BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ THI THAM KHẢO THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

Ⓐ. 14. Ⓑ. 48. Ⓒ. 6. Ⓓ. 8.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

Ⓐ. 3. Ⓑ. -4. Ⓒ. 4. Ⓓ. $\frac{1}{3}$.

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

Ⓐ. $4\pi rl$. Ⓑ. $2\pi rl$. Ⓒ. πrl. Ⓓ. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ. $(1;+\infty)$. Ⓑ. $(-1;0)$. Ⓒ. $(-1;1)$. Ⓓ. $(0;1)$.

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

Ⓐ. 216. Ⓑ. 18. Ⓒ. 36. Ⓓ. 72.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $log_3(2x-1) = 2$ là:

Ⓐ. $x = 3$. Ⓑ. $x = 5$. Ⓒ. $x = \frac{9}{2}$. Ⓓ. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

Ⓐ. -3. Ⓑ. -1. Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

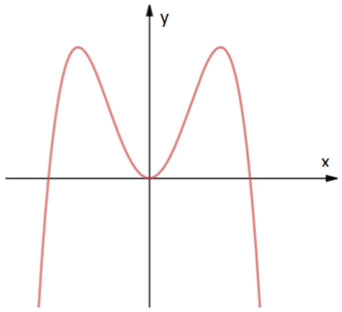
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. 0. Ⓓ. -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?



Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $log_2 a^2$ bằng:

Ⓐ. $2 + log_2 a$. Ⓑ. $\frac{1}{2} + log_2 a$. Ⓒ. $2\, log_2 a$. Ⓓ. $\frac{1}{2} log_2 a$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = cos\, x + 6x$ là

Ⓐ. $sin\, x + 3x^2 + C$. Ⓑ. $- sin\, x + 3x^2 + C$.
Ⓒ. $sin\, x + 6x^2 + C$. Ⓓ. $- sin\, x + C$.

Câu 12. Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng

Ⓐ. 5. Ⓑ. $\sqrt{3}$. Ⓒ. $\sqrt{5}$. Ⓓ. 3.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

Ⓐ. $(2; 0; 1)$. Ⓑ. $(2; -2; 0)$. Ⓒ. $(0; -2; 1)$. Ⓓ. $(0; 0; 1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ. $(-1; -2; -3)$. Ⓑ. $(1; 2; 3)$. Ⓒ. $(-1; 2; -3)$. Ⓓ. $(1; -2; 3)$.

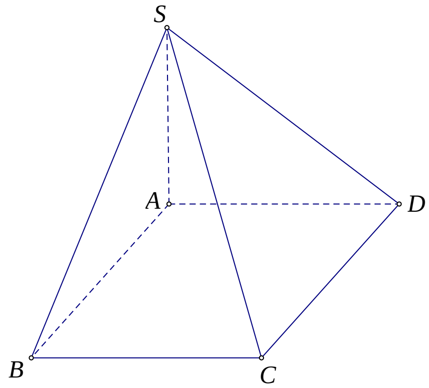
Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

Ⓐ. $\overrightarrow{n_2} = (3; 2; 4)$. Ⓑ. $\overrightarrow{n_3} = (2; -4; 1)$. Ⓒ. $\overrightarrow{n_1} = (3; -4; 1)$. Ⓓ. $\overrightarrow{n_4} = (3; 2; -4)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

Ⓐ. $P(-1; 2; 1)$. Ⓑ. $Q(1; -2; -1)$. Ⓒ. $N(-1; 3; 2)$. Ⓓ. $P(1; 2; 1)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



Ⓐ. 45^0. Ⓑ. 60^0. Ⓒ.30^0. Ⓓ.90^0.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ. 0. Ⓑ. 2. Ⓒ.1. Ⓓ.3.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$bằng:

Ⓐ. 1. Ⓑ. 37. Ⓒ.33. Ⓓ.12.

Câu 20. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $log_2 a = log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ. $a = b^2$. Ⓑ. $a^3 = b$. Ⓒ.$a = b$. Ⓓ.$a^2 = b$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

Ⓐ. $[-2; 4]$. Ⓑ. $[-4; 2]$.

Ⓒ.$-\infty; -2 \cup 4; +\infty)$. Ⓓ.$-\infty; -4 \cup 2; +\infty)$.

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ. 18π. Ⓑ. 36π. Ⓒ.54π. Ⓓ.**27π**.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x)-2=0$ là

Ⓐ. 2. Ⓑ. 0. Ⓒ.3. Ⓓ.1.

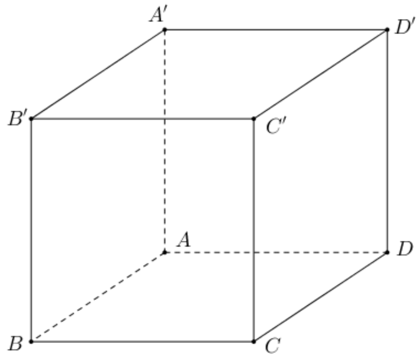
Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

Ⓐ. $x+3\ln(x-1)+C$. Ⓑ. $x-3\ln(x-1)+C$.
Ⓒ.$x-\frac{3}{(x-1)^2}+C$. Ⓓ.$x+\frac{3}{(x-1)^2}+C$.

Câu 25. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

Ⓐ. 109.256.100. Ⓑ. 108.374.700. Ⓒ.107.500.500. Ⓓ.108.311.100.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$ và $AA'=4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

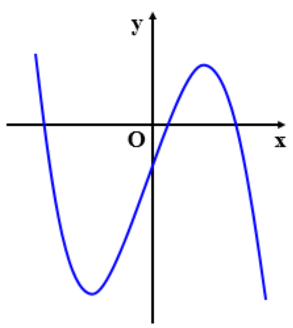


Ⓐ. $2\sqrt{3}a^3$. Ⓑ. $4\sqrt{3}a^3$. Ⓒ.$\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. Ⓓ.$\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$là

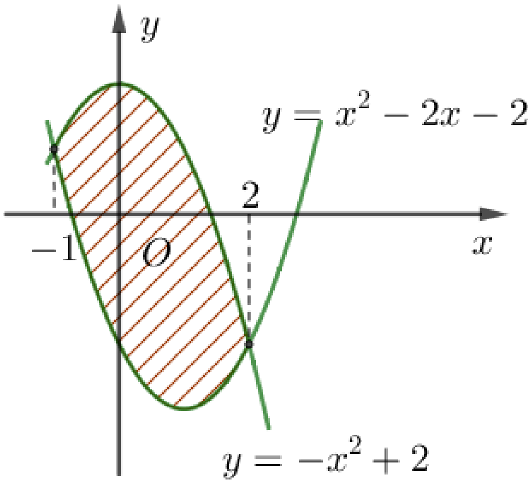
Ⓐ. **0**. Ⓑ. **1**. Ⓒ.**2**. Ⓓ.**3**.

