tam giác vuông ABC có $\widehat{BAC}=90°$, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$ quay quanh cạnh AC ta được hình nón (N).Diện tích toàn phần của (N) bằng

A. $3\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta thu được khối nón có đường cao $h=a\sqrt{3}$, bán kính đáy $R=a \Rightarrow l=\sqrt{h^2+R^2}=2a$.

Vậy diên tích toàn phần của nón là: $S_{tp}=\pi Rl+\pi R^2=2\pi a^2+\pi a^2=3\pi a^2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$,cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\vec{k}=(0;0;1)$.

Do đó $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}=(-1;2;-3)$.

Câu 12. Rút gọn biểu thức $P=\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_a b^2.\log_b a\right)$ với hai số thực a,b dương tùy ý và khác 1.

A. $P=-\frac{1}{2}$. **B.** $P=\frac{1}{2}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_a b^2.\log_b a\right)=\log_{2^{-2}}\left(2\log_a b.\log_b a\right)=-\frac{1}{2}\log_2 2=-\frac{1}{2}$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $\dfrac{3^x}{x+1}+C$. **B.** 3^x+C. **C.** $\ln 3.3^x+C$. **D.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó hình phẳng giới hạn bởi bốn đường $y=f(x), y=0, x=a, x=b$ có diện tích S được tính theo công thức

A. $S=\pi\int\limits_a^b|f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b|f(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_a^b \mathrm{f}(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Mô đun của số phức $z=(1-2i)^2$ bằng

A. 25. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=(1-2i)^2=1-4i+4i^2=-3-4i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$.

Câu 16. Cho một cấp số cộng (u_n) với $u_1=\dfrac{1}{3}$ và $u_8=26$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng.

A. $\dfrac{10}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{10}$. **C.** $\dfrac{11}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_8=26 \Leftrightarrow u_1+7d=26 \Leftrightarrow d=\dfrac{26-\dfrac{1}{3}}{7}=\dfrac{11}{3}$.

Câu 17. Cho khối tứ diện $OABC$ có $OA;OB;OC$ đôi một vuông góc $OA=3\,cm$; $OB=4cm$; $OC=10\,cm$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. $120\,cm^3$. **B.** $40\,cm^3$. **C.** $20\,cm^3$. **D.** $10\,cm^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là: $V=\dfrac{1}{6}.OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}.3.4.10=20\,cm^3$.

Câu 18. Tìm số phức z thỏa mãn: $z+2\overline{z}=2-4i$.

A. $z=\dfrac{2}{3}-4i$. **B.** $z=\dfrac{2}{3}+4i$. **C.** $z=-\dfrac{2}{3}+4i$. **D.** $z=-\dfrac{2}{3}-4i$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số phức $z=a+bi\,(a;b\in\mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Ta có: $z+2\bar{z}=2-4i \Leftrightarrow a+bi+2(a-bi)=2-4i \Leftrightarrow \begin{cases}3a=2\\-b=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\b=4\end{cases} \Rightarrow z=\dfrac{2}{3}+4i$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $g(x)=f(x^2+1)-2$.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=f(x^2+1)-2$.

$$g'(x)=2x.f'(x^2+1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+1=0\\x^2+1=-1\\x^2+1=1\end{array}\right. \Leftrightarrow x=0.$$

Bảng xét dấu: $g'(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 20. Phương trình $2\sin x+1=0$ có một nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$2\sin+1=0 \Leftrightarrow \sin x=-\dfrac{1}{2}$. Vậy phương trình có một nghiệm là $x=-\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2-6z+5=0$. Tìm iz_0

A. $iz_0=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$. **B.** $iz_0=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$. **C.** $iz_0=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$. **D.** $iz_0=\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2z^2-6z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}z=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i\\z=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i\end{array}\right.$

Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình là: $z_0=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$

Vậy $iz_0=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$

Đối chiếu với các đáp án, ta thấy đáp án B đúng.

