SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SÓC TRĂNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH
Năm học: 2022-2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN
(*Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề*)

Đề thi này có 02 trang

Bài 1: *(6,0 điểm)*

1) Giải phương trình $\cos 3x-\sqrt{3}\sin 3x+2\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{2}\sin x$.

2) Cho các số thực $x,\ y$ thỏa mãn: $|y|\le 2\sqrt{10}$ và $x^3+3x+y^2\sqrt{40-y^2}=43\sqrt{40-y^2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+x-3y$.

3) Vào lúc 5 giờ chiều, ở một công ty tại khu công nghiệp An Nghiệp - Sóc Trăng có 12 xe đưa công nhân về một bến. Mỗi tài xế có hai lựa chọn để đi là:

+ Đi theo đường quốc lộ, không bị kẹt xe nhưng phải đi vòng, thời gian để đi là 60 phút.

+ Đi theo đường nội thành, đường ngắn hơn nhưng nhỏ và vào giờ cao điểm nên nếu xe đầu tiên đi thì mất 25 phút, khi có thêm một xe nữa cùng đi (chỉ xét xe của công ty này) thì thời gian của các xe đi sau sẽ tăng thêm 5 phút so với xe đi ngay trước đó.

Hỏi các tài xế của công ty phải tính toán cho bao nhiêu xe đi theo đường nội thành và bao nhiêu xe đi theo đường quốc lộ để tổng thời gian các xe di chuyển là nhỏ nhất?

Bài 2: *(2,0 điểm)* Cho dãy số (u_n) được xác định bởi

$$u_1=1,\ u_2=3 \text{ và } u_{n+2}=(n+3)u_{n+1}-(n+2)u_n,\ \forall n\in\mathbb{N}^*.$$

1) Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n).

2) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n lớn hơn 9 thì u_n luôn chia hết cho 11.

Bài 3: *(4,0 điểm)*

1) Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcd}$ mà $a<b$ và $c>d$?

2) Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11 và 2 học sinh lớp 12 thành một hàng ngang. Tính xác suất để trong 6 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

Bài 4: *(4,0 điểm)* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x - y + 4 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$.

1) Từ điểm S nằm trên đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến SA, SB của đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm và A có hoành độ dương. Đường thẳng AB đi qua $K(-2; 7)$. Tìm tọa độ điểm S.

2) Đường thẳng qua B song song SA cắt đường tròn (C) tại D $(D \neq B)$. Gọi C là giao điểm thứ hai của SD với đường tròn (C). Tìm tọa độ giao điểm M của BC và SA.

Bài 5: *(4,0 điểm)* Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC = 4a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{2}$.

1) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB).

2) Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, SA và R là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CR}$. Xác định và tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNR) với hình chóp $S.ABC$.

------ Hết ------

Họ tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của Cán bộ coi thi 1: ....Chữ ký của Cán bộ coi thi 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO SÓC TRĂNG	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH Năm học: 2022-2023

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

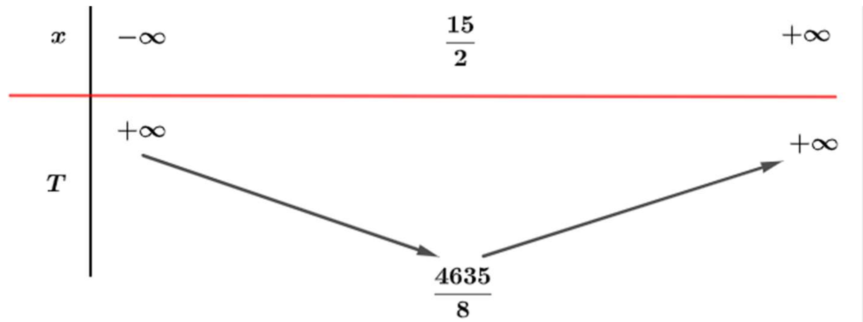
(*Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề*)