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^3+3x+d\,(a;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ. $\boldsymbol{a>0,d>0}$. Ⓑ. $a<0,d>0$. Ⓒ.$a>0,d<0$. Ⓓ.$a<0,d<0$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



Ⓐ. $\int_{-1}^{2}(-2x^2 + 2x + 4)dx$. Ⓑ. $\int_{-1}^{2}(2x^2 - 2x - 4)dx$.
Ⓒ. $\int_{-1}^{2}(-2x^2 - 2x + 4)dx$. Ⓓ. $\int_{-1}^{2}(2x^2 + 2x - 4)dx$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$ bằng

Ⓐ. -2. Ⓑ. $2i$. Ⓒ. 2. Ⓓ. $-2i$.

Câu 31. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

Ⓐ. $P(-3; 4)$. Ⓑ. $Q(5; 4)$. Ⓒ. $N(4; -3)$. Ⓓ. $M(4; 5)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\left(\vec{a} + \vec{b}\right)$ bằng

Ⓐ. 25. Ⓑ. 23. Ⓒ. 27. Ⓓ. 29.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$.

Phương trình của (S) là

Ⓐ. $\boldsymbol{x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25}$. Ⓑ. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.
Ⓒ. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$. Ⓓ. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là

Ⓐ. $2x + 2y + z + 3 = 0$. Ⓑ. $x - 2y - z = 0$.
Ⓒ. $2x + 2y + z - 3 = 0$. Ⓓ. $x - 2y - z - 2 = 0$.

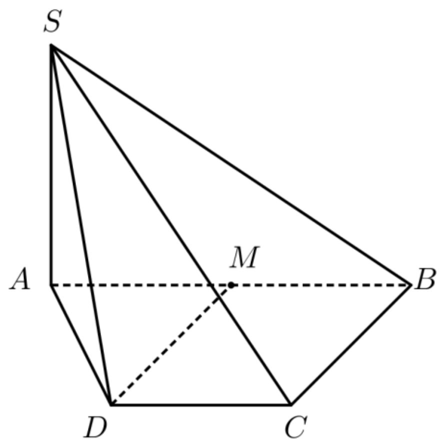
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1)$ và $N(4; 5; 3)$?

Ⓐ. $\overrightarrow{u_4} = (1;1;1)$. Ⓑ. $\overrightarrow{u_3} = (1;1;2)$. Ⓒ. $\overrightarrow{u_1} = (3;4;1)$. Ⓓ. $\overrightarrow{u_2} = (3;4;2)$.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng

Ⓐ. $\frac{41}{81}$. Ⓑ. $\frac{4}{9}$. Ⓒ. $\frac{1}{2}$. Ⓓ. $\frac{16}{81}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



Ⓐ. $\frac{3a}{4}$. Ⓑ. $\frac{3a}{2}$. Ⓒ. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. Ⓓ. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

Ⓐ. 7. Ⓑ. $\frac{197}{6}$. Ⓒ. $\frac{29}{2}$. Ⓓ. $\frac{181}{6}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

Ⓐ. 5. Ⓑ. 4. Ⓒ. 3. Ⓓ. 2.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

Ⓐ. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. Ⓑ. 32π. Ⓒ. $32\sqrt{5}\pi$. Ⓓ. 96π.

Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $log_9 x = log_6 y = log_4(2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Ⓐ. 2. Ⓑ. $\frac{1}{2}$. Ⓒ. $log_2\left(\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ. $log_{\frac{3}{2}} 2$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S là:

Ⓐ. **-16**. Ⓑ. **16**. Ⓒ.**-12**. Ⓓ.**-2**.

Câu 43. Cho phương trình $log_2^2(2x) - (m+2)\,log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

Ⓐ. $(1; 2)$. Ⓑ. $[1; 2]$. Ⓒ.$1; 2)$. Ⓓ.$2; +\infty)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $cos\,2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là:

Ⓐ. $-sin\,2x + cos\,2x + C$. Ⓑ. $-2\,sin\,2x + cos\,2x + C$.

Ⓒ.$-2\,sin\,2x - cos\,2x + C$. Ⓓ.$2\,sin\,2x - cos\,2x + C$.

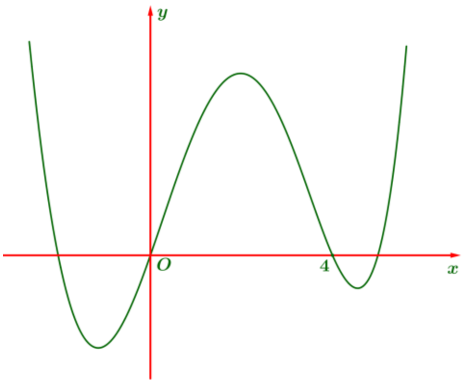
Câu 45. Cho hàm số $f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(sin\,x) + 3 = 0$ là

Ⓐ. 4. Ⓑ. 6. Ⓒ.3. Ⓓ.8.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



Ⓐ. 5. Ⓑ. 3. Ⓒ.7. Ⓓ.11.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

Ⓐ. **2019**. Ⓑ. **6**. Ⓒ.**2020**. Ⓓ.**4**.

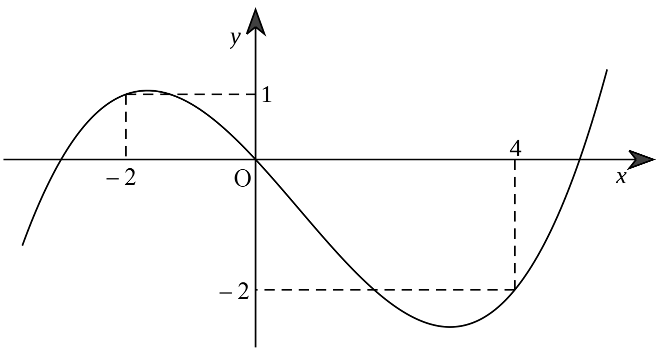
Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thảo mãn $xf(x^3) + f(1 - x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_{-1}^{0} f(x)\, dx$?

Ⓐ. $\frac{-17}{20}$. Ⓑ. $\frac{-13}{4}$. Ⓒ. $\frac{17}{4}$. Ⓓ. -1.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^0$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60^0. Thể tích của khối đã cho bằng

Ⓐ. a^3. Ⓑ. $\frac{a^3}{3}$. Ⓒ. $\frac{a^3}{2}$. Ⓓ. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



Ⓐ. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. Ⓑ. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Ⓒ. $(-2; -1)$. Ⓓ. $(2; 3)$.

--------------HẾT--------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	D	A	B	B	D	A	C	A	C	B	D	D	A	C	B	C	D	A	B	C	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	A	C	A	B	A	C	B	A	A	B	D	A	B	A	C	C	B	C	D	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

Ⓐ. **14**. Ⓑ. **48**. Ⓒ. **6**. Ⓓ. **8**.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 1học sinh từ nhóm gồm 14 học sinh là 14.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

Ⓐ. **3**. Ⓑ. **−4**. Ⓒ.**4**. Ⓓ.$\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

Ⓐ. $4\pi rl$. Ⓑ. $2\pi rl$. Ⓒ.πrl. Ⓓ.$\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ. $(1;+\infty)$. Ⓑ. $(-1;0)$. Ⓒ.$(-1;1)$. Ⓓ.$(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

Ⓐ. 216. Ⓑ. 18. Ⓒ.36. Ⓓ.72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 6 là $V = 6^3 = 216$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $log_3(2x-1) = 2$ là:

Ⓐ. $x = 3$. Ⓑ. $x = 5$. Ⓒ.$x = \frac{9}{2}$. Ⓓ.$x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

Ta có $log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x - 1 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

Ⓐ. -3. Ⓑ. -1. Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn Ⓑ.