Câu 23. Biết $\int_{-3}^{4} f(x)dx = -4$ và $\int_{-3}^{4} g(x)dx = 3$, khi đó $\int_{-3}^{4}[f(x)-2g(x)]dx$ bằng:

A. -2. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-3}^{4}[f(x)-2g(x)]dx = \int_{-3}^{4} f(x)dx - 2\int_{-3}^{4} g(x)dx = -4-2.3 = -10$

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y = (x-2)^{-4} + \log_4(x-1)$ là

A. $D = (2;+\infty)$. **B.** $D = (1;2)$. **C.** $D = (1;+\infty)$. **D.** $D = (1;2)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện để hàm số có nghĩa là: $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases}$

Tập xác định của hàm số là $D = (1;2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1),(1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	$\|\|$	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	0

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 5.

Lời giải

Chọn A

Dựa và đồ thị hàm số ta có

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$

Hàm số có giá trị cực đại $y=1$ và giá trị cực tiểu $y=5$

Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Đối chiếu với các đáp án, ta chọn được đáp án A đúng.

Câu 26. Cho a,b,c là các số thực dương thoả mãn $a^3b^4c^5=10$. Giá trị biểu thức $3\ln a+2\ln b^2+5\ln c$ bằng

A. $\ln 10$. **B.** $-\ln 10$. **C.** 1. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a^3b^4c^5=10 \Rightarrow \ln a^3b^4c^5=\ln a^3+\ln b^4+\ln c^5=3\ln a+2\ln b^2+5\ln c=\ln 10$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $A(6;2;-5)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=74$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=74$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{IA}(5;1;-6) \Rightarrow IA=\sqrt{5^2+1^2+(-6)^2}=\sqrt{62}=R$.

Phương trình mặt cầu có dạng $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Câu 28. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{dx}{x+3}=\ln|x+3|+C$. **B.** $\int 3^x dx=x.3^{x+1}+C$.

C. $\int \ln x dx=e^x+C$. **D.** $\int e^x dx=\frac{1}{e^x}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{dx}{x+3}=\int \frac{d(x+3)}{x+3}=\ln|x+3|+C$.

Câu 29. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Lời giải

Chọn D

Công thức lí thuyết.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-(m-2)x+2$ (với m là tham số). Hàm số đã cho có hai cực trị khi và chỉ khi

A. $m\neq 1$. **B.** $m>2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m<3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-m+2$.

Để hàm số có hai cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó $m-2>0 \Leftrightarrow m>2$.

Câu 31. Đạo hàm của hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1}$ là

A. $2x\ln\frac{1}{2}$. **B.** $\left(x^2+1\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1}$. **C.** $2x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln 2$. **D.** $-x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1} \Rightarrow y'=\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1}\right]'=\left(x^2+1\right)'\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+1}\ln\left(\frac{1}{2}\right)=2x.\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln 2^{-1}=-x\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}\ln 2.$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P):x-2y+2z+3=0,(Q):3x-4z=0$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Tính $\cos\varphi$.

A. $\cos\varphi=\frac{7}{15}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{2}{3}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{1}{3}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có VTPT của (P) và (Q) lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;2),\overrightarrow{n_2}=(3;0;-4)$

Vậy $\cos\varphi=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|1.3+(-2).0+2.(-4)\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{3^2+0^2+4^2}}=\frac{1}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=-2 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$

Nhận xét: $x=-\frac{1}{2}$ là nghiệm bội lẻ; còn $x=-2,x=\frac{1}{3}$ là các nghiệm bội chẵn. Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 34. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right)\geq -4$ là

A. 10. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right)\geq -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-8>0 \\ x^2+2x-8\leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-8>0 \\ x^2+2x-24\leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < -4 \\ x > 2 \end{array}\right. \\ -6 \le x \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -6 \le x < -4 \\ 2 < x \le 4 \end{array}\right.$$

Nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là: $\{-6;-5;3;4\}$.