HƯỚNG DẪN CHẤM

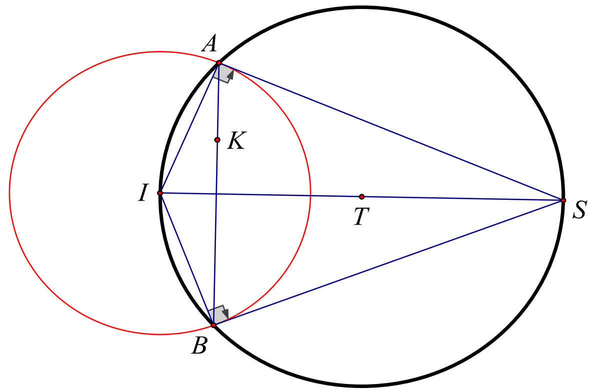
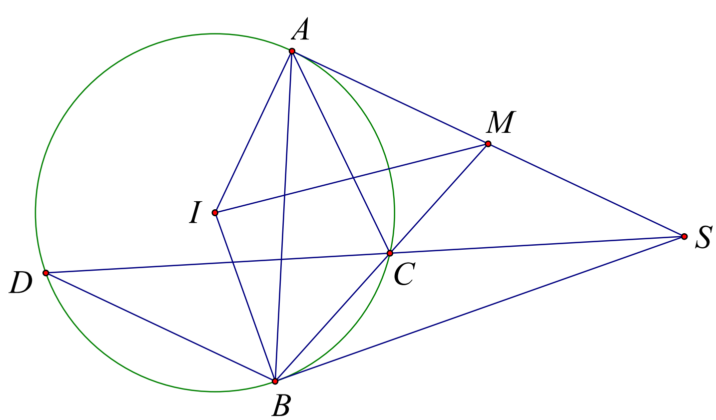
(*Hướng dẫn chấm có 07 trang*)

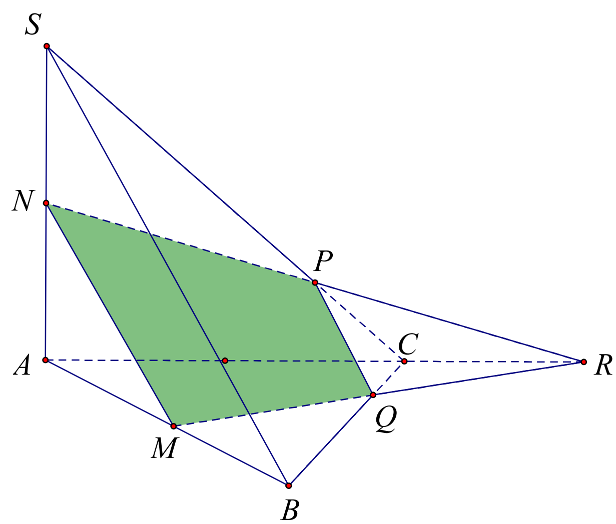
Bài	Đáp án	Điểm
1	**1)** Giải phương trình $\cos 3x-\sqrt{3}\sin 3x+2\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{2}\sin x$.	2,0 điểm
	Ta có $\cos 3x-\sqrt{3}\sin 3x+2\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{2}\sin x$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 3x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x+\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\sin x$ $\Leftrightarrow \cos 3x.\cos\frac{\pi}{3}-\sin 3x.\sin\frac{\pi}{3}+\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\sin x$ $\Leftrightarrow \cos\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\sin x$	1,0
	$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin x$ $\Leftrightarrow \sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right).\cos\frac{\pi}{4}+\cos\left(3x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\frac{\pi}{4}=\sin x$ $\Leftrightarrow \sin\left(3x+\frac{7\pi}{12}\right)=\sin x$	0,5
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x+\frac{7\pi}{12}=x+k2\pi\\ 3x+\frac{7\pi}{12}=\pi-x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{7\pi}{24}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{48}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x=-\frac{7\pi}{24}+k\pi,\ x=\frac{5\pi}{48}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.	0,5
1	**2)** Cho các số thực x, y thỏa mãn: $\lvert y\rvert\le 2\sqrt{10}$ và $x^3+3x+y^2\sqrt{40-y^2}=43\sqrt{40-y^2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+x-3y$.	2,0 điểm
	Ta có $x^3+3x+y^2\sqrt{40-y^2}=43\sqrt{40-y^2}$ $\Leftrightarrow x^3+3x-\left(40-y^2\right)\sqrt{40-y^2}-3\sqrt{40-y^2}=0$ $\Leftrightarrow x^3-\left(\sqrt{40-y^2}\right)^3+3\left(x-\sqrt{40-y^2}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{40-y^2}\right)\left[x^2+x\sqrt{40-y^2}+\left(\sqrt{40-y^2}\right)^2\right]+3\left(x-\sqrt{40-y^2}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{40-y^2}\right)\left[x^2+x\sqrt{40-y^2}+\left(\sqrt{40-y^2}\right)^2+3\right]=0$	0,5

