

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH

Năm học: 2022 – 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi: 20/10/2022

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (4.0 điểm)

a). Giải phương trình: $5x^2 + \frac{3}{2}x - 3 = (1 + 3x)\sqrt{2x^2 - 1}$.

b). Giải hệ phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = yz + \frac{8}{x} = 2zx - \frac{2}{y} = 3xy + \frac{18}{z}$.

Câu 2 (4.0 điểm)a) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$abc \geq (a + b - c)(b + c - a)(c + a - b)$$

b) Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:

$$9abc + 1 \geq 4(ab + bc + ca)$$

Câu 3 (4.0 điểm)Cho dãy số (a_n) được xác định bởi $a_1 = a > 1$ và $a_{n+1} = \frac{a_n^2}{a_n^2 - a_n + 1}, n \in \mathbb{N}^*$.a) Tìm giới hạn của dãy số (a_n) .b) Với $n \in \mathbb{N}^*$, đặt $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$. Hãy tìm giới hạn của dãy số (S_n) .**Câu 4 (4.0 điểm)**

Trong mặt phẳng, cho 2023 điểm sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi:

a) Có ít nhất bao nhiêu tam giác không cân được tạo thành.

b) Chứng minh rằng có thể chọn ra một tập con gồm 45 điểm sao cho trong đó không có 3 điểm nào tạo thành một tam giác đều.

Câu 5 (4.0 điểm)Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) có B, C cố định và A thay đổi trên (O) . D là trung điểm BC . BE, CF là các đường cao của tam giác ABC . Hai đường tròn (DBF) và (DCE) cắt nhau tại điểm thứ hai là K .a) Chứng minh rằng K luôn thuộc đường tròn cố định.b) Lấy T trên (O) sao cho $KT \perp BC$ và A, T khác phía với BC . Các đường thẳng AB, BT cắt lại đường tròn (AKT) lần lượt tại M, N . Gọi I là trung điểm MN . Chứng minh rằng đường tròn (ATI) luôn đi qua điểm cố định.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng MTCT và tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm