

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**Bài 1.**(4 điểm) Dãy số thực  $(u_n)_{n=1,2,\dots}$  thỏa mãn: với mọi  $n \geq 1$  thì  $(2 - u_n)u_{n+1} = 1$ . Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  có giới hạn hữu hạn và hãy xác định giới hạn này.

**Bài 2.**(4 điểm) Cho  $f(x)$  là một đa thức bậc 100, với các hệ số nguyên, trong đó hệ số cao nhất bằng 1. Hỏi  $f(x)$  có nhiều nhất là bao nhiêu nghiệm nằm trong khoảng  $(0;1)$ ?

**Bài 3.**(4 điểm) Hai đường tròn  $\omega$  và  $\gamma$  có bán kính lần lượt là  $R_1$  và  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ), tiếp xúc trong với nhau tại điểm  $B$ . Dây cung  $AC$  của  $\gamma$  tiếp xúc với  $\omega$  tại  $L$ . Các đoạn thẳng  $AB$  và  $BC$  cắt lại  $\omega$  tương ứng tại  $M$  và  $N$ . Gọi  $M_1$  và  $N_1$  tương ứng là điểm đối xứng của  $M$  và  $N$  qua đường thẳng  $BL$ ; gọi  $M_2, N_2$  tương ứng là điểm đối xứng của  $M$  và  $N$  qua đường thẳng  $AC$ . Các đường thẳng  $M_1M_2$  và  $N_1N_2$  cắt nhau tại  $K$ .

1) Chứng minh rằng  $BL$  là phân giác góc  $ABC$ .

2) Chứng minh rằng  $BK$  vuông góc với  $AC$ .

**Bài 4.**(4 điểm) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $k$ , tồn tại số nguyên dương  $n$  để  $n^n + 2023$  chia hết cho  $2^k$ .

**Bài 5.**(4 điểm) Cho các số nguyên dương  $m, n$  sao cho  $m$  là một số lẻ và  $n$  không chia hết cho 3. Chứng minh rằng bảng  $m \times n$  không thể được phủ kín bằng cách sử dụng các hình vuông  $2 \times 2$  và  $3 \times 3$ .

———— HẾT ————

• Thi sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

• Giám thị không giải thích gì thêm.