

**Câu 1 (3,0 điểm)**

Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ .

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = 8x - 1$ .

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình:  $2 \sin 3x + \cos 2x + 2 \sin x + 1 = 0$ .

b) Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{23 - 5x}$ .

**Câu 3 (2,0 điểm)**

- Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ một hộp có 3 viên bi vàng, 4 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh, 6 viên bi trắng. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 màu.
- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $A(1;3)$ . Viết phương trình đường tròn tâm  $A$  và đi qua  $B(-1;4)$ .

**Câu 4 (2,0 điểm)**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ; mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết  $AB = a$ ;  $BC = a\sqrt{3}$ .

- Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$ .
- Gọi  $M$  là trung điểm  $AC$ . Tính khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Một người đàn ông muốn xây bể bơi cho trẻ em có thể tích  $18m^3$  và thiết kế bể là hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính độ sâu của bể để diện tích gạch lát đáy và thành bể nhỏ nhất.

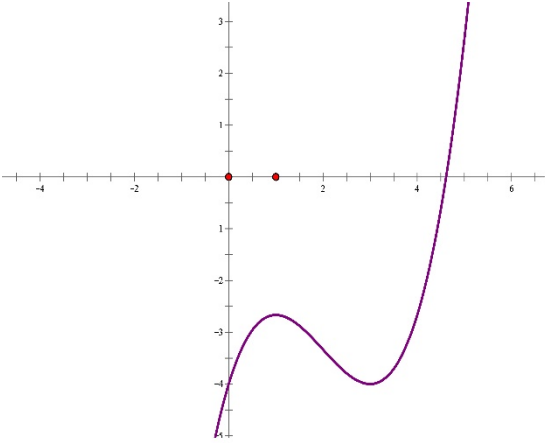
--- HẾT ---

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

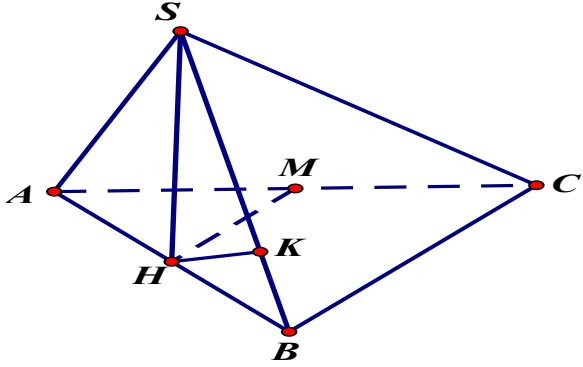
Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

Chữ kí cán bộ coi thi số 1: ..... Chữ kí cán bộ coi thi số 2: .....

Câu	Đáp án	Điểm															
1 (2,0 điểm)	Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ . a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.	2,0															
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$	0,25															
	Sự biến thiên: $y' = x^2 - 4x + 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ . Hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$ .	0,5															
	Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 1$ và giá trị cực đại $y_{CD} = -\frac{8}{3}$ . Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 3$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = -4$ .	0,25															
	Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ . Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.	0,25															
	Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{8}{3}</math></td> <td><math>-4</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$y'$	+	0	-	0	+	$y$	$-\infty$	$-\frac{8}{3}$	$-4$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$													
$y'$	+	0	-	0	+												
$y$	$-\infty$	$-\frac{8}{3}$	$-4$	$+\infty$													

	<p>Đồ thị hàm số:</p>  <p>Đồ thị hàm số nhận điểm <math>M\left(2; \frac{-10}{3}\right)</math> làm tâm đối xứng.</p>	0,5
	<p>b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng <math>y = 8x - 1</math>.</p>	<b>1,0</b>
	<p>Gọi tiếp điểm là <math>M(x_0; y_0)</math>. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng <math>y = f'(x_0).(x - x_0) + y_0</math>.</p>	0,25
	<p>Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng <math>y = 8x - 1</math> nên <math>f'(x_0) = 8</math> hay <math>x_0^2 - 4x_0 + 3 = 8 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 5 \end{cases}</math>.</p>	0,25
	<p>Với <math>x_0 = -1</math>, ta có <math>y_0 = \frac{-28}{3}</math>. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là <math>y = 8(x + 1) - \frac{28}{3}</math> hay <math>24x - 3y - 4 = 0</math>  Với <math>x_0 = 5</math>, ta có <math>y_0 = \frac{8}{3}</math>. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là <math>y = 8(x - 5) + \frac{8}{3}</math> hay <math>24x - 3y - 112 = 0</math></p>	0,5
	<p>a) Giải phương trình <math>2\sin 3x + \cos 2x + 2\sin x + 1 = 0</math>.</p>	<b>1,0</b>
	<p><math>2\sin 3x + \cos 2x + 2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(\sin 3x + \sin x) + (\cos 2x + 1) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow 2\sin 2x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 4\sin x \cdot \cos^2 x + \cos^2 x = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \cos^2 x(4\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 0 \\ 4\sin x + 1 = 0 \end{cases}</math></p>	0,5
	<p>TH1: <math>\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})</math>.</p>	0,25