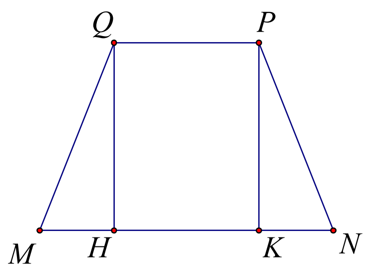
Bài	Đáp án	Điểm
	Mà $x^2+x\sqrt{40-y^2}+\left(\sqrt{40-y^2}\right)^2+3=\left(x+\frac{1}{2}\sqrt{40-y^2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(40-y^2\right)+3>0$, với $\lvert y\rvert\le 2\sqrt{10}$.	0,25
	Nên $x-\sqrt{40-y^2}=0\Leftrightarrow x=\sqrt{40-y^2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ x^2+y^2=40\end{cases}$ (1).	0,25
	Khi đó $P=40+x-3y$ Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski, ta có $(x-3y)^2\le\left[1^2+(-3)^2\right]\left(x^2+y^2\right)=400$ Suy ra $x-3y\le 20$	0,5
	Do đó $P\le 60$	0,25
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x\ge 0\\ x^2+y^2=40\\ \frac{x}{1}=\frac{y}{-3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=-6\end{cases}$ Vậy giá trị lớn nhất của P là 60 khi $\begin{cases}x=2\\ y=-6\end{cases}$.	0,25
1	**3)** Vào lúc 5 giờ chiều, ở một công ty tại khu công nghiệp An Nghiệp - Sóc Trăng có 12 xe đưa công nhân về một bến. Mỗi tài xế có hai lựa chọn để đi là: + Đi theo đường quốc lộ, không bị kẹt xe nhưng phải đi vòng, thời gian để đi là 60 phút. + Đi theo đường nội thành, đường ngắn hơn nhưng nhỏ và vào giờ cao điểm nên nếu xe đầu tiên đi thì mất 25 phút, khi có thêm một xe nữa cùng đi (chỉ xét xe của công ty này) thì thời gian của các xe đi sau sẽ tăng thêm 5 phút so với xe đi ngay trước đó. Hỏi các tài xế của công ty phải tính toán cho bao nhiêu xe đi theo đường nội thành và bao nhiêu xe đi theo đường quốc lộ để tổng thời gian các xe di chuyển là nhỏ nhất?	2,0 điểm
	Gọi x (xe) là số xe đi theo đường nội thành $\left(x\in\mathbb{N},\ x\le 12\right)$. Khi đó có $12-x$ (xe) đi theo đường quốc lộ.	0,25
	Tổng thời gian của các xe đi theo đường quốc lộ là $60(12-x)=720-60x$ (phút)	0,25
	• Trường hợp 1: $x=0$ Tổng thời gian các xe di chuyển là $12.60=720$ (phút).	0,25
	• Trường hợp 2: $1\le x\le 12$ Thời gian các xe đi trong nội thành là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1=25$ (phút) và công sai $d=5$ (phút).	0,25
	Tổng thời gian của các xe đi theo dương nội thành là $S_x=\frac{\left[50+(x-1)5\right]x}{2}=\frac{5}{2}x^2+\frac{45}{2}x$ (phút).	0,25
	Tổng thời gian các xe di chuyển là $T=\frac{5}{2}x^2-\frac{75}{2}x+720$ (phút).	0,25

	Bảng biến thiên  	0,25
	Mà $x \in \mathbb{N}$ nên T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 8$ hoặc $x = 7$. + Khi $x = 8$ thì $T = 580$. + Khi $x = 7$ thì $T = 580$. Vậy tổng thời gian các xe di chuyển nhỏ nhất là 580 phút, khi 8 xe đi theo đường nội thành, 4 xe đi theo đường quốc lộ hoặc khi 7 xe đi theo đường nội thành, 5 xe đi theo đường quốc lộ.	0,25
2	Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $$u_1 = 1,\ u_2 = 3 \text{ và } u_{n+2} = (n+3)u_{n+1} - (n+2)u_n,\ \forall n \in \mathbb{N}^*.$$ **1)** Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n).	1,0 điểm
	Ta có $u_{n+2} = (n+3)u_{n+1} - (n+2)u_n \Rightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = (n+2)(u_{n+1} - u_n)$	0,25
	Ta chứng minh $u_n = 1! + 2! + ... + n!,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ (*). + Ta có $u_1 = 1$. Do đó (*) đúng với $n = 1$. + Giả sử (*) đúng với $n = k$ $(k \in \mathbb{N}^*)$, tức là $$u_k = 1! + 2! + ... + (k-1)! + k!.$$ + Ta cần chứng minh (*) đúng với $n = k+1$, tức là chứng minh $$u_{k+1} = 1! + 2! + ... + k! + (k+1)!.$$ Thật vậy, ta có $u_{k+1} - u_k = (k+1)(u_k - u_{k-1}) = (k+1).k! = (k+1)!$ Suy ra $u_{k+1} = u_k + (k+1)! = 1! + 2! + ... + (k+1)!$.	0,5
	Theo nguyên lý quy nạp, ta được công thức tổng quát của dãy số (u_n) là $u_n = 1! + 2! + ... + n!,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.	0,25
2	**2)** Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n lớn hơn 9 thì u_n luôn chia hết cho 11.	1,0 điểm
	Chứng minh được $u_{10} \vdots 11$	0,5
	Mà $u_n = u_{10} + 11! + 12! + 13! + ... + n!,\ n \geq 10$ nên với mọi số nguyên dương n lớn hơn 10 thì u_n luôn chia hết cho 11.	0,25
	Vậy với mọi số nguyên dương n lớn hơn 9 thì u_n luôn chia hết cho 11.	0,25
3	**1)** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcd}$ mà $a < b$ và $c > d$?	2,0 điểm
	• Trường hợp 1: $d = 0$. Khi đó có 9 cách chọn c. Chọn một tập con gồm hai phần tử của tập $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \setminus \{c; d\}$ có C_8^2 cách chọn. Với tập con vừa chọn, ta có b là chữ số lớn hơn và a là chữ số nhỏ hơn. Trường hợp này có tất cả $9.C_8^2 = 252$ (số)	0,5

	• Trường hợp 2: $d=2$. Khi đó có 7 cách chọn c. Chọn một tập con gồm hai phần tử của tập $\{1;\,2;\,3;\,4;\,5;\,6;\,7;\,8;\,9\}\setminus\{c;\,d\}$ có C_7^2 cách chọn. Với tập con vừa chọn, ta có b là chữ số lớn hơn và a là chữ số nhỏ hơn. Trường hợp này có tất cả $7.C_7^2=147$ (số).	0,5
	• Trường hợp 3: $d=4$. Khi đó có 5 cách chọn c. Chọn một tập con gồm hai phần tử của tập $\{1;\,2;\,3;\,4;\,5;\,6;\,7;\,8;\,9\}\setminus\{c;\,d\}$ có C_7^2 cách chọn. Với tập con vừa chọn, ta có b là chữ số lớn hơn và a là chữ số nhỏ hơn. Trường hợp này có tất cả $5.C_7^2=105$ (số).	0,25
	• Trường hợp 4: $d=6$. Khi đó có 3 cách chọn c. Chọn một tập con gồm hai phần tử của tập $\{1;\,2;\,3;\,4;\,5;\,6;\,7;\,8;\,9\}\setminus\{c;\,d\}$ có C_7^2 cách chọn. Với tập con vừa chọn, ta có b là chữ số lớn hơn và a là chữ số nhỏ hơn. Trường hợp này có tất cả $3.C_7^2=63$ (số).	0,25
	• Trường hợp 5: $d=8$. Khi đó có 1 cách chọn c. Chọn một tập con gồm hai phần tử của tập $\{1;\,2;\,3;\,4;\,5;\,6;\,7;\,8;\,9\}\setminus\{c;\,d\}$ có C_7^2 cách chọn. Với tập con vừa chọn, ta có b là chữ số lớn hơn và a là chữ số nhỏ hơn. Trường hợp này có tất cả $C_7^2=21$ (số)	0,25
	Vậy có $252+147+105+63+21=588$ số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.	0,25
3	**2)** Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11 và 2 học sinh lớp 12 thành một hàng ngang. Tính xác suất để trong 6 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau?	2,0 điểm
	Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=6!=720$.	0,5
	Gọi A là biến cố trong 6 học sinh thì 2 học sinh cùng lớp không đứng cạnh nhau; M là tập hợp cách xếp mà 2 học sinh lớp 10 đứng cạnh nhau; N là tập hợp cách xếp mà 2 học sinh lớp 11 đứng cạnh nhau; P là tập hợp cách xếp mà 2 học sinh lớp 12 đứng cạnh nhau. Khi đó $\lvert M\rvert=\lvert N\rvert=\lvert P\rvert=2!.5!=240$.	0,25
	$\lvert M\cap N\rvert=\lvert N\cap P\rvert=\lvert P\cap M\rvert=2!.2!.4!=96$. $\lvert M\cap N\cap P\rvert=2!.2!.2!3!=48$.	0,5
	Số cách xếp có ít nhất 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau là $\lvert M\cup N\cup P\rvert=\lvert M\rvert+\lvert N\rvert+\lvert P\rvert-\lvert M\cap N\rvert-\lvert N\cap P\rvert-\lvert P\cap M\rvert+\lvert M\cap N\cap P\rvert=480$.	0,25
	Số phần tử của biến cố A là $n(A)=720-480=240$.	0,25
	Xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{240}{720}=\dfrac{1}{3}$.	0,25
4	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-y+4=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$. **1)** Từ điểm S nằm trên đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến SA, SB của đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm và A có hoành độ dương. Đường thẳng AB đi qua $K(-2;\,7)$. Tìm tọa độ điểm S.	2,0 điểm

		
	Đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$, bán kính $R=2$.	0,25
	Gọi $S(m;m+4)\in d$.	0,25
	Gọi T là trung điểm SI. Tứ giác $SAIB$ nội tiếp đường tròn đường kính SI. Ta có $T\left(\frac{m+1}{2};\frac{m+7}{2}\right)$, $TS=\frac{IS}{2}=\frac{\sqrt{2m^2+2}}{2}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tứ giác $SAIB$ là $(T):\left(x-\frac{m+1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{m+7}{2}\right)^2=\frac{m^2+1}{2}$. Hay $(T): x^2+y^2-(m+1)x-(m+7)y+4m+12=0$ (1) Mà $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$ (2)	0,5
	Lấy (2) trừ (1), ta được phương trình đường thẳng AB là $AB:(m-1)x+(m+1)y-4m-6=0$.	0,5
	Mà AB qua $K(-2;7)$ nên $m=-3$. Khi đó $S(-3;1)$.	0,5
4	**2)** Đường thẳng qua B song song SA cắt đường tròn (C) tại D $(D\neq B)$. Gọi C là giao điểm thứ hai của SD với đường tròn (C). Tìm tọa độ giao điểm M của BC và SA.	2,0 điểm
		
	Xét ΔMAC và ΔMBA có $\widehat{M}$ chung và $\widehat{MAC}=\widehat{MBA}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$). Khi đó $\Delta MAC\sim\Delta MBA$ nên $\frac{MA}{MC}=\frac{MB}{MA}\Rightarrow MA^2=MB.MC$ (1).	0,5
	Ta có $\widehat{SBC}=\widehat{SDB}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$) và $\widehat{ASD}=\widehat{SDB}$ (so le trong). Suy ra $\widehat{SBC}=\widehat{ASD}$ hay $\widehat{SBM}=\widehat{MSC}$. Xét ΔMSC và ΔMBS có $\widehat{M}$ chung và $\widehat{MSC}=\widehat{SBM}$ (chứng minh trên).	0,5

