

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 29/9/2022

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi có 01 trang, gồm 07 câu)

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

2) Cho hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+2}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = -2x + m$  ( $m$  là tham số thực). Chứng minh rằng  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  phân biệt với mọi tham số thực  $m$ . Gọi  $k_1, k_2$  lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $P = (k_1)^{2022} + (k_2)^{2022}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 2. (2,0 điểm)**

Cho đa giác  $(H)$  có 20 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Chọn bốn đỉnh tùy ý của  $(H)$ . Tính xác suất để chọn được bốn đỉnh tạo thành một tứ giác lồi có bốn cạnh đều là đường chéo của  $(H)$ .

**Câu 3. (4,0 điểm)**

Giải phương trình sau trên tập số thực  $\sqrt{x^2 - x + 1} = \frac{x^3 + 3x^2 - 4x + 1}{x^2 + 3}$ .

**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $30^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm thuộc cạnh  $BC, CD$  sao cho  $BM = 2MC$  và  $CN = 2ND$ .

- 1) Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .
- 2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $DM$  và  $SN$ .

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho hình chữ nhật  $ABCD$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Tiếp tuyến tại  $C$  của đường tròn  $(O)$  cắt  $AB$  tại  $P$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $PB, PC$ . Đường thẳng  $DP$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $G$  khác  $D$ .

- 1) Chứng minh  $KB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  và tứ giác  $AOGI$  nội tiếp.
- 2) Gọi  $J$  là giao điểm của  $BC$  và  $AG$ . Chứng minh ba điểm  $O, J, P$  thẳng hàng.

**Câu 6. (1,5 điểm)**

Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{25a^2}{\sqrt{2a^2 + 7b^2 + 16ab}} + \frac{25b^2}{\sqrt{2b^2 + 7c^2 + 16bc}} + \frac{c^2(3+a)}{a}$$

**Câu 7. (1,5 điểm)**

Tìm tất cả các cặp số tự nhiên  $(m, n)$  để  $A = 3^{3m^2 + 6n - 61} + 4$  là một số nguyên tố.

..... Hết .....