

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm: 06 trang)

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút.

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 101

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ với O là gốc tọa độ, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z . Nếu $|z| = 3$ thì độ dài đoạn OM bằng

- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

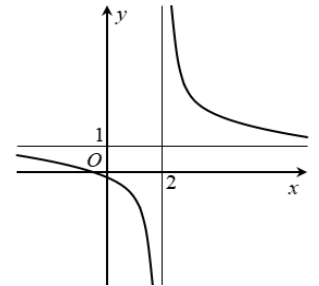
Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2, u_3 = 10$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong

trong hình bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = 1$. B. $y = 2$.
C. $x = 2$. D. $y = 1$.



Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 4$. B. $I(1; 2; -1)$ và $R = 16$.
C. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 16$. D. $I(1; 2; -1)$ và $R = 4$.

Câu 6: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Câu 7: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, k là hằng số. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^2$ là

- A. $D = [1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

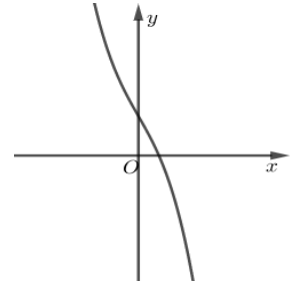
- A. $(-\infty, -1)$. B. $(-\infty, -1]$. C. $[-1, +\infty)$. D. $(-1, +\infty)$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 2x + 1) = 0$ là

- A. $\{2; 1\}$. B. $\{-2; 0\}$ C. $\{2; 0\}$. D. $\{-1; 2\}$.

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = -x^3 - 2x + 1$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$.
 C. $y = x^3 - 2x - 1$. D. $y = -x^4 + 1$.



Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $(2i - 1)\bar{z}$ là

- A. 8. B. -7. C. 4.

D. 1.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 0; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 5)$ là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-5}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+5}{5}$.
 C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{5}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (2; 0; -3)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. B. $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. C. $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$. D. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.

Câu 15: Cho khối chóp có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A. $9a$. B. $\frac{a}{3}$. C. $3a$. D. a .

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2		↘ -4		↗ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- A. $\frac{1}{2}x^2 + C$. B. $2x + C$. C. $\frac{1}{3}x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oy có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (1; 0; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 0; 0)$. C. $\vec{n} = (0; 1; 0)$. D. $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Câu 19: Có bao nhiêu cách xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng ngang trên giá sách?

- A. 8^7 . B. $7!$. C. 8^8 . D. $8!$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x}$.

D. $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 22: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số của tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 2 và chữ số 2 đứng ở chính giữa là

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Câu 23: Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$ và $\int_{-2}^1 g(x) dx = 7$ thì $\int_{-2}^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 13.

B. $\frac{6}{7}$.

C. -1.

D. $\frac{7}{6}$.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x}$ là

A. $x^3 - x^2 - 5 \ln x + C$.

B. $6x - 2 - \frac{5}{x^2}$.

C. $x^3 - x^2 + 5 \ln|x| + C$.

D. $x^3 - x^2 - 5 \ln|x| + C$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 4; -2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 14$.

B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{14}$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 14$.

D. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{14}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên.

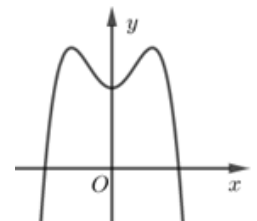
Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a < 0, b < 0$.

B. $a < 0, b > 0$.

C. $a > 0, b < 0$.

D. $a > 0, b > 0$.



Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ).

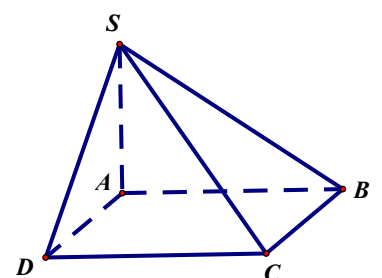
Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .



Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. -3.

B. -2.

C. 0.

D. -20.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)^2(2-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x = -2$.

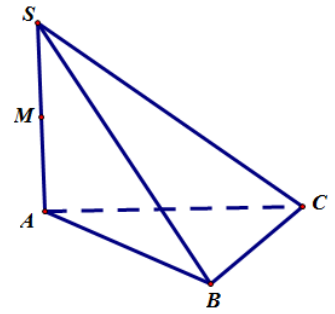
B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Khoảng cách từ trung điểm M của cạnh SA đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $3a$. B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}a$.
C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{3a}{4}$.



Câu 31: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $2a$ và thể tích bằng $12\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho là

- A. $18\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $36\pi a^2$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+3i) = 17+i$. Khi đó môđun của số phức $w = z - 3i$ là

- A. 13. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{29}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ biết đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$ và khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng $3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

Câu 35: Nếu $\int_{-2}^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_3^{-2} (f(x) + 4x)dx$ bằng

- A. -15. B. 5. C. -5. D. 15

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(81a^5)$ bằng

- A. $4 - 5\log_3 a$. B. $4 + 5a$. C. $4 + 5\log_3 a$. D. $4 - 5a$.