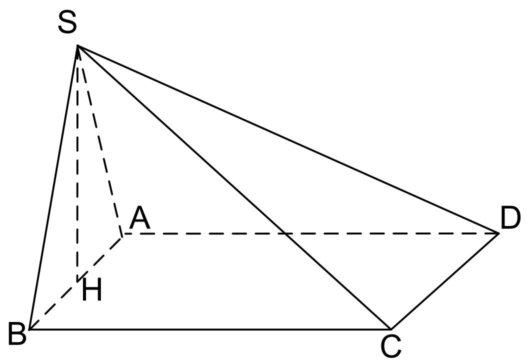
Vậy bất phương trình đã cho có bốn nghiệm nguyên.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB, ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{cases}.$$

Suy ra: $SH \perp (ABCD)$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Do tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao $SH = \frac{a}{2}$ và diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$ là:

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}a^2.\frac{a}{2} = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 36. Nghiệm của bất phương trình $9^{x-1} - 36.3^{x-3} + 3 \le 0$ là

A. $3 < x < 9$. **B.** $3 \le x \le 9$. **C.** $1 < x < 2$. **D.** $1 \le x \le 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $9^{x-1} - 36.3^{x-3} + 3 \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{9}.3^{2x} - \frac{4}{3}.3^x + 3 \le 0 \Leftrightarrow 3 \le 3^x \le 9 \Leftrightarrow 1 \le x \le 2$.

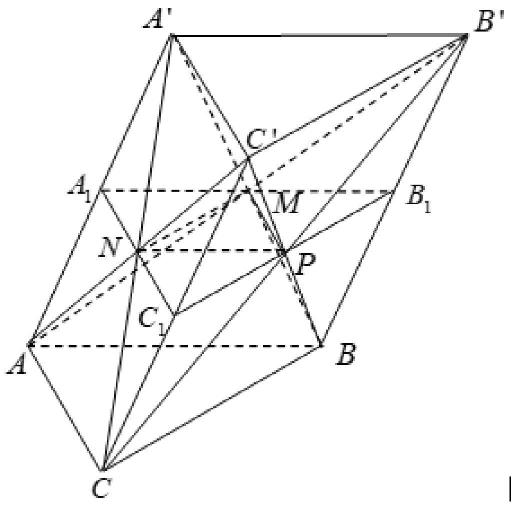
Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là: $1 \le x \le 2$.

Câu 37. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N,P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', ACC'A, BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Gọi A_1,B_1,C_1 lần lượt là trung điểm của AA',BB',CC'.

Khi đó ta có $(A_1B_1C_1)//(ABC)//(A'B'C')$.

Khi đó $V_{ABCMN}=V_{ABC.A_1B_1C_1}-V_{A.A_1MN}-V_{B.B_1MP}-V_{C.C_1NP}$.

Ta có $V_{ABC.A_1B_1C_1}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{2}V$.

$V_{A.A_1MN}=\frac{1}{3}d\left(A;(A_1B_1C_1)\right).S_{A_1MN}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left((ABC);(A'B'C')\right).\frac{1}{4}S_{ABC}=\frac{1}{24}V$

Chứng minh tương tự ta có $V_{B.B_1MP}=V_{C.C_1NP}=\frac{V}{24}$.

$\Rightarrow V_{ABCMN}=\frac{1}{2}V-3.\frac{V}{24}=\frac{3V}{8}$.

Ta có: $V=8.\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=32\sqrt{3}\Rightarrow V_{ABCMN}=\frac{3.32\sqrt{3}}{8}=12\sqrt{3}$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;2),B(3;-1;-2),C(-4;0;3)$. Toạ độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $I\left(-\frac{19}{2};0;-\frac{15}{2}\right)$. **B.** $I\left(\frac{19}{2};0;-\frac{15}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{19}{2};0;\frac{15}{2}\right)$. **D.** $I\left(\frac{19}{2};0;\frac{15}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Chọn điểm K sao cho $\overrightarrow{KA}-2\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{KC}=\vec{0}$.