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -2 + 1 = -1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. 0. Ⓓ. -4.

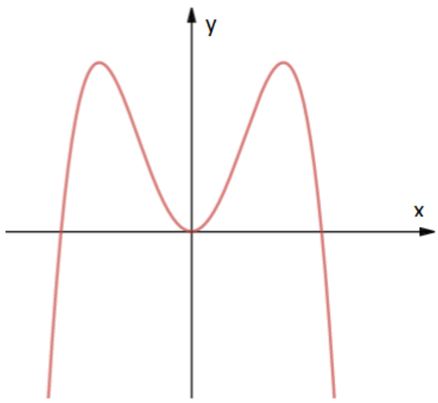
Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?

Ⓐ. $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓑ. $y = x^4 - 2x^2$. Ⓒ. $y = x^3 - 3x^2$. Ⓓ. $y = -x^3 + 3x^2$.



Lời giải

Chọn A

Từ hình dạng của đồ thị ta loại phương án C và D

Nhận thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$ suy ra hệ số của x^4 âm nên chọn phương án A

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $log_2 a^2$ bằng:

Ⓐ. $2 + log_2 a$. Ⓑ. $\frac{1}{2} + log_2 a$. Ⓒ. $2\,log_2 a$. Ⓓ. $\frac{1}{2} log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Với $a > 0; b > 0; a \neq 1$. Với mọi α. Ta có công thức: $log_a b^\alpha = \alpha \, log_a b$.

Vậy: $log_2 a^2 = 2 \, log_2 a$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = cos\, x + 6x$ là

A. $sin\, x + 3x^2 + C$.
B. $-\,sin\, x + 3x^2 + C$.
C. $sin\, x + 6x^2 + C$.
D. $-\,sin\, x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (cos\, x + 6x)dx = sin\, x + 3x^2 + C$.

Câu 12. Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng

A. 5.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\sqrt{5}$.
D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|1 + 2i| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2; 0; 1)$.
B. $(2; -2; 0)$.
C. $(0; -2; 1)$.
D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0; y_0; 0)$.

Do đó hình chiếu của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(2; -2; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1; -2; -3)$.
B. $(1; 2; 3)$.
C. $(-1; 2; -3)$.
D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm là $I(a; b; c)$.

Suy ra, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm là $I(1; -2; 3)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2} = (3; 2; 4)$.
B. $\overrightarrow{n_3} = (2; -4; 1)$.
C. $\overrightarrow{n_1} = (3; -4; 1)$.
D. $\overrightarrow{n_4} = (3; 2; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; -4)$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

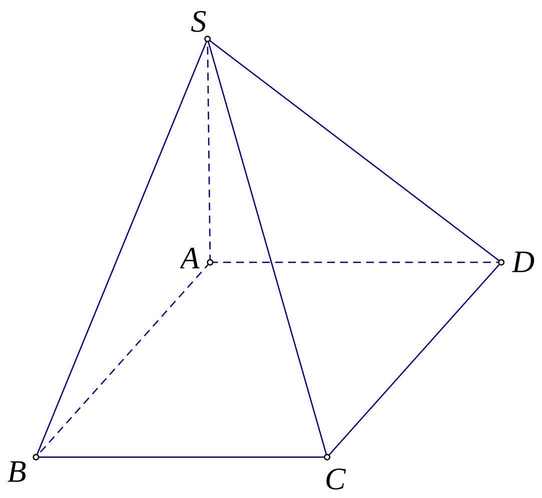
A. $P(-1; 2; 1)$. **B.** $Q(1; -2; -1)$. **C.** $N(-1; 3; 2)$. **D.** $P(1; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $P(-1; 2; 1)$ thỏa $\frac{-1+1}{-1} = \frac{2-2}{3} = \frac{1-1}{3} = 0$. Vậy điểm $P(-1; 2; 1)$ thuộc đường thẳng yêu cầu.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên ta có $(SC, \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SCA}$

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SCA = 30^0$$

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$bằng:

A. 1. **B.** 37. **C.**33. **D.**12.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ liên tục trên $[-1; 2]$ và $f'(x) = -4x^3 + 24x^2 = 0 \Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{6}(L) \\ x = -\sqrt{6}(L) \end{array}\right.$

Ta có:

$$f(-1) = 12; f(2) = 33; f(0) = 1$$

Vậy, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$bằng 33 tại $x = 2$

Câu 20. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $log_2 a = log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. **B.** $a^3 = b$. **C.**$a = b$. **D.**$a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề ta có:

$$log_2 a = log_8(ab) \Leftrightarrow log_2 a = \frac{1}{3} log_2(ab) \Leftrightarrow 3\, log_2 a = log_2(ab)$$
$$\Leftrightarrow log_2 a^3 = log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b$$

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2; 4]$. **B.** $[-4; 2]$.
C.$-\infty; -2 \cup 4; +\infty)$. **D.**$-\infty; -4 \cup 2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x - 1 \geq x^2 - x - 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$

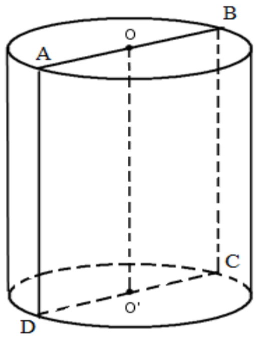
Vậy Tập nghiệm của bất phương trình là $[-2; 4]$.

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 27π.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ $r = 3 \Rightarrow h = AD = DC = 2r = 6 = l$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.6 = 36\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$	$y = \frac{2}{3}$

Căn cứ vào bảng biến thiên thì phương trinh $3f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{2}{3}$có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $x+3\ln(x-1)+C$. **B.** $x-3\ln(x-1)+C$.
C. $x-\frac{3}{(x-1)^2}+C$. **D.** $x+\frac{3}{(x-1)^2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $x-1>0$nên

$$\int f(x)dx=\int \frac{x+2}{x-1}dx=\int\left(1+\frac{3}{x-1}\right)dx=x+3\ln|x-1|+C$$
$$=x+3\ln(x-1)+C.$$

Câu 25. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109.256.100. **B.** 108.374.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.