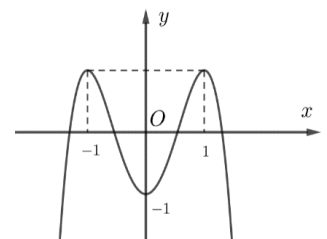
Câu 37: Cho số phức $z = m + (m-3)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Giá trị của tham số m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường thẳng có phương trình $y = 2x + 1$ là

- A. $m = 5$. B. $m = -4$. C. $m = 4$. D. $m = -2$.

Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 0)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.



Câu 39: Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 3$. Hai số phức z_1, z_2 thay đổi thuộc tập S thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$. Môđun của số phức $w = z_1 + z_2 - 4 + 2i$ bằng

- A. $|w| = 2\sqrt{3}$. B. $|w| = 4\sqrt{3}$. C. $|w| = 4\sqrt{2}$. D. $|w| = 4$.

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = |w| = |\bar{z} + 2w|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{|z|}{1 + |\bar{z} - w|^2}$ thuộc tập nào trong các tập dưới đây?

A. $[0,1]$.

B. $(2;3]$.

C. $(3;5]$.

D. $(1;2]$.

Câu 41: Để dùng cho mục đích đi câu cá, người ta sản xuất một viên chì với quy trình như sau:

Bước 1. Sản xuất viên chì đặc dạng khối nón có chiều cao 40 mm và bán kính đáy 5 mm .

Bước 2. Khoan một lỗ dọc theo trục của viên chì và xuyên viên chì (để luồn dây câu), lỗ có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 1 mm biết rằng trục của lỗ trùng với trục của viên chì.



Biết khối lượng riêng của chì là $11,3(\text{ g/cm}^3)$. Khối lượng của viên chì sau sản xuất là (kết quả làm tròn đến hàng phân chục)

A. $10,7(\text{ g})$.

B. $10,6(\text{ g})$.

C. $10,4(\text{ g})$.

D. $10,5(\text{ g})$.

Câu 42: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm đáy tới một mặt bên bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4, hàm số bậc hai $y = g(x) = x^2 + 5x - 2$ có đồ thị (C_2) . Biết hai đồ thị (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1) và (C_2) bằng

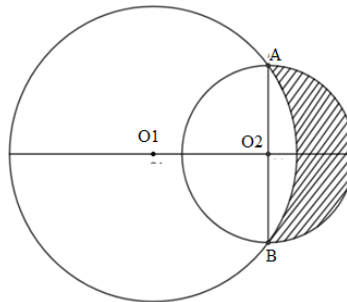
A. $\frac{127}{6}$.

B. $\frac{125}{12}$.

C. $\frac{253}{36}$.

D. $\frac{253}{12}$.

Câu 44: Cho hai đường tròn $C_1(O_1;10)$ và $C_2(O_2;6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (C_2) . Gọi (D) là miền mặt phẳng nằm ngoài đường tròn (C_1) và nằm trong đường tròn (C_2) (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay khi quay (D) xung quanh trục O_1O_2 là



A. $V = \frac{320\pi}{3}$.

B. $V = \frac{320}{3}$.

C. $V = \frac{68\pi}{3}$.

D. $V = 36\pi$.

Câu 45: Với hai số thực x, y thay đổi tùy ý thỏa mãn:

$$\log_3(y^2 + 4y + 4) + \log_2[(5-x)(3+x)] = 2\log_9 \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_8(2y+4)^6.$$

Số các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |3x + 4y + m|$ không vượt quá 30 là

A. 101.

B. 15.

C. 21.

D. 61.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;4)$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) sao cho AM luôn tiếp xúc với (S) . Giá trị nhỏ nhất của đoạn AM thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

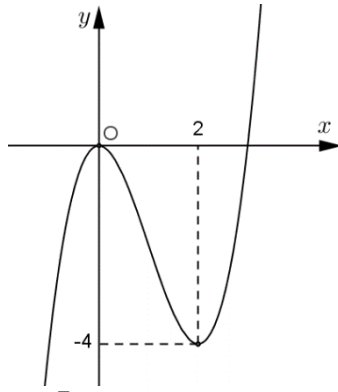
A. $(9;11)$.

B. $(7;9)$.

C. $(5;7)$.

D. $(3;5)$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f^2(x)]$ là

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 8.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số m để hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$?

- A. 2021. B. 2018. C. 2019. D. 2020.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(16 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(2x - m + 5) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt ?

- A. 10. B. 9. C. 8. D. 7.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 3)$ và cắt đường thẳng

(d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{10}{9}$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{40}{9}$.
 C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{10}{9}$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$.

