SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **GIA LAI** .... **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** *(Đề thi có 01 trang, 5 bài)*	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH** **TRUNG HỌC PHỔ THÔNG (BẢNG A)** **NĂM HỌC 2022-2023** Môn: **TOÁN** Thời gian: 180 phút (*không kể thời gian giao đề*) Ngày thi: **08/11/2022**

Họ và tên thí sinh...*Số báo danh*..........................

Bài 1 (5 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng,

$$\frac{ab}{a^2+ab+bc}+\frac{bc}{b^2+bc+ca}+\frac{ca}{c^2+ca+ab}\leqslant 1.$$

Bài 2 (3 điểm). Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (a, b, c) sao cho với mọi số nguyên dương n không có ước nguyên tố nhỏ hơn 2022 ta luôn có a^n+b^n+n chia hết cho $n+c$.

Bài 3 (3 điểm). Cho hàm số $f:\ [0;1]\to[0;1]$ liên tục và thỏa mãn $f(f(x))=x^4,\ \forall x\in[0;1]$. Chứng minh rằng,

$$x^4<f(x)<x,\ \forall x\in(0;1).$$

Bài 4 (5 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), P là một điểm thay đổi trên cung nhỏ AC của (O) và K là tâm đường tròn Euler của tam giác PBC.

a) Chứng minh rằng, đường thẳng qua K vuông góc với PA luôn đi qua một điểm cố định khi P di chuyển.

b) Gọi H là hình chiếu của K lên PA. Chứng minh rằng, đường trung trực của đoạn AH luôn đi qua một điểm cố định khi P di chuyển.

Bài 5 (4 điểm). Cho tập hợp $A=\{1;2;3;\cdots;2022\}$. Đặt

$$F=\{X\mid X\subset A\ \text{và}\ S(X)\ \text{chia hết cho}\ 3\}$$

với $S(X)$ là tổng các phần tử của X.

a) Tìm số phần tử của tập F có chứa 2022.

b) Hãy tính $\sum\limits_{X\in F}S(X)$.

———————————Hết———————————

Thí sinh không sử dụng tài liệu, máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI**
GIA LAI	**TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CẤP TỈNH (BẢNG B)**
	NĂM HỌC 2022-2023
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Môn: **TOÁN**
(Gồm 08 câu, 01 trang)	Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)
	Ngày thi: **17/12/2022**

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Câu 1 (3,0 điểm)

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = mx - m$ cắt đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 - m$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho OA, OB, OC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông (O là gốc tọa độ) ?

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x\,;y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2+1) + 6 = 2^{2y} - 4x^2 + 2y$?

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + \dfrac{1}{x+y} = 3 \\ 4xy + 4(x^2+y^2) + \dfrac{3}{(x+y)^2} = 7 \end{cases}$ trên tập số thực.

Câu 3 (2,0 điểm)

Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để lấy được số có dạng $\overline{abcdefg}$, trong đó $a < b < c < d$ và $d > e > f > g$.

Câu 4 (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn $R\left[2(a+b) - c\right] = ab\sqrt{3}$. Chứng minh tam giác ABC đều.

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{5P_{n-1}.C_n^1}{A_{n+2}^n}, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim(u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n)$.

Câu 6 (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(0\,;1)$, M là trung điểm của cạnh AB. Hình chiếu vuông góc của đỉnh D lên đường thẳng CM là điểm $K(2\,;3)$. Tìm tọa độ đỉnh C biết điểm M thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$.

Câu 7 (2,0 điểm)

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, CD và E, F là hai điểm lần lượt thuộc hai cạnh SB, SC.

a) Khi $ES = EB$ và $SC = 3SF$, hãy tính theo a thể tích của khối đa diện $BCNMEF$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đường gấp khúc $MEFN$ theo a.

Câu 8 (2,0 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2 \le x \le 3$ và $2 \le y \le 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x+4y}{x^2+5y+11} + \frac{y+4x}{y^2+5x+11} + \frac{4}{9(x+y-1)}.$$

---------------- **HẾT** ----------------

* Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay;

* Giám thị **không** giải thích gì thêm.