<b>2</b> <b>(2,0 điểm)</b>	$\text{TH2: } 4\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{-1}{4}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{-1}{4}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	<b>0,25</b>
	<p>Vậy phương trình có 3 họ nghiệm là</p> $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \arcsin\left(\frac{-1}{4}\right) + k2\pi; x = \pi - \arcsin\left(\frac{-1}{4}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$	
	b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{23 - 5x}$ .	<b>1,0</b>
	$\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{23 - 5x} \Leftrightarrow \begin{cases} 23 - 5x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 23 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{23}{5} \text{ (1)} \\ x^2 + x - 20 = 0 \text{ (2)} \end{cases}$	<b>0,25</b>
	<p>Giải (2) ta có:</p> $x^2 + x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5x - 20 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 4)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -5 \end{cases}$	<b>0,5</b>
	<p>Kết hợp với điều kiện (1) ta thấy <math>x = 4; x = -5</math> đều thỏa mãn. Vậy tập nghiệm của phương trình là <math>S = \{4; -5\}</math>.</p>	<b>0,25</b>
<b>3</b> <b>(2,0 điểm)</b>	a) Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ một hộp có 3 viên bi vàng, 4 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh, 6 viên bi trắng. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 màu.	<b>1,0</b>
	<p>Phép thử là lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ một hộp có 18 viên bi nên</p> $n(\Omega) = C_{18}^3 = 816.$	<b>0,25</b>
	<p>Gọi biến cố A: “3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 màu”.</p> $\Rightarrow \text{biến cố } \bar{A}: \text{“3 viên bi lấy ra có ít hơn 2 màu”}.$	<b>0,25</b>
	<p>TH1: 3 viên bi lấy ra chỉ có màu vàng.</p> <p>TH1: 3 viên bi lấy ra chỉ có màu đỏ.</p> <p>TH1: 3 viên bi lấy ra chỉ có màu xanh.</p> <p>TH1: 3 viên bi lấy ra chỉ có màu trắng.</p> $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + C_6^3 = 35 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{35}{816}$	<b>0,25</b>

	Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{781}{816}$ .	0,25
	b) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho điểm $A(1;3)$ .Viết phương trình đường tròn tâm A và đi qua $B(-1;4)$ .	1,0
	Vì đường tròn có tâm A và đi qua B nên $R = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{5}$	0,5
	Phương trình đường tròn có tâm $A(1;3)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$ là $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$	0,5
4 (2,0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại B; mặt bên $SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AB = a; BC = a\sqrt{3}$ . a) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.	1,0
		
	Gọi H là trung điểm AB, vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ . Mà $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$ . $\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (Trung tuyến trong tam giác đều cạnh a).	0,5
	Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$	0,25
	$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$ .	0,25
	b) Gọi M là trung điểm AC. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC).	1,0
Xét tam giác ABC có H và M lần lượt là trung điểm của AB và AC	0,5	

	$\Rightarrow HM$ là đường trung bình của tam giác $ABC$ $\Rightarrow HM \parallel BC \Rightarrow HM \parallel (SBC) \Rightarrow d(M; (SBC)) = d(H; (SBC))$											
	Trong tam giác $SAB$ kẻ $KH \perp SB (K \in SB)$ . Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BC; BC \perp AB \Rightarrow BC \perp HK$ . Suy ra $HK \perp (SBC)$ hay $d(M; (SBC)) = d(H; (SBC)) = HK$	0,25										
	Dễ thấy $HK = HB \cdot \sin HBK = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Vậy $d(M; (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .	0,25										
<b>5</b>  <b>(1,0 điểm)</b>	Một người đàn ông muốn xây bể bơi cho trẻ em có thể tích $18m^3$ và thiết kế bể là hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính độ sâu của bể để diện tích gạch lát đáy và thành bể nhỏ nhất.	<b>1,0</b>										
	Gọi chiều rộng của bể là $x(m)$ ( $x > 0$ ). Suy ra chiều dài của bể là $3x(m)$ . Gọi chiều sâu của bể là $h(m)$ . Vì thể tích của bể là $18m^3$ nên $x \cdot 3x \cdot h = 18 \Leftrightarrow h = \frac{6}{x^2}$ .	0,25										
	Ta phải lát gạch ở đáy bể là 4 thành bể nên diện tích cần lát gạch là $S = 2xh + 2 \cdot 3xh + x \cdot 3x = 8x \cdot \frac{6}{x^2} + 3x^2 = \frac{48}{x} + 3x^2$	0,25										
	Xét hàm số $S(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$ trên $(0; +\infty)$ . Có $S'(x) = 6x - \frac{48}{x^2}; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ . Ta có bảng biến thiên	0,25										
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>S'(x)</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>S(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <math>\searrow</math>            36  <math>\nearrow</math> </td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>		$x$	0	2	$+\infty$	$S'(x)$	-	0	+	$S(x)$	$+\infty$
$x$	0	2	$+\infty$									
$S'(x)$	-	0	+									
$S(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 36 $\nearrow$	$+\infty$									

	<p>Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất của khi <math>x = 2</math>.</p> <p>Vậy để diện tích gạch lát bể nhỏ nhất thì độ sâu của bể là <math>h = \frac{6}{2^2} = 1,5(m)</math>.</p>	0,25
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------