----- HẾT -----

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

**ĐÁP ÁN BÀI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH
KHỐI 12 THPT LẦN II NĂM HỌC 2023 – 2024 MÔN: TOÁN**

Đề/câu	000	101	102	103	104	105	106	107	108
1	A	C	A	A	A	C	B	D	A
2	A	A	B	D	B	A	A	D	C
3	C	D	D	B	D	A	A	D	D
4	D	D	A	D	A	D	D	B	C
5	A	D	A	B	B	A	A	D	D
6	A	B	D	C	D	C	A	C	B
7	A	C	C	C	B	B	B	A	D
8	D	B	B	B	C	D	C	C	B
9	B	B	A	D	A	C	A	C	D
10	A	B	D	A	C	D	D	B	C
11	A	A	D	C	A	A	B	D	A
12	B	B	D	B	B	D	C	D	C
13	A	A	B	C	B	B	C	B	D
14	A	D	D	D	C	C	C	C	B
15	A	A	D	D	D	D	B	B	B
16	B	A	A	B	D	C	B	B	D
17	B	C	B	D	D	D	C	A	D
18	B	C	D	D	B	B	C	B	D
19	A	D	A	C	C	C	C	C	D
20	B	A	B	C	C	D	D	A	D
21	A	D	D	B	B	C	A	C	B
22	A	B	C	D	A	C	A	C	D
23	A	C	D	A	B	D	D	A	C
24	C	C	D	D	A	D	C	C	A
25	A	C	B	A	D	B	C	D	D
26	A	B	D	C	D	D	C	D	C
27	A	A	B	A	A	A	D	C	A
28	A	D	C	D	C	D	C	B	A
29	A	C	D	D	D	C	C	B	A
30	D	D	D	A	A	A	A	B	B
31	A	B	B	C	B	B	D	B	A
32	D	B	D	A	B	C	C	D	A
33	A	C	A	B	C	B	D	C	B
34	A	D	D	C	A	A	D	D	C
35	A	A	A	B	D	D	C	C	B
36	A	C	D	A	B	B	D	B	D
37	A	B	B	A	C	C	C	D	C
38	A	D	C	D	B	A	C	B	C
39	D	C	C	A	C	C	D	C	C
40	B	A	B	A	B	A	A	C	A
41	D	B	C	A	D	D	B	B	A
42	C	C	B	C	A	D	A	D	A
43	A	D	D	D	A	D	A	D	C
44	A	A	C	D	D	A	C	A	D
45	A	C	D	A	D	D	B	A	C
46	C	A	B	B	D	B	A	D	A
47	C	B	C	D	B	A	A	C	A

48	A	C	B	C	B	C	A	A	A
49	A	C	D	A	D	D	A	D	A
50	A	D	D	B	D	D	C	A	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
C	A	D	D	D	B	C	B	B	B	A	B	A	D	A	A	C	C	D	A	D	B	C	C	C
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	A	D	C	D	B	B	C	D	A	C	B	D	C	A	B	C	B	A	C	A	B	C	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số mũ $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{5}{3} > 1$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ với O là gốc tọa độ, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z . Nếu $|z| = 3$ thì độ dài đoạn OM bằng

A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M(x; y)$.

$$|z| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 3 \Leftrightarrow OM = 3.$$

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2, u_3 = 10$. Giá trị của u_2 bằng

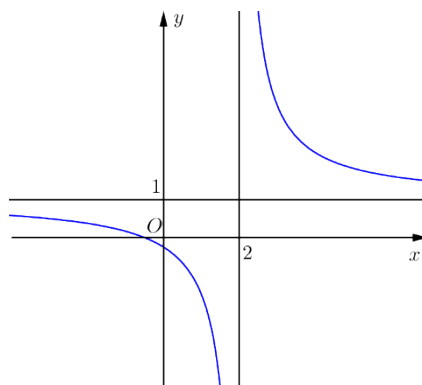
A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2} = \frac{2 + 10}{2} = 6.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = 1$.

B. $y = 2$.

C. $x = 2$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 4$.

B. $I(1; 2; -1)$ và $R = 4$.

C. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 16$.

D. $I(1; 2; -1)$ và $R = 4$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là

A. $S_{xq} = 12\pi$.

B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 7: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$, k là hằng số. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

B. $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^2$ là

A. $D = [1; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 2x + 1) = 0$ là

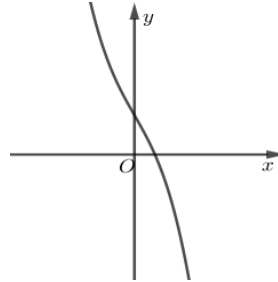
- A. $\{2;1\}$. B. $\{-2;0\}$. C. $\{2;0\}$. D. $\{-1;2\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



- A. $y = -x^3 - 2x + 1$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$. C. $y = x^3 - 2x - 1$. D. $y = -x^4 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta nhận thấy hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $(2i - 1)\bar{z}$ là

- A. 8. B. -7. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } (2i - 1)\bar{z} = (1 - 2i)(3 + 2i) = -7 + 4i$$

Phần thực số phức $(2i - 1)\bar{z}$ là -7.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1;0;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 5)$ là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-5}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+5}{5}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1;0;5)$ và có vectơ chỉ phương

$$\vec{u} = (1; -2; 5) \text{ là } \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-5}.$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (2; 0; -3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. B. $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. C. $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$. D. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}.$$