Khi đó:

$$\begin{cases}(-1-x_K)-2(3-x_K)+3(-4-x_K)=0\\(2-y_K)-2(-1-y_K)+3(0-y_K)=0\\(2-z_K)-2(-2-z_K)+3(3-z_K)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{19}{2}\\y_K=2\\z_K=\frac{15}{2}\end{cases}$$

Suy ra $\left|\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right|=\left|\overrightarrow{IK}+\overrightarrow{KA}-2\overrightarrow{IK}-2\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{IK}+3\overrightarrow{KC}\right|=2IK$

Mà IK đạt giá trị nhỏ nhất khi K là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oxz).

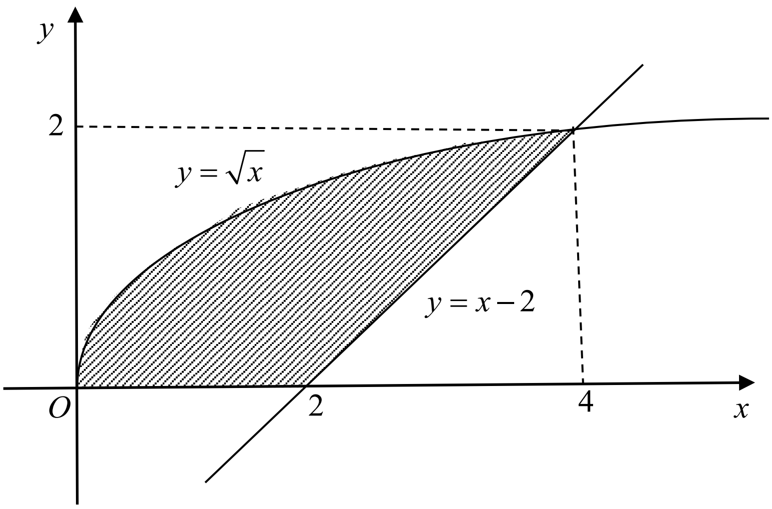
Vậy $I\left(-\frac{19}{2};0;\frac{15}{2}\right)$

Câu 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=x-2$ và trục hoành. Biết diện tích của (H) bằng $\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N};a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

A. $T=11$. **B.** $T=13$. **C.** $T=10$. **D.** $T=19$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích của (H) bằng $S=\int_0^2\sqrt{x}dx+\int_2^4\left(\sqrt{x}-x+2\right)dx=\frac{10}{3}$.

Vậy $a=10;b=3\Rightarrow a+b=13$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+m-2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-4x^2+m-2=0\Leftrightarrow x^4-4x^2-2=-m$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2-2$ và đường thẳng $y=-m$.

Xét hàm số $y=x^4-4x^2-2$.

$y'=4x^3-8x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi $-6 < -m < -2 \Leftrightarrow 6 > m > 2$.

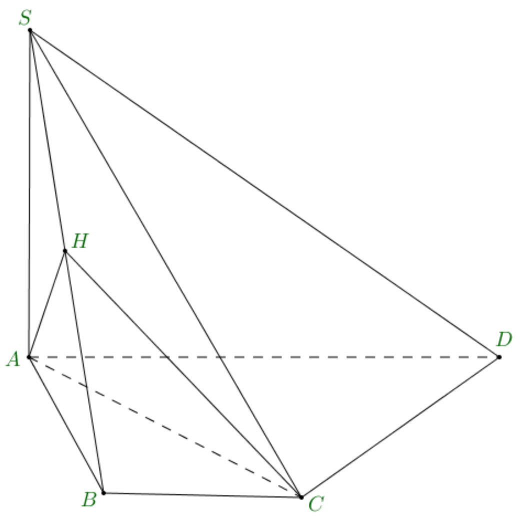
Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2, BA = BC = 1$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính thể tích V của khối đa diện $SAHCD$.

A. $V = \dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



$V_{SAHCD} = V_{S.ABCD} - V_{H.ABC}$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\sqrt{2}.\dfrac{1}{2}(1+2).1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác BHA đồng dạng với tam giác BAS

Suy ra $\dfrac{BH}{BA} = \dfrac{BA}{BS} \Leftrightarrow BH = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$AH = \sqrt{1 - \dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

$V_{C.ABH} = \dfrac{1}{3}BC.S_{ABH} = \dfrac{1}{3}.1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}.\sqrt{\dfrac{2}{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{18}$.

$V_{SAHCD} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{18} = \dfrac{4\sqrt{2}}{9}$.

Câu 42. Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

A. $P = \dfrac{29}{190}$. **B.** $P = \dfrac{18}{95}$. **C.** $P = \dfrac{27}{190}$. **D.** $P = \dfrac{7}{190}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 đỉnh trong 21 đỉnh có C_{21}^{3} cách.

Suy ra $n(\Omega)=C_{21}^{3}$.

Gọi X là biến cố: "Chọn được tam giác cân nhưng không đều".
Số tam giác đều tạo thành từ 21 đỉnh trên là $21:3=7$.
Gọi một đỉnh A của đa giác tạo với tâm O một đường thẳng AO.
Đường thẳng AO này chia các đỉnh của đa giác thành 10 cặp đỉnh đối xứng qua AO;
Mỗi cặp đỉnh đối xứng qua AO tạo với A một tam giác cân.
Như vậy, mỗi đỉnh của đa giác sẽ tạo được 10 tam giác cân.
Có 21 đỉnh nên tạo thành $21\times 10=210$ tam giác cân.
Số tam giác cân không phải đều là $210-7=203$.

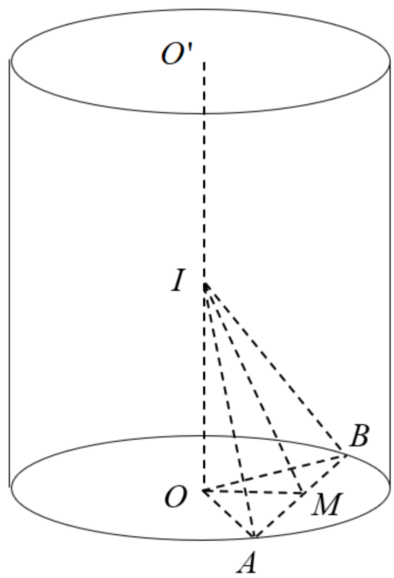
Xác suất để chọn được tam giác cân nhưng không đều là $P(X)=\dfrac{203}{C_{21}^{3}}=\dfrac{29}{190}$.

Câu 43. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao có độ dài bằng $2a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc $30°$. Biết (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài $\sqrt{6}a$. Thể tích khối trụ là

A. $\dfrac{11\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{11\pi a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{22\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của OO', suy ra $OI=a$.

Mặt phẳng (α) cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B, suy ra $AB=a\sqrt{6}$.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB, suy ra $AM=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} AB\perp OM \\ AB\perp OI \end{cases} \Rightarrow AB\perp(OMI)\Rightarrow(IAB)\perp(OMI)$.

Do đó góc $\widehat{OIM}$ chính là góc giữa mặt phẳng (α) và OO', suy ra $\widehat{OIM}=30°$.

Xét tam giác ΔIOM vuông tại O, ta có: $OM = OI.\tan\widehat{OIM} = a.\tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác ΔOMA vuông tại M, ta có: $OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{66}}{6}$.

Thể tích khối trụ là: $V = OO'.\pi.OA^2 = 2a.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{66}}{6}\right)^2 = \dfrac{11\pi a^3}{3}$.

Câu 44. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 12$. Khi $(x;y) = (x_0;y_0)$ biểu thức $P = \dfrac{2022(x+y)+2xy+2025}{x+y+1}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của $S = 2x_0 + y_0$ là

A. $\sqrt{15}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3-\sqrt{15}}{2}$. **D.** $\dfrac{3+\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $12 = (x-2)^2 + (y-2)^2 \geq \dfrac{(x+y-4)^2}{2} \Rightarrow 4-\sqrt{24} \leq x+y \leq 4+\sqrt{24}$ $(*)$.

Mặt khác: $12 = (x-2)^2 + (y-2)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y = 4$.