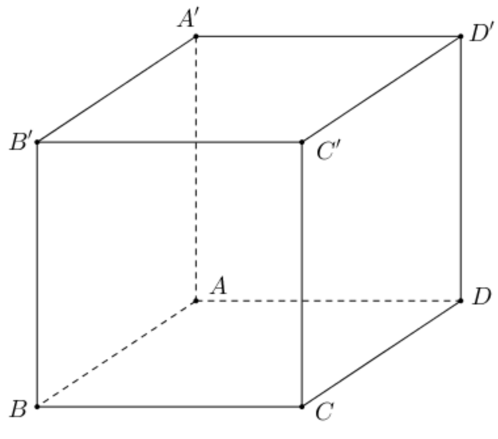
Lời giải

Chọn B

Lấy năm 2017 làm mốc, ta có $A=93.671.600; n=2035-2017=18$

$\Rightarrow$ Dân số Việt Nam vào năm 2035 là $S=93.671.600.e^{18.\frac{0,81}{100}}\approx 108.374.700$

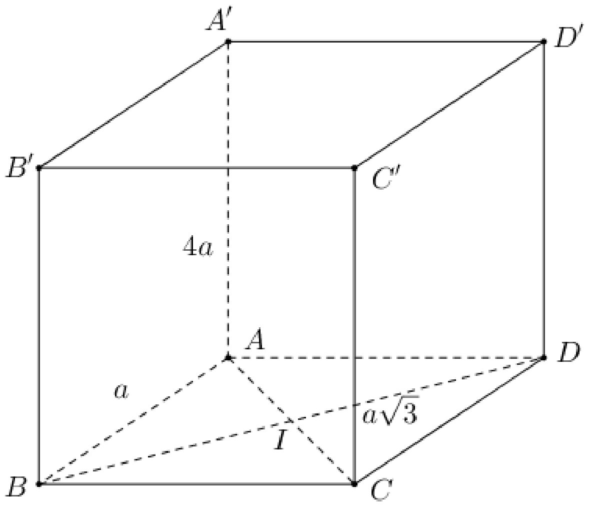
Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$ và $AA'=4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $AC \perp BD, BI = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác vuông BAI vuông tại I: $AI^2 = BA^2 - BI^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow AI = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = a$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2.\frac{1}{2}BI.AC = 2.\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2}.a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.4a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$là

Ⓐ. 0. **Ⓑ. 1.** **Ⓒ.2.** **Ⓓ.3.**

Lời giải

Chọn C.

Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(5-\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5-\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}} = 5$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 5$.

Tiệm cận đứng:

Cho $x^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to1} y = \lim\limits_{x\to1}\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to1}\frac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim\limits_{x\to1}\frac{5x+1}{x+1} = \frac{6}{2} = 3$ nên $x = 1$không là tiệm cận đứng.

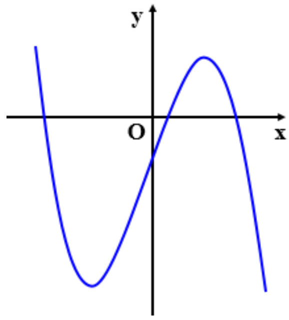
$$\lim_{x\to(-1)^+} y = \lim_{x\to(-1)^+}\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1} = \lim_{x\to(-1)^+}\frac{5x^2-4x-1}{(x+1)(x-1)}$$
$$= \lim_{x\to(-1)^+}\left(\frac{1}{x+1}.\frac{5x^2-4x-1}{x-1}\right) = -\infty$$

vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{5x^2-4x-1}{x-1} = -4 < 0 \end{cases}$.

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d (a; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, d > 0$. **C.** $a > 0, d < 0$. **D.** $a < 0, d < 0$.

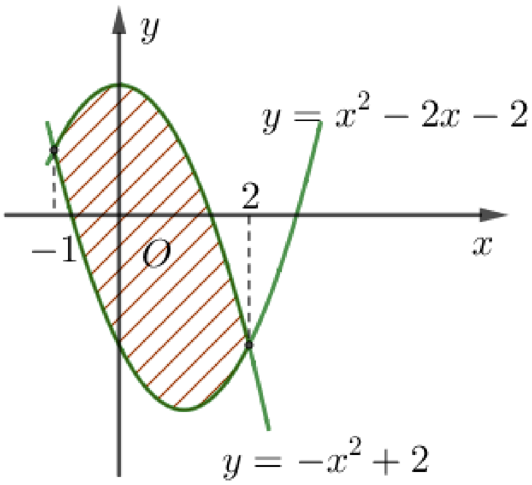
Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x = 0$là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^{2} (-2x^2 + 2x + 4) dx$. **B.** $\int_{-1}^{2} (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^{2} (-2x^2 - 2x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^{2} (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Lời giải

Chọn A

Dựa và hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là:

$$\int_{-1}^{2} [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^{2} (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overline{z_2} = 1 + i$. Do đó $z_1 + \overline{z_2} = (-3 + i) + (1 + i) = -2 + 2i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$bằng 2.

Câu 31. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

Ⓐ. $P(-3;4)$. **Ⓑ.** $Q(5;4)$. **Ⓒ.** $N(4;-3)$. **Ⓓ.** $M(4;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (1+2i)^2 = 1^2 + 2.1.2i + (2i)^2 = -3 + 4i$.

Vậy trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1+2i)^2$ là điểm $P(-3;4)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1;0;3)$ và $\vec{b} = (-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ bằng

Ⓐ. 25. **Ⓑ.** 23. **Ⓒ.** 27. **Ⓓ.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1;2;8)$.

Suy ra $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = 1.(-1) + 0.2 + 3.8 = 23$.

Vậy $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = 23$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$.
Phương trình của (S) là

Ⓐ. $\boldsymbol{x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25}$. **Ⓑ.** $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

Ⓒ. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. **Ⓓ.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và bán kính R là: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = R^2$.
Ta có: $M \in (S) \Rightarrow 4^2 + 0^2 + (0+3)^2 = R^2 \Leftrightarrow R^2 = 25$.
Vậy phương trình cần tìm là: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là

Ⓐ. $2x + 2y + z + 3 = 0$. **Ⓑ.** $x - 2y - z = 0$. **Ⓒ.** $2x + 2y + z - 3 = 0$. **Ⓓ.** $x - 2y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ thì Δ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;2;1)$.

Gọi (α)là mặt phẳng cần tìm.

Có $\Delta \perp (\alpha)$, nên $\vec{u} = (2;2;1)$ là một vec-tơ pháp tuyến của (α).

Mặt phẳng (α) qua điểm $M(1;1;-1)$ và có một vec-tơ pháp tuyến $\vec{u} = (2;2;1)$.

Nên phương trình (α) là $2x + 2y + z - 3 = 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

Ⓐ. $\overrightarrow{u_4} = (1;1;1)$. Ⓑ. $\overrightarrow{u_3} = (1;1;2)$. Ⓒ. $\overrightarrow{u_1} = (3;4;1)$. Ⓓ. $\overrightarrow{u_2} = (3;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2;2;4)$, suy ra $\overrightarrow{MN} = 2.\overrightarrow{u_3}$. Do đó $\overrightarrow{u_3}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng

Ⓐ. $\frac{41}{81}$. Ⓑ. $\frac{4}{9}$. Ⓒ. $\frac{1}{2}$. Ⓓ. $\frac{16}{81}$.

Lời giải

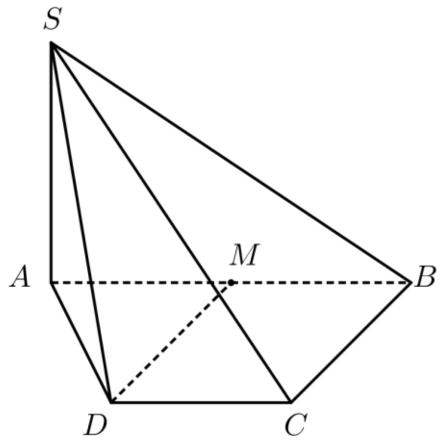
Chọn A

Gọi A là biến cố số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn.