Câu 15: Cho khối chóp có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

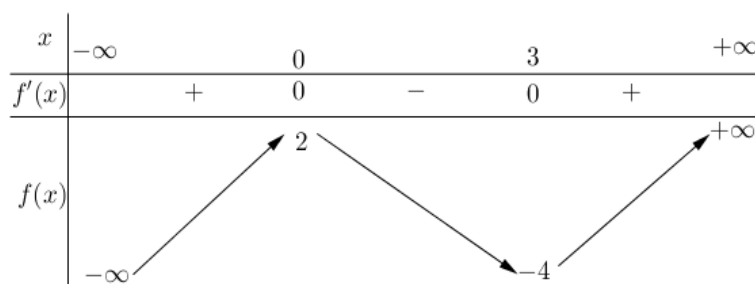
- A.** $9a$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $3a$. **D.** a .

Lời giải

Chọn A

Chiều cao của khối chóp là: $h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 6a^3}{2a^2} = 9a$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** -4 . **B.** 3 . **C.** 0 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT} = -4$.

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- A.** $\frac{1}{2}x^2 + C$. **B.** $2x + C$. **C.** $\frac{1}{3}x^3 + C$. **D.** $3x^3 + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x)dx = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oy có một vector pháp tuyến là

- A.** $\vec{n} = (1; 0; 1)$. **B.** $\vec{n} = (1; 0; 0)$. **C.** $\vec{n} = (0; 1; 0)$. **D.** $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oy có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{j} = (0; 1; 0)$.

Câu 19: Có bao nhiêu cách xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng ngang trên giá sách?

- A.** 8^7 . **B.** $7!$. **C.** 8^8 . **D.** $8!$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng ngang trên giá sách bằng số hoán vị của 8 phân tử là $8!$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A.** $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. **B.** $y' = \frac{\ln 2}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x}$. **D.** $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2} \dots$$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(3; 4)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 22: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số của tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 2 và chữ số 2 đứng ở chính giữa là

- A.** $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập hợp các chữ số đã cho là $A_7^5 = 2520$, vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = n(A) = 2520$.

Chữ số thỏa mãn bài toán có dạng: $\overline{ab2cd}$, có $A_6^4 = 360$ số như vậy.

Gọi E là biến cố “chọn được một số có mặt chữ số 2 và chữ số 2 đứng chính giữa”, có

$$n(E) = 360. \text{ Vậy } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{7}.$$

Câu 23: Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$ và $\int_{-2}^1 g(x) dx = 7$ thì $\int_{-2}^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A.** 13. **B.** $\frac{6}{7}$. **C.** -1. **D.** $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \int_{-2}^1 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_{-2}^1 g(x) dx = 2 \cdot 3 - 7 = -1.$$

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x}$ là

- A. $x^3 - x^2 - 5 \ln x + C$. B. $6x - 2 - \frac{5}{x^2}$.
 C. $x^3 - x^2 + 5 \ln|x| + C$. D. $x^3 - x^2 - 5 \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \int \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x} dx = \int \left(3x^2 - 2x + \frac{5}{x} \right) dx = x^3 - x^2 + 5 \ln|x| + C.$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 4; -2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

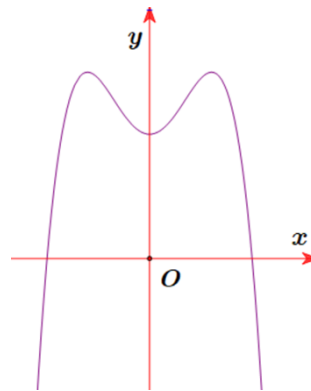
- A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 14$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{14}$.
 C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 14$. D. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1; 3; 1)$ là trung điểm đoạn AB , bán kính $R = IA = \sqrt{14}$ nên có phương trình $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 14$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0$. B. $a < 0, b > 0$. C. $a > 0, b < 0$. D. $a > 0, b > 0$.

Lời giải

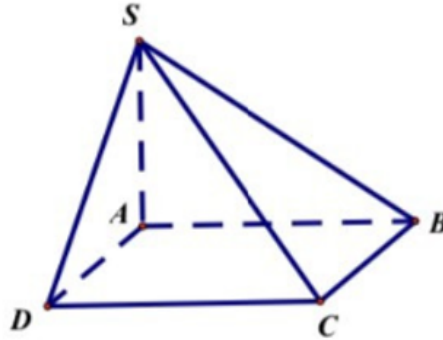
Chọn B

Đồ thị hàm trùng phương có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên $a < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$ suy ra $b > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0$. **Chọn B**

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = a\sqrt{5}$. (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Khi đó:

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}.$$

Xét tam giác SAD vuông tại A có $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Vậy $((SBC), (ABCD)) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. -3 .

B. -2 .

C. 0 .

D. -20 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

$$y' = -3x^2 + 3$$

Trên đoạn $[0; 3]$, $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Khi đó: $y(0) = -2$, $y(1) = 0$, $y(3) = -20$.