	Khi đó $\Delta MSC \sim \Delta MBS$ nên $\frac{MS}{MC}=\frac{MB}{MS}\Rightarrow MS^2=MB.MC$ (2).	
	Từ (1) và (2), ta được $MA=MS$ hay M là trung điểm AS.	0,25
	Phương trình đường thẳng AB là $2x+y-3=0$.	0,25
	Xét hệ phương trình $\begin{cases}2x+y-3=0\\x^2+y^2-2x-6y+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\text{ v }\begin{cases}x=-\frac{3}{5}\\y=\frac{21}{5}\end{cases}$. Suy ra $A(1;1)$.	0,25
	Ta có M là trung điểm SA nên $M(-1;1)$.	0,25
5	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC=4a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{2}$. **1)** Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB).	1,5 điểm
		
	Ta có $AC\perp AB$ (giả thiết) và $AC\perp SA$ $(SA\perp(ABC))$. Suy ra $AC\perp(SAB)$.	0,5
	Khi đó SA là hình chiếu của SC trên (SAB). Suy ra $\left(\widehat{SC,(SAB)}\right)=\left(\widehat{SC,SA}\right)=\widehat{ASC}$ (do ΔSAC vuông tại A).	0,5
	Xét ΔABC vuông cân tại A nên $AB=AC=\frac{BC}{\sqrt{2}}=2a\sqrt{2}$. Xét ΔSAC vuông tại A, có $\tan\widehat{ASC}=\frac{AC}{SA}=\frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}}=1$. Vậy $\left(\widehat{SC,(SAB)}\right)=\widehat{ASC}=45°$.	0,5
5	**2)** Gọi M, lần lượt là trung điểm AB, SA và R là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CR}$. Xác định và tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNR) và hình chóp $S.ABC$.	2,5 điểm
	Trong mặt phẳng (SAC), gọi P là giao điểm của SC và NR. Trong mặt phẳng (ABC), gọi Q là giao điểm của BC và MR. Khi đó thiết diện là tứ giác $MNPQ$.	0,5
	Ta có MN là đường trung bình của ΔSAB nên $MN//SB$.	0,5

	$\left(MNR\right)\cap\left(SBC\right)=PQ\Rightarrow PQ//MN$ Suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình thang.	
	Xét ΔSAB vuông tại A, có $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{\left(2a\sqrt{2}\right)^2+\left(2a\sqrt{2}\right)^2}=4a.$ Suy ra $MN=\frac{1}{2}SB=2a.$ Áp dụng định lí Menelaus cho ΔSAC, với N, P, R thẳng hàng. Ta có $\frac{NS}{NA}.\frac{RA}{RC}.\frac{PC}{PS}=1\Leftrightarrow\frac{PC}{PS}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{CP}{CS}=\frac{1}{4}.$ Mà $\frac{PQ}{SB}=\frac{CP}{CS}=\frac{1}{4}\Rightarrow PQ=\frac{1}{4}SB=a.$	0,5
	Xét ΔBMQ có $MQ^2=BM^2+BQ^2-2BM.BQ.\cos MBQ=5a^2\Rightarrow MQ=a\sqrt{5}.$ Xét ΔSNP có $NP^2=SN^2+SP^2-2SN.SP.\cos NSP=5a^2\Rightarrow NP=a\sqrt{5}.$ Khi đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân	0,5
	 Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, P trên MN. Khi đó $MH=\frac{MN-HK}{2}=\frac{a}{2}.$ Xét tam giác MHQ vuông tại H có $QH=\sqrt{MQ^2-MH^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{19}}{2}.$	0,25
	Diện tích hình thang cân $MNPQ$ là $S_{MNPQ}=\frac{\left(MN+PQ\right)QH}{2}=\frac{3a^2\sqrt{19}}{4}.$	0,25

Chú ý: Nếu thí sinh có cách giải khác và đúng vẫn cho đủ số điểm.