Ta có $n(\Omega) = 9.9.8 = 648$.

Vì số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn nên sãy ra các trường hợp sau:
Trường hợp 1: Ba chữ số được chọn đều là số chẳn
Số cách chọn ra và sắp xếp ba chữ số chẳn là A_5^3.
Số cách chọn ra và sắp xếp ba chữ số chẳn trong đó số 0 đứng đầu là A_4^2.
Vậy nên số số thỏa biến cố A là: $A_5^3 - A_4^2 = 48$số.
Trường hợp 2: Ba chữ số được chọn có 2 chữ số là số lẽ và 1 chữ số là số chẳn.
Số cách chọn ra và sắp xếp 2 chữ số là số lẽ và 1 chữ số là số chẳn là $C_5^2.C_5^1.3!$.
Số cách chọn ra và sắp xếp 2 chữ số là số lẽ và 1 chữ số chẳn là số 0 đứng đầu là $C_5^2.2!$.
Vậy nên số số thỏa biến cố A là: $C_5^2.C_5^1.3! - C_5^2.2! = 280$số.
Do vậy $n(A) = 280 + 48 = 328$.
Ta có $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{328}{648} = \frac{41}{81}$.

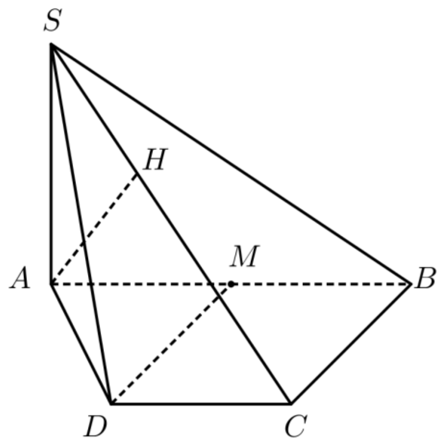
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



Ⓐ. $\frac{3a}{4}$. **Ⓑ.** $\frac{3a}{2}$. **Ⓒ.** $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. **Ⓓ.** $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có M là trung điểm của AB.

Theo giả thiết suy ra $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AB

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACB} = 90°; \widehat{ABC} = 60° \\ AC = a\sqrt{3} \end{cases}$$

Vì $DM//BC \Rightarrow DM//(SBC)$

Do đó $d(DM, SB) = d\big(DM, (SBC)\big) = d\big(M, (SBC)\big) = \frac{1}{2}d\big(A, (SBC)\big)$ (vì $MB = \frac{1}{2}AB$)

Kẻ $AH \perp SC$.

Ta lại có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow AH \perp BC$.

Khi đó $\begin{cases} AH \perp SC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d\big(A, (SBC)\big) = AH$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có

$AH^2 = \frac{AC^2.SA^2}{AC^2+SA^2} = \frac{\left(a\sqrt{3}\right)^2.(3a)^2}{\left(a\sqrt{3}\right)^2+(3a)^2} = \frac{9a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{3}{2}a$.

Vậy $d(DM, SB) = \frac{1}{2}d\big(A, (SBC)\big) = \frac{1}{2}AH = \frac{3a}{4}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

Ⓐ. 7. **Ⓑ.** $\frac{197}{6}$. **Ⓒ.** $\frac{29}{2}$. **Ⓓ.** $\frac{181}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $\int f'(x)dx = \int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}dx$. Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 = t^2 \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2tdt$.

Khi đó, $\int f'(x)dx = \int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}dx = \int \frac{t^2-1}{t^2-t} \cdot 2tdt = \int \frac{(t-1).(t+1)}{t.(t-1)} \cdot 2tdt = \int (2t+2)dt$

$= t^2 + 2t + C = (x+1) + 2\sqrt{x+1} + C$.

Mà $f(3) = 3 \Leftrightarrow (3+1) + 2\sqrt{3+1} + C = 3 \Leftrightarrow C = -5$.

$\Rightarrow f(x) = (x+1) + 2\sqrt{x+1} - 5 = x + 2\sqrt{x+1} - 4$.

$\Rightarrow \int_3^8 f(x)dx = \int_3^8 \left(x + 2\sqrt{x+1} - 4\right)dx = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{4}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 4x\right)\Big|_3^8 = 36 - \frac{19}{6} = \frac{197}{6}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

Ⓐ. 5. Ⓑ. 4. Ⓒ.3. Ⓓ.2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{m\}$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0 \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4 > 0 \\ m \notin (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \le 0.$$

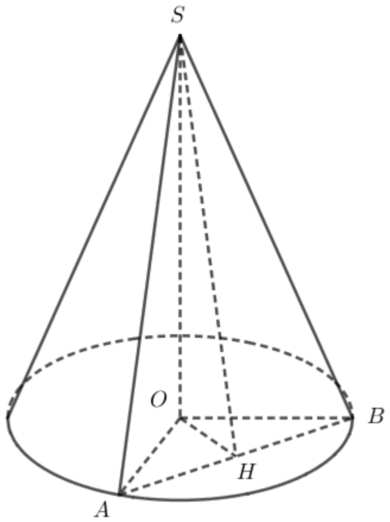
Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1;0\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

Ⓐ. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. Ⓑ. 32π. Ⓒ.$32\sqrt{5}\pi$. Ⓓ.96π.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết tam giác SAB đều, $S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3}$ và $SO = 2\sqrt{5}$.

$S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = 6$.

ΔSAB đều $SA = AB = 6$.

Xét ΔSOA vuông tại O, theo định lý Pytago ta có: $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{5}\right)^2} = 4$.

Thể tích hình nón bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi . OA^2 . SO = \frac{1}{3}\pi 4^2 . 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$.

Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $log_9 x = log_6 y = log_4(2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Ⓐ. 2. Ⓑ. $\frac{1}{2}$. Ⓒ. $log_2\left(\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ. $log_{\frac{3}{2}} 2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = log_9 x = log_6 y = log_4(2x + y)$. Khi đó $\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2.9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow$

$$2.\left(\frac{9}{4}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}.$$

Do đó: $\frac{x}{y} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S là:

Ⓐ. -16. Ⓑ. 16. Ⓒ. -12. Ⓓ. -2.

Lời giải

Chọn A

Xét $u = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[0;3]$có $u' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0;3]$.

Khi đó $\begin{cases} \max\limits_{[0;3]} u = \max\{u(0), u(1), u(3)\} = \max\{m, m-2, m+18\} = m+18 \\ \min\limits_{[0;3]} u = \min\{u(0), u(1), u(3)\} = \min\{m, m-2, m+18\} = m-2 \end{cases}$.

Suy ra $\underset{[0;3]}{Max} f(x) = \max\{|m-2|, |m+18|\} = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+18| = 16 \\ |m+18| \geq |m-2| \end{cases} \\ \begin{cases} |m-2| = 16 \\ |m-2| \geq |m+18| \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = -14 \end{array}\right.$.

Do đó tổng tất cả các phần tử của S bằng -16.