Vậy $\min_{[0;3]} y = -20$ đạt tại $x = 3$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)^2(2-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

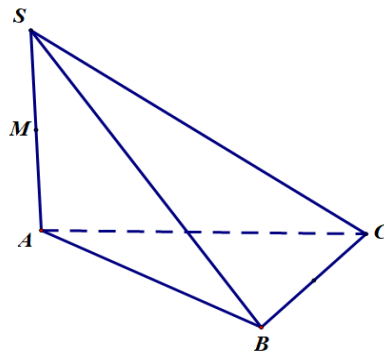
Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘		↗		↘

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Khoảng cách từ trung điểm M của cạnh SA đến mặt phẳng (SBC) là



A. $3a$.

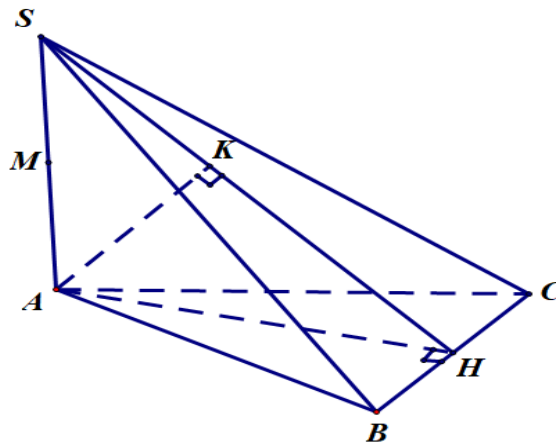
B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}a$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Từ A kẻ $AK \perp SH$ ($K \in SH$).

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \\ AH \cap SA = A \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK.$$

Xét tam giác ABC đều có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAH vuông tại A có AK là đường cao. Khi đó:

$$AK = \frac{SA \cdot AH}{SH} = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{3a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{3a}{4}.$$

Ta có $AM \cap (SBC) = S$ nên $\frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}$

Vậy $d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a}{4}$.

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $2a$ và thể tích bằng $12\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho là

- A. $18\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $36\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \pi R^2 h = 12\pi a^3 \Leftrightarrow h = \frac{12\pi a^3}{\pi R^2} = \frac{12\pi a^3}{\pi 4a^2} = 3a$.

Vậy diện tích xung quanh của khối trụ đã cho là $S = 2\pi Rh = 12\pi a^2$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+3i) = 17+i$. Khi đó mô đun của số phức $w = z - 3i$ là

- A. 13. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{29}$. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

$\bar{z}(1+3i) = 17+i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{17+i}{1+3i} = 2-5i \Rightarrow z = 2+5i$

$\Rightarrow w = z - 3i = 2+5i - 3i = 2+2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.

Câu 33: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxy là

- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}(0; 0; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng qua $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxy . Vậy phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc

với mặt phẳng Oxy là $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3+t \end{cases}$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều có cạnh bằng $2a$ và khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng $3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = S_{ABC} \cdot h = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 35: Nếu $\int_{-2}^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_3^{-2} (f(x) + 4x) dx = ?$

A. -15.

B. 5.

C. -5.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_3^{-2} (f(x) + 4x) dx &= \int_{-2}^3 (-f(x) - 4x) dx = -\int_{-2}^3 f(x) dx - \int_{-2}^3 4x dx = -5 - 2x^2 \Big|_{-2}^3 \\ &= -5 - 2(9 - 4) = -15. \end{aligned}$$

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(81a^5)$ bằng

A. $4 - 5\log_3 a$.

B. $4 + 5a$.

C. $4 + 5\log_3 a$.

D. $4 - 5a$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3(81a^5) = \log_3 81 + \log_3 a^5 = 4 + 5\log_3 a.$$

Câu 37: Cho số phức $z = m + (m - 3)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Giá trị của tham số m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường thẳng có phương trình $y = 2x + 1$ là

A. $m = 5$.

B. $m = -4$.

C. $m = 4$.

D. $m = -2$.

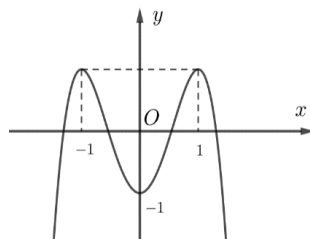
Lời giải

Chọn B

$$\text{Điểm } M(m; m - 3) \in d \Leftrightarrow m - 3 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = -4.$$

Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 39: Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 3$. Hai số phức z_1, z_2 thay đổi thuộc tập S thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$. Mô đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 4 + 2i$ bằng

A. $|w| = 2\sqrt{3}$.

B. $|w| = 4\sqrt{3}$.

C. $|w| = 4\sqrt{2}$.

D. $|w| = 4$.

Lời giải

Chọn C

Số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 3 \Rightarrow M, N$ biểu diễn z_1, z_2 thuộc đường tròn tâm $I(2; -1), R = 3$ và $|z_1 - z_2| = 2 \Rightarrow MN = 2$

$$w = z_1 + z_2 - 4 + 2i \Rightarrow \frac{w}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2} - (2 - i).$$

Gọi H là trung điểm của MN suy ra điểm H biểu diễn số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$.

$$\left| \frac{w}{2} \right| = \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - (2 - i) \right| = IH = \sqrt{R^2 - HM^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |w| = 4\sqrt{2}.$$

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = |w| = \left| \bar{z} + 2w \right|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{|z|}{1 + \left| \bar{z} - w \right|^2}$

thuộc tập nào trong các tập dưới đây?