Ta có: $P = \dfrac{2022(x+y)+2xy+2025}{x+y+1} = \dfrac{2022(x+y)+2xy+x^2+y^2-4x-4y+2021}{x+y+1}$

Suy ra: $P = \dfrac{(x+y)^2 + 2018(x+y)+2021}{x+y+1}$.

Đặt $t = x+y$, từ $(*)$ suy ra $x+y+1>0$ hay $t+1>0$.

Khi đó: $P = \dfrac{t^2+2018t+2021}{t+1} = t+1+\dfrac{4}{t+1}+2016$. Suy ra $P \geq 2\sqrt{4}+2016 = 2020$.

Dấu "=" xảy ra khi $(t+1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\,(tm) \\ t=-3\,(l) \end{array}\right.$.

Khi $t=1$, ta có: $\begin{cases} x+y=1 \\ (x-2)^2+(y-2)^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y = \dfrac{1+\sqrt{15}}{2} \end{cases} (1) \\ \begin{cases} x = \dfrac{1+\sqrt{15}}{2} \\ y = \dfrac{1-\sqrt{15}}{2} \end{cases} (2) \end{array}\right.$.

Với (1), ta có: $S = 2.\dfrac{1-\sqrt{15}}{2} + \dfrac{1+\sqrt{15}}{2} = \dfrac{3-\sqrt{15}}{2}$.

Với (2), ta có: $S = 2.\dfrac{1+\sqrt{15}}{2} + \dfrac{1-\sqrt{15}}{2} = \dfrac{3+\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $S_{\min} = \dfrac{3-\sqrt{15}}{2}$.

Câu 45. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[-1;2\right]$ và thỏa mãn $f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$. Tính giá trị của tích phân $I=\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx$.

A. $I=3$. **B.** $I=5$. **C.** $I=15$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Chọn A

Lấy nguyên hàm hai vế giả thiết ta có

$\int\left[f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)\right]dx=\int 4x^3dx$

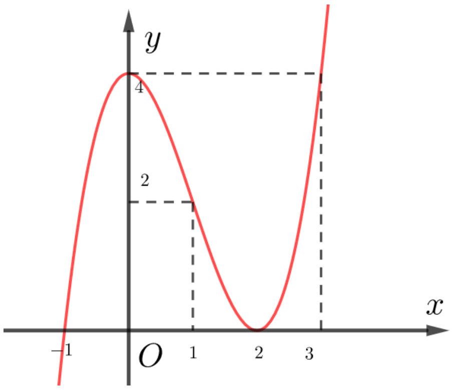
$\Rightarrow \int f(x)dx+\int f(x^2-2)d(x^2-2)-\int 3f(1-x)d(1-x)=x^4+C$

Đặt $\int f(t)dx=F(t)\Rightarrow F(x)+F(x^2-2)-3F(1-x)=x^4+C$.

Ta có $\begin{cases} x=1\Rightarrow F(-1)+F(-1)-3F(2)=1+C \\ x=2\Rightarrow F(2)+F(2)-3F(-1)=16+C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2F(-1)-3F(2)=1+C \\ 2F(2)-3F(-1)=16+C \end{cases}$

Trừ từng vế thu được $5F(2)-5F(-1)=15\Rightarrow F(2)-F(-1)=3\Rightarrow I=\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx=3$.

Câu 46. Cho đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi phương trình $\dfrac{f\left[f(x)\right]}{f^2(x)+5f(x)+4}=0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $f\left(x\right)\neq -1; f(x)\neq -4$.

Khi đó $\dfrac{f\left[f(x)\right]}{f^2(x)+5f(x)+4}=0\Rightarrow f\left[f(x)\right]=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-1 \\ f(x)=2 \end{array}\right.\Rightarrow f(x)=2$.

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng ngang $y=2$ tại ba điểm nên phương trình hệ quả có 3 nghiệm.

Kết luận phương trình ban đầu có ba nghiệm.