Câu 43. Cho phương trình $log_2^2(2x) - (m+2)\, log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là

Ⓐ. $(1;2)$. Ⓑ. $[1;2]$. Ⓒ. $1;2)$. Ⓓ. $2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$log_2^2(2x) - (m+2)\, log_2 x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[1+\log(x)\right]^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0\ (*)$

Đặt $t = log_2 x = g(x) \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$ và mỗi giá trị của x sẽ cho một giá trị của t

$(*)$trở thành $(1+t)^2 - (m+2)t + m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 - mt - 2t + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 = m(t-1)$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t+1-m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = m - 1 & (1) \\ t = 1 & (2) \end{array}\right.$$

Với $t = 1$ thì phương trình có một nghiệm $x = 2$

Vậy để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có một nghiệm $t \neq 1$

$$0 \leq m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Vậy $m \in 1;2)$ để thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $cos\, 2\, x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là:

Ⓐ. $-\, sin\, 2\, x + cos\, 2\, x + C$. Ⓑ. $-2\, sin\, 2\, x + cos\, 2\, x + C$.

Ⓒ. $-2\, sin\, 2\, x - cos\, 2\, x + C$. Ⓓ. $2\, sin\, 2\, x - cos\, 2\, x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Do $cos\,2\,x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$

nên $f(x)e^x = (\cos 2x)' \Leftrightarrow f(x)e^x = -2\sin 2x$.

Khi đó ta có $\int f(x)e^x dx = \cos 2x + C$.

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x)dx \\ v = e^x \end{cases}$.

Khi đó $\int f(x)e^x dx = \cos 2x + C \Leftrightarrow \int f(x)d(e^x) = \cos 2x + C$

$\Leftrightarrow f(x)e^x - \int f'(x)e^x dx = \cos 2x + C \Leftrightarrow \int f'(x)e^x dx = -2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Vậy tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là $-2\,sin\,2\,x - cos\,2\,x + C$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(sin\,x) + 3 = 0$ là

Ⓐ. 4. Ⓑ. 6. Ⓒ.3. Ⓓ.8.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = sin\,x$. Do $x \in [-\pi; 2\pi]$ nên $t \in [-1; 1]$.

Khi đó ta có phương trình $2f(t) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) = -\frac{3}{2}$ có 2 nghiệm $t = a \in (-1; 0)$ và $t = b \in (0; 1)$.

Trường hợp 1: $t = a \in (-1; 0)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (-1; 0)$ thì phương trình có 4 nghiệm $-\pi < x_1 < x_2 < 0 < \pi < x_3 < x_4 < 2\pi$.

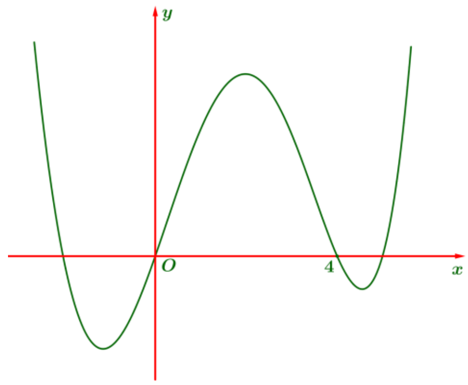
Trường hợp 2: $t = b \in (0; 1)$

Ứng với mỗi giá trị $t \in (0; 1)$ thì phương trình có 4 nghiệm $0 < x_5 < x_6 < \pi$.

Hiển nhiên cả 6 nghiệm trong 2 trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

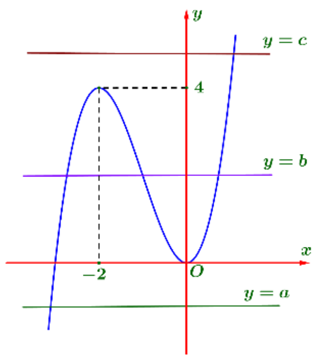
Ta có $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x).f'(x^3 + 3x^2)$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a; a < 0 \\ x^3 + 3x^2 = b; 0 < b < 4 \\ x^3 + 3x^2 = c; c > 4 \end{array}\right.$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 6x$. Cho $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$



Ta có đồ thị của hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2$ như sau

Từ đồ thị ta thấy:

Đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y = b$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm.

Đường thẳng $y = c$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Như vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ có 7 cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $log_3(3x+3)+x = 2y+9^y$?

Ⓐ. **2019**. Ⓑ. **6**. Ⓒ.**2020**. Ⓓ.**4**.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có: $log_3(3x+3)+x = 2y+9^y \Leftrightarrow log_3(x+1)+x+1 = 2y+3^{2y}$. (1)

Đặt $log_3(x+1) = t \Rightarrow x+1 = 3^t$.

Phương trình (1) trở thành: $t+3^t = 2y+3^{2y}$ (2)

Xét hàm số $f(u) = u+3^u$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(u) = 1+3^u \ln 3 > 0, \forall u \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(2) \Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Rightarrow log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x+1 = 9^y \Leftrightarrow x = 9^y - 1$

Vì $0 \le x \le 2020 \Rightarrow 0 \le 9^y - 1 \le 2020 \Leftrightarrow 1 \le 9^y \le 2021 \Leftrightarrow 0 \le y \le log_9 2\,021$

$$(log_3 2\,021 \approx 3{,}464)$$

Do $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$, có 4 giá trị của y nên cũng có 4 giá trị của x

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$.

Cách 2:

Ta có: $log_3(3x+3)+x = 2y+9^y \Leftrightarrow log_3(x+1)+x+1 = 2y+3^{2y}$

Xét hàm số $f(x) = log_3(x+1)+x+1$ với $x \in [0; 2020]$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x+1)\ln 3}+1 > 0, \forall x \in x \in [0; 2020] \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 2020]$.

Suy ra $f(0) \le f(x) = log_3(x+1)+x+1 \le f(2020) \Leftrightarrow 1 \le f(x) \le log_2 2\,021 + 2021$

$$\Rightarrow 1 \le 2y+9^y \le log_3 2\,021 + 2021 < 2028$$

Nếu $y < 0 \Rightarrow 2y+9^y < 9^y < 9^0 = 1 \Rightarrow y \ge 0$

Khi đó $y \in \mathbb{N} \Rightarrow (2y+9^y) \in \mathbb{N} \Rightarrow 2y+9^y \le 2027 \Rightarrow 9^y \le 2027-2y \le 2027$

$\Rightarrow y \le log_9 2\,027 \approx 3{,}465 \Rightarrow y \le 3 \Rightarrow 0 \le y \le 3$

$\Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3\}$. Do $f(x)$ là hàm số luôn đồng biến nên với mỗi giá trị của y chỉ cho 1 giá trị của x.

+) $y=0 \Rightarrow log_3(x+1)+x+1=1 \Leftrightarrow x=0$

+) $y=1 \Rightarrow log_3(x+1)+x+1=11 \Leftrightarrow log_3(x+1)+x=10 \Leftrightarrow x=8$

+) $y=2 \Rightarrow log_3(x+1)+x+1=85 \Leftrightarrow log_3(x+1)+x=84 \Leftrightarrow x=80$

+) $y=3 \Rightarrow log_3(x+1)+x+1=735 \Leftrightarrow log_3(x+1)+x=734 \Leftrightarrow x=729$

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x;y)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thảo mãn $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$?