A. $[0; 1]$.

B. $[2; 3]$.

C. $[3; 5]$.

D. $[1; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} z = a_1 + b_1 i \\ w = a_2 + b_2 i \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } |z| = |w| \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2.$$

$$|z| = \left| \bar{z} + 2w \right| \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = (a_1 + 2a_2)^2 + (-b_1 + 2b_2)^2$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_1^2 + 4a_1a_2 + 4a_2^2 + 4b_2^2 - 4b_1b_2 + b_1^2$$

$$\Leftrightarrow 4(a_2^2 + b_2^2) + 4(a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a_2^2 + b_2^2) + (a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + (a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\text{Mà } a_2^2 + b_2^2 = a_1^2 + b_1^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + \frac{1}{2}(a_1^2 + b_1^2) + (a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_1^2 + 2a_1a_2 + a_2^2) + \frac{1}{2}(b_1^2 - 2b_1b_2 + b_2^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_1 + a_2)^2 + \frac{1}{2}(b_1 - b_2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } T = \frac{|z|}{1 + \left| \bar{z} - w \right|^2} = \frac{|z|}{1 + \left[(a_1 - a_2)^2 + (-b_1 - b_2)^2 \right]} = \frac{|z|}{1 + \left[\left[a_1 - (-a_1) \right]^2 + (b_1 + b_1)^2 \right]}$$

$$\Rightarrow T = \frac{|z|}{1 + (4a_1^2 + 4b_1^2)} = \frac{|z|}{1 + 4|z|^2}$$

$$\text{Đặt } |z| = x \geq 0 \Rightarrow T = \frac{x}{1 + 4x^2}$$

$$T' = \frac{1 - 4x^2}{(1 + 4x^2)^2}$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
T'		+	0
T			-
	0	$\frac{1}{4}$	0

$$\text{Vậy } T_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow |z| = x = \frac{1}{2}$$

Câu 41: Để dùng cho mục đích đi câu cá, người ta sản xuất một viên chì với quy trình như sau:
 Bước 1. Sản xuất viên chì đặc dạng khối nón có chiều cao 40mm và bán kính đáy 5mm .

Bước 2. Khoan một lỗ dọc theo trục của viên chì và xuyên viên chì (để luồn dây câu), lỗ có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 1mm biết rằng trục của lỗ trùng với trục của viên chì.



Biết khối lượng riêng của chì là $11,3g/cm^3$. Khối lượng của viên chì sau sản xuất là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. 10,7g .

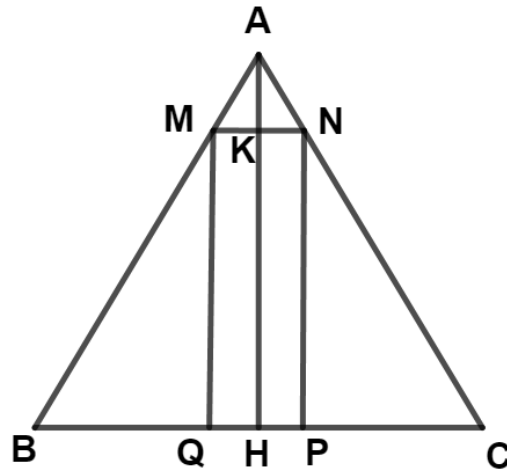
B. 10,6g .

C. 10,4g .

D. 10,5g .

Lời giải

Chọn B



Ta minh họa viên chì đặc và lỗ khoan xuyên viên chì như hình vẽ.

$$\text{Khi đó ta có } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AK}{AH} = \frac{KN}{HC} = \frac{1}{5} \Rightarrow KH = \frac{4}{5} AH = \frac{4}{5} \cdot 40 = 32 \text{ mm} = 3,2 \text{ cm} = h.$$

$$V_{\text{chì}} = V_{\text{nón cắt}} - V_{\text{trụ}} = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r.r') - \pi r'^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3,2 \cdot (0,5^2 + 0,1^2 + 0,5 \cdot 0,1) - \pi \cdot 0,1^2 \cdot 3,2 \approx 0,938289 (\text{cm}^3)$$

$$\Rightarrow \text{Khối lượng viên chì: } V_{\text{chì}} \cdot 11,3 \approx 10,6 (\text{cm}^3).$$

Câu 42: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm đáy tới một mặt bên bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