Câu 47. Cho phương trình $7^x+m=\log_7\left(x-m\right)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in\left(-25;25\right)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 24. **B.** 25. **C.** 9. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Ta có $7^x+m=\log_7\left(x-m\right)\Leftrightarrow 7^x+x=x-m+\log_7\left(x-m\right)\Leftrightarrow 7^x+x=7^{\log_7(x-m)}+\log_7\left(x-m\right)$ (*).

Xét hàm số $f\left(t\right)=7^t+t$ với $t\in\mathbb{R}$ có $f\left(t\right)=7^t.\ln 7+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y=f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $(*)\Leftrightarrow f\left(x\right)=f\left(\log_7\left(x-m\right)\right)\Leftrightarrow x=\log_7\left(x-m\right)\Leftrightarrow x-m=7^x\Leftrightarrow m=x-7^x$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=x-7^x\Rightarrow g'\left(x\right)=1-7^x.\ln 7\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\log_7\left(\frac{1}{\ln 7}\right)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\log_7\left(\frac{1}{\ln 7}\right)$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\log_7\left(\frac{1}{\ln 7}\right)-\frac{1}{\ln 7}$	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m\le\log_7\left(\frac{1}{\ln 7}\right)-\frac{1}{\ln 7}\approx-0,86$.

Mà $m\in\left(-25;25\right)$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-24;-23;...;-1\right\}$.

Vậy có 24 giá trị nguyên của tham số $m\in\left(-25;25\right)$ thoả mãn phương trình có nghiệm.

Câu 48. Ông Bình vừa bán một lô đất $1,2$ tỷ đồng và ông đã đến ngân hàng này gửi hết số tiền này theo kì hạn là một tháng với lãi suất kép $0,54\%$ một tháng. Mỗi tháng ông Bình rút 5 triệu đồng vào ngày ngân hàng tính lãi để chi tiêu. Hỏi sau ba năm số tiền còn lại của ông Bình là bao nhiêu (Giải sử lãi suất ngân hàng không đổi, kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 1348914000 đồng. **B.** 1381581000 đồng.

C. 1258637000 đồng. **D.** 1236492000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Đặt $A=1,2.10^9$ đồng, $a=5.10^6$ đồng, $r=0,54\%$

+ Cuối tháng thứ nhất số tiền vốn và lãi là: $A(1+r)$

Số tiền còn lại sau khi ông Bình rút là: $A(1+r)-a$

+ Cuối tháng thứ hai số tiền vốn và lãi là: $[A(1+r)-a](1+r)=A(1+r)^2-a.(1+r)$

Số tiền còn lại sau khi ông Bình rút là: $A(1+r)^2-a.(1+r)-a$

+ Cuối tháng thứ ba số tiền vốn và lãi là:

$[A(1+r)^2-a.(1+r)-a](1+r)=A(1+r)^3-a(1+r)^2-a(1+r)$

Số tiền còn lại sau khi ông Bình rút là: $A(1+r)^3-a(1+r)^2-a(1+r)-a$

Suy ra số tiền còn lại sau n tháng là:

$$A(1+r)^n-a[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+1]=A(1+r)^n-a\frac{(1+r)^n-1}{r}$$

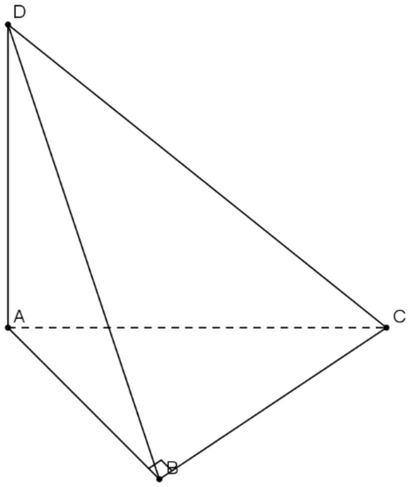
Áp dụng $n=36$ ta có số tiền còn lại là: 1258637315

