

Câu 1 (5,0 điểm).

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x} + y = 3 \\ \sqrt{y} + z = 3 - \sqrt{2} \\ \sqrt{z} + x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Câu 2 (5,0 điểm).

Cho các số dương $x; y; z$ thỏa mãn $xy + yz + zx \leq 3xyz$. Chứng minh rằng

$$x^2y + y^2z + z^2x + 3 \geq 2(x + y + z)$$

Câu 3 (5,0 điểm).

Cho dãy số (u_n) thỏa mãn

$$u_1 = 1; u_{n+1} - 1 = \frac{3u_n}{u_n^2 + u_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

a) Chứng minh rằng $1 \leq u_n \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

b) Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn và

$$\lim u_n = 2 \cos \frac{\pi}{9}$$

Câu 4 (5,0 điểm).

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f(0) = 1; f(1) = \pi; f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x) + f(y)}{2}, \forall x; y \in \mathbb{R}$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh. Số báo danh.