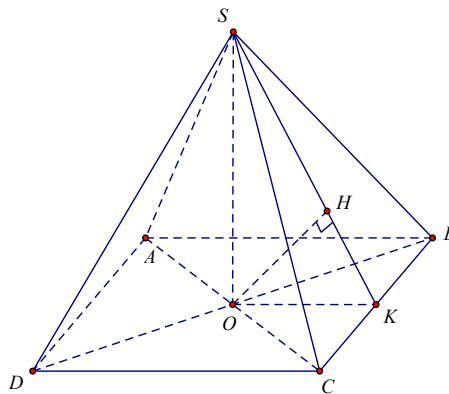
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Hạ } OK \perp BC, OH \perp SK \Rightarrow d(O; (SBC)) = OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OK^2} \Rightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow SO = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4, hàm số bậc hai $y = g(x) = x^2 + 5x - 2$ có đồ thị (C_2) . Biết hai đồ thị (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1) và (C_2) bằng

- A. $\frac{127}{6}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{36}$. D. $\frac{253}{12}$.

Lời giải

Chọn B

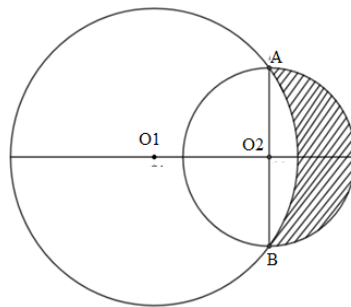
Xét phương trình hoành độ giao điểm $f(x) - g(x) = a(x+2)(x-1)(x-3)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow f(0) - g(0) = 6a \Leftrightarrow 4 - (-2) = 6a \Leftrightarrow a = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1) và (C_2) bằng

$$S = \int_{-2}^3 |1(x+2)(x-1)(x-3)| dx = \frac{125}{12}.$$

Câu 44: Cho hai đường tròn $C_1(O_1; 10)$ và $C_2(O_2; 6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (C_2) . Gọi (D) là miền mặt phẳng nằm ngoài đường tròn (C_1) và nằm trong đường tròn (C_2) (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay khi quay (D) xung quanh trục O_1O_2 là



- A. $V = \frac{320\pi}{3}$. B. $V = \frac{320}{3}$. C. $V = \frac{68\pi}{3}$. D. $V = 36\pi$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O$, $O_2C \equiv Ox$, $O_2A \equiv Oy$.

Cạnh $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \Rightarrow (O_1): (x+8)^2 + y^2 = 100$.

Phương trình đường tròn $(O_2): x^2 + y^2 = 36$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{100 - (x+8)^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 2$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{36 - x^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 6$.

Khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox .

$$\text{Ta có } V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 6^3 = 144\pi.$$

$$\text{Lại có } V_1 = \pi \int_0^2 y^2 dx = \pi \int_0^2 [100 - (x+8)^2] dx = \frac{112\pi}{3}.$$

$$\text{Do đó } V = V_2 - V_1 = 144\pi - \frac{112\pi}{3} = \frac{320\pi}{3}.$$

Câu 45: Với hai số thực x, y thay đổi tùy ý thỏa mãn:

$$\log_3(y^2 + 4y + 4) + \log_2[(5-x)(3+x)] = 2 \log_9 \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_8(2y+4)^6.$$

Số các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |3x + 4y + m|$ không vượt quá 30 là

A. 101.

B. 15.

C. 21.

D. 61.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\log_3(y^2 + 4y + 4) + \log_2[(5-x)(3+x)] = 2 \log_9 \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_8(2y+4)^6$$

$$\Leftrightarrow \log_3(y+2)^2 + \log_2(15+2x-x^2) = 2 \log_{3^2} \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_{2^3}(2y+4)^6$$

$$\Leftrightarrow \log_3(y+2)^2 - \log_3(15+2x-x^2) = \log_2(y+2)^2 - \log_2(15+2x-x^2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 2 \cdot \log_2 \frac{(y+2)^2}{15+2x-x^2} = \log_2 \frac{(y+2)^2}{15+2x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(y+2)^2}{(5-x)(3+x)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(y+2)^2}{(5-x)(3+x)} = 1$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 4y + 4 = 15 + 2x - x^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16.$$

$$\text{Khi đó } [3(x-1) + 4(y+2)]^2 \leq (3^2 + 4^2)[(x-1)^2 + (y+2)^2] = 20^2.$$

$$\text{Suy ra } -20 \leq 3(x-1) + 4(y+2) \leq 20 \Leftrightarrow -25 + m \leq 3x + 4y + m \leq 15 + m.$$

$$\text{Suy ra } P_{\max} = \frac{|(15+m) + (-25+m)| + |(15+m) - (-25+m)|}{2} = |m-5| + 20.$$

$$\text{Ta có } P_{\max} \leq 30 \Leftrightarrow |m-5| + 20 \leq 30 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 15.$$

Vậy có 21 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;4)$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) sao cho AM luôn tiếp xúc với (S) . Giá trị nhỏ nhất của đoạn AM thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. (9;11).