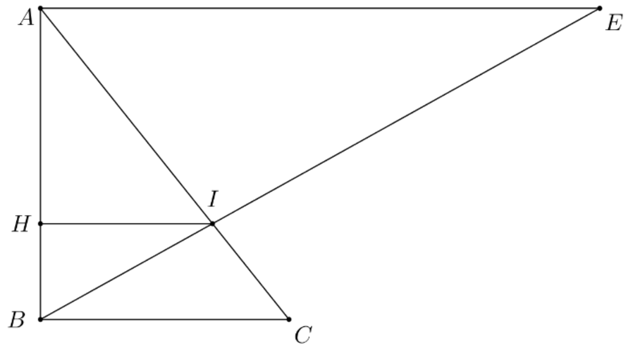
Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B. Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các miền tam giác ABC và ABD xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đó bằng

A. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $\frac{3\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $\frac{5\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn B





Trong (ABC) lấy điểm E sao cho $AE = 3a$ và $AE \perp AB$,

Khi đó khối tròn xoay khi quay miền tam giác ABD quanh đường thẳng AB cũng chính là khối tròn xoay khi quay miền tam giác ABE quanh đường thẳng AB.

Gọi I là giao điểm của BD và AC.

Khi đó, phần chung của hai khối tròn xoay đã cho chính là khối tròn xoay tạo thành khi quay miền tam giác ABI quanh trục AB.

Kẻ IH vuông góc với AB tại H.

Suy ra thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi.IH^2.AB$.

Ta có $BC // AE \Rightarrow \frac{IC}{IA} = \frac{BC}{AE} = \frac{1}{3}$.

$IH // BC \Rightarrow \frac{HI}{BC} = \frac{AI}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow HI = \frac{3a}{4}$.

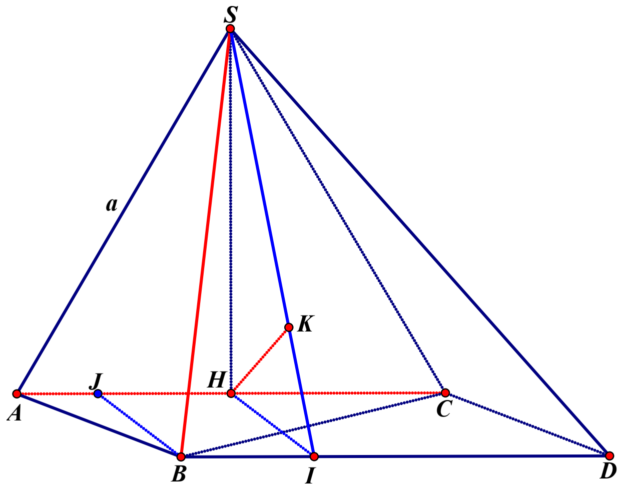
Vậy $V = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{3a}{4}\right)^2.a\sqrt{3} = \frac{3\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 60^0$, $\widehat{BSC} = 90^0$ và $\widehat{CSA} = 120^0$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB là

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{22}}{22}$.

Lời giải

Chọn A



Xét ΔSAC ta có

$$AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2SA.SC.\cos 120^0 = a^2 + a^2 - 2a.a.\left(-\frac{1}{2}\right) = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$$

Xét ΔABC ta có $AB = a,\ BC = a\sqrt{2},\ AC = a\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi BJ là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow BJ = \dfrac{AB.BC}{AC} = \dfrac{a.a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC), do $SA = SB = SC = a$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, mà ΔABC vuông tại B$\Rightarrow$ H là trung điểm AC.

Dựng hình bình hành $ABCD$, khi đó $d(AC;\ SB) = d(AC;\ (SBD)) = d(H;\ (SBD))$

Gọi I là hình chiếu của H lên BD, ta có $\begin{cases} BD \perp SH \\ BD \perp HI \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$.

Gọi K là hình chiếu của H lên SI, ta có $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp BD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow d(H;\ (SBD)) = HK$.

Xét ΔSHI ta có $HK = \dfrac{SH.HI}{SI} = \dfrac{SH.BJ}{SI} = \dfrac{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{22}}{11}$

---------------- HẾT ----------------