Ⓐ. $\frac{-17}{20}$. Ⓑ. $\frac{-13}{4}$. Ⓒ. $\frac{17}{4}$. Ⓓ. -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x \Rightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2$.

Lấy tích phân hai vế cận từ 0 đến 1 ta được:

$$\int_0^1 x^2 f(x^3)dx+\int_0^1 x f(1-x^2)dx=\int_0^1 (-x^{11}+x^7-2x^2)\,dx$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f(x^3)d(x^3)-\frac{1}{2}\int_0^1 f(1-x^2)d(1-x^2)=-\frac{5}{8}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f(t)dt-\frac{1}{2}\int_1^0 f(t)dt=-\frac{5}{8}$$
$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f(t)dt+\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt=-\frac{5}{8} \Leftrightarrow \frac{5}{6}\int_0^1 f(t)dt=-\frac{5}{8} \Leftrightarrow \int_0^1 f(t)dt=-\frac{3}{4}$.

Suy ra $\int_0^1 f(x)d\,x=-\frac{3}{4}$.

Lấy tích phân hai vế cận từ -1 đến 0 ta được:

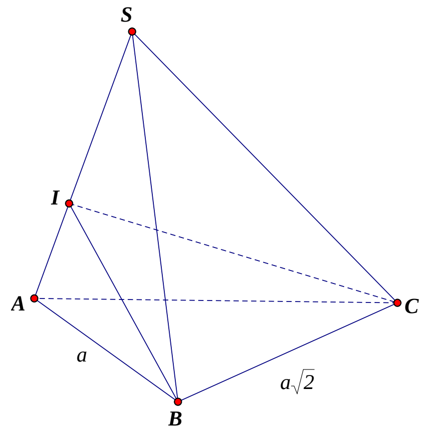
$$\int_{-1}^0 x^2 f(x^3)dx+\int_{-1}^0 x f(1-x^2)dx=\int_{-1}^0 (-x^{11}+x^7-2x^2)dx$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(x^3)d(x^3)-\frac{1}{2}\int_{-1}^0 f(1-x^2)d(1-x^2)=-\frac{17}{24}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(t)dt-\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt=-\frac{17}{24}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(t)dt-\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt=-\frac{17}{24}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(t)dt=-\frac{17}{24}+\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt$$
$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(x)dx=\frac{-17}{24}+\frac{1}{2}\int_0^1 f(x)dx=\frac{-17}{24}-\frac{1}{2}.\frac{3}{4}=-\frac{13}{12} \Rightarrow \int_{-1}^0 f(x)dx=\frac{-13}{4}$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^0$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60^0. Thể tích của khối đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Hai tam giác vuông SAB và SAC bằng nhau chung cạnh huyền SA.

Kẻ BI vuông góc với SA suy ra CI cũng vuông góc với SA và $IB = IC$.

$SA \perp IC, SA \perp IB \Rightarrow SA \perp (IBC)$ tại I.

$V_{S.ABC} = V_{A.IBC} + V_{S.IBC} = \frac{1}{3}S_{\Delta IBC}AI + \frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SI = \frac{1}{3}S_{\Delta IBC}(AI + SI) = \frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SA$.

$\left((SAB),(SAC)\right) = (IB, IC) \Rightarrow (IB, IC) = 60^0 \Rightarrow \widehat{BIC} = 60^0$ hoặc $\widehat{BIC} = 120^0$.

Ta có $IC = IB < AB = a$ mà $BC = a\sqrt{2}$ nên tam giác IBCkhông thể đều suy ra $\widehat{BIC} = 120^0$.

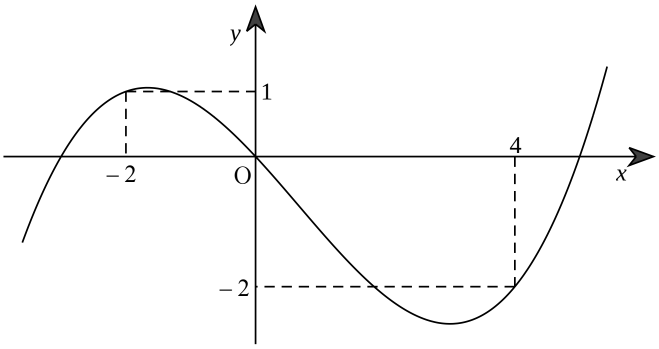
Trong tam giác IBC đặt $IB = IC = x (x > 0)$ có: $cos\, 1\,20^0 = \frac{IB^2+IC^2-BC^2}{2IB.IC} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{2x^2-(a\sqrt{2})^2}{2x^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow IB = IC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Trong tam giác ABI vuông tại I có: $AI = \sqrt{AB^2 - IB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SAB vuông tại B đường cao BI có: $AB^2 = IA.SA \Rightarrow SA = \frac{AB^2}{IA} = \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} == \frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SA = \frac{1}{3}\frac{1}{2}IB.IC.SA\sin\widehat{BIC} = \frac{1}{6}\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 a\sqrt{3}\,sin\,1\,20^0 = \frac{a^3}{6}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



<u>Ⓐ.</u> $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **Ⓑ.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **Ⓒ.** $(-2;-1)$. **Ⓓ.** $(2;3)$.

Lời giải

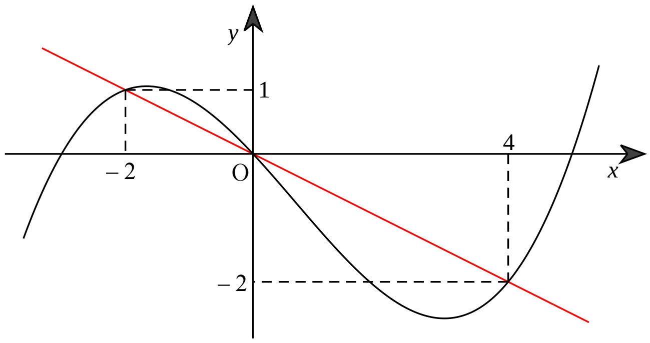
Chọn A

Ta có : $g(x)=f(1-2x)+x^2-x \Rightarrow g'(x)=-2f'(1-2x)+2x-1$

Do đó :$g'(x)\le 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x)+2x-1\le 0 \Leftrightarrow f'(1-2x)\ge \frac{2x-1}{2}$

Đặt $t=1-2x$.

Vẽ đường thẳng $y=-\frac{x}{2}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên cùng một hệ trục



Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Rightarrow g'(x)\le 0 \Rightarrow f'(t)\ge -\frac{t}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}-2\le t\le 0\\ t\ge 4\end{array}\right.$

Như vậy $f'(1-2x)\ge \frac{1-2x}{-2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2\le 1-2x\le 0\\ 4\le 1-2x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\le x\le \frac{3}{2}\\ x\le -\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$.

Mà $\left(1;\frac{3}{2}\right)\subset\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$nên hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng$\left(1;\frac{3}{2}\right)$

------------- HẾT -------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

★★★★★

ĐỀ THI THPT QG NĂM 2019
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: *90 phút*
(không kể thời gian giao đề)
Mã Đề: 101
(Đề thi gồm 07 trang)

Họ và tên: ....**SBD:**..............................