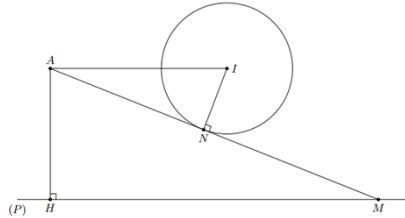
B. (7;9).

C. (5;7).

D. (3;5).

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$, suy ra $AI = \sqrt{29} > R$.

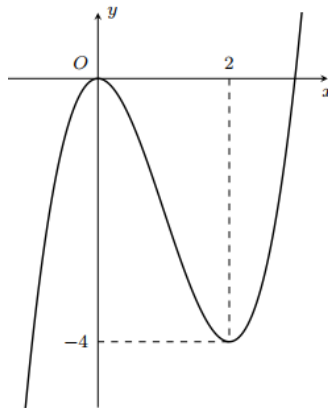
Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) , ta có $AH = d(A, (P)) = d(I, (P)) = 4$.

Gọi N là điểm tiếp xúc của AM và mặt cầu (S) .

AM có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $AI \parallel HM \Rightarrow \widehat{IAN} = \widehat{AMH}$.

Khi đó $\frac{AH}{AM} = \sin \widehat{AMH} = \sin \widehat{IAN} = \frac{IN}{IA} \Rightarrow AM = \frac{AH \cdot AI}{IN} = \frac{4\sqrt{29}}{2} = 2\sqrt{29} \approx 10,77$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f^2(x)]$ là

A. 6.

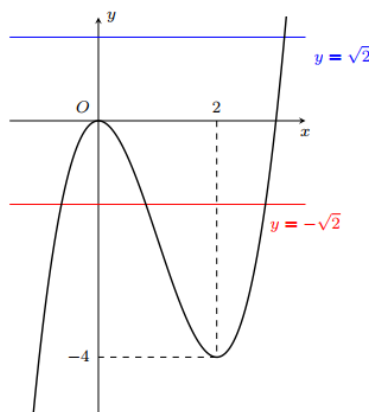
B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g'(x) = 2f'(x) \cdot f(x) \cdot f'[f^2(x)]$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f'[f^2(x)] = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = 2 \\ x = a (a > 2) \\ f(x) = \sqrt{2} \\ f(x) = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = 2 \\ x = a (a > 2) \\ x = b (b > a) \\ x = c (c < 0) \\ x = d (0 < d < 2) \\ x = e (0 < e < a). \end{cases}$$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f^2(x)]$ là 7.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số m để hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$

nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$?

A. 2021.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có nghĩa khi $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$.

$$y' = \frac{2x^2 - 4mx + 3m + 1}{(x - m)^2}.$$

Để hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$ điều kiện là

$$y' \leq 0, \forall x \in (1; 5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4mx + 3m + 1 \leq 0, \forall x \in (1; 5) \\ m \notin (1; 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4x - 3)m \geq 2x^2 + 1, \forall x \in (1; 5) \\ m \geq 5 \\ m \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2x^2 + 1}{4x - 3}, \forall x \in (1; 5) \\ m \geq 5 \\ m \leq 1 \end{cases} \quad \cdot \text{Đặt } h(x) = \frac{2x^2 + 1}{4x - 3}, x \in (1; 5) \Rightarrow h'(x) = \frac{8x^2 - 12x - 4}{(4x - 3)^2}.$$

$$h'(x) = 0 \Rightarrow 8x^2 - 12x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{17}}{4} \notin (1; 5) \\ x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \in (1; 5) \end{cases}.$$

x	1	$\frac{3 + \sqrt{17}}{4}$	5	
$h'(x)$		-	0	+
$h(x)$	3	$\frac{3 + \sqrt{17}}{4}$	3	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \geq 5 \Leftrightarrow m \geq 5. \\ m \leq 1 \end{cases}$

$$\text{Do } \begin{cases} m \geq 5 \\ m < 2024 \Rightarrow \text{số giá trị nguyên của } m \text{ là } 2024 - 5 = 2019. \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(16-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(2x-m+5) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện của phương trình } \begin{cases} 16-x^2 > 0 \\ 2x-m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 4 \\ 2x-m+5 > 0 \end{cases}$$

$$\log_3(16-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(2x-m+5) = 0 \Leftrightarrow \log_3(16-x^2) = \log_3(2x-m+5)$$

$$\begin{cases} 16-x^2 = 2x-m+5 \\ -4 < x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-11 = m \\ -4 < x < 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } h(x) = x^2 + 2x - 11, x \in (-4; 4) \Rightarrow h'(x) = 2x + 2.$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1. \text{ Ta có bảng biến thiên của hàm số } h(x) = x^2 + 2x - 11, x \in (-4; 4).$$

x	-4	-1	4		
$h'(x)$		-	0	+	
$h(x)$	-3		-12		13

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt điều kiện là:

$$\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ -12 < m < -3 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4\}.$$

Vậy có 8 giá trị của m .

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;3)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB vuông. Phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{10}{9}$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{40}{9}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{10}{9}$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$.

Lời giải

Chọn D