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 14. **B.** 48. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$ **B.** $2\pi rl$ **C.** πrl **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-1;0)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(0;1)$

Câu 5: Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = \frac{9}{2}$. **D.** $x = \frac{7}{2}$.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

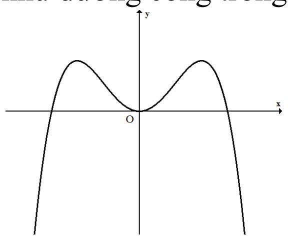
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^2\right)$ bằng

A. $2+\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$. **C.** $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 12: Môđun của số phức $1+2i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

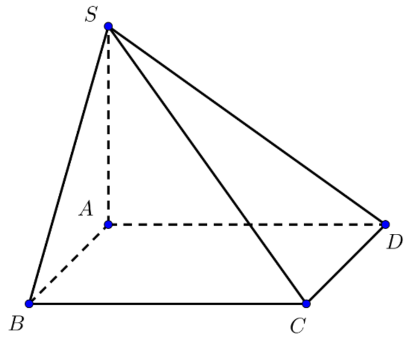
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Câu 20: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. **B.** $a^3 = b$. **C.** $a = b$. **D.** $a^2 = b$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$ **B.** $[-4;2]$

C. $(-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-4] \cup [2;+\infty)$

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π **B.** 36π **C.** 54π **D.** 27π

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

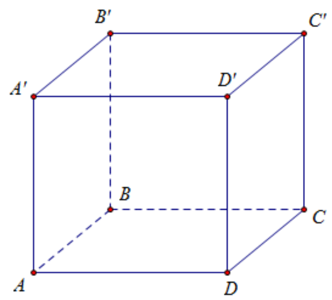
A. $x+3\ln(x-1)+C$.	**B.** $x-3\ln(x-1)+C$.

C. $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$.	**D.** $x+\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$.

Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = A.e^{nr}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93.671.600$ người (Tổng cục thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr. 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. $109.256.100$.	**B.** $108.374.700$.	**C.** $107.500.500$.	**D.** $108.311.100$.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

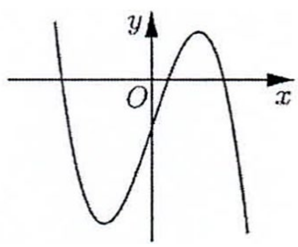


A. $2a^3\sqrt{3}$.	**B.** $4a^3\sqrt{3}$.	**C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.	**D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

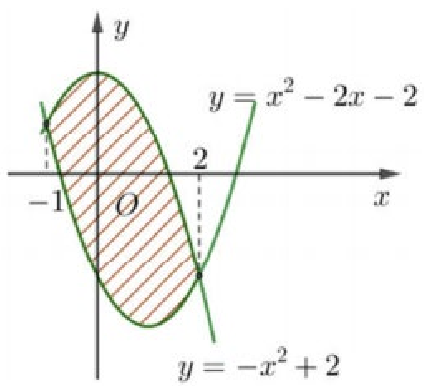
A. 0.	**B.** 1.	**C.** 2.	**D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3+3x+d \quad (a;d \in R)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0; d>0$.	**B.** $a<0; d>0$.	**C.** $a>0; d<0$.	**D.** $a<0; d<0$.

Câu 29: Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;4)$. **B.** $Q(5;4)$. **C.** $N(4;-3)$. **D.** $M(4;5)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ bằng

A. 25. **B.** 23. **C.** 27. **D.** 29.

Câu 33: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

B. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$.

D. $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Câu 34: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$.

B. $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$.

D. $x-2y-z-2=0$.

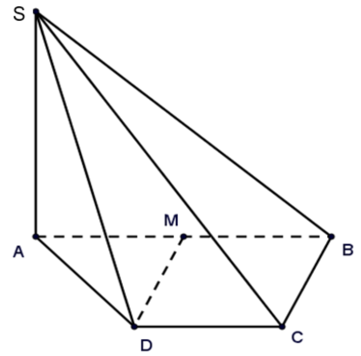
Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(3;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(3;4;2)$.

Câu 36: Chọn ngẫu nghiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A. $\dfrac{41}{81}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{16}{81}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$ (minh họa như hình dưới). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{13}\,a}{13}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{13}\,a}{13}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có $f(3)=3$ và $f'(x)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}},\forall x>0$. Khi đó $\int\limits_3^8 f(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** $\dfrac{197}{6}$. **C.** $\dfrac{29}{2}$. **D.** $\dfrac{181}{6}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{mx-4}{x-m}$(m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 40: Cho hình nón có chiều cao $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $32\sqrt{5}\pi$. **D.** 96π.

Câu 41: Cho x,y là các số thực dương thoả mãn $\log_9 x=\log_6 y=\log_4(2x+y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng?

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\log_2(\dfrac{3}{2})$. **D.** $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn$[0;3]$bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. -16. **B.** 16. **C.** -12. **D.** -2.

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $[1;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$

A. $-\sin 2x+\cos 2x+C$. **B.** $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.

C. $-2\sin 2x-\cos 2x+C$. **D.** $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

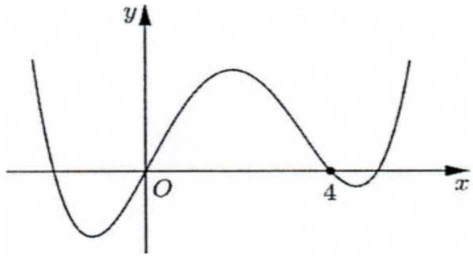
Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là.

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^3+3x^2\right)$ là



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 11.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$

A. 2019 **B.** 6 **C.** 2020 **D.** 4

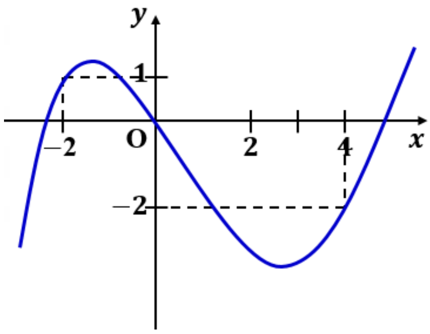
Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf\left(x^3\right)+f\left(1-x^2\right)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_{-1}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{17}{20}$. **B.** $-\dfrac{13}{4}$. **C.** $\dfrac{17}{4}$. **D.** -1.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy $\left(ABC\right)$ là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90°$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SAC\right)$ bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$

Câu 50: Cho hàm số $f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(1-2x\right)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-2;-1\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.D	5.A	6.B	7.B	8.D	9.A	10.C
11.A	12.C	13.B	14.D	15.D	16.A	17.B	18.B	19.C	20.D
21.A	22.B	23.C	24.A	25.B	26.A	27.C	28.D	29.A	30.C
31.A	32.B	33.A	34.C	35.B	36.A	37.A	38.B	39.D	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.A	46.C	47.D	48.B	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 14. **B.** 48. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Số học sinh trong nhóm là 14.

Để chọn ra một học sinh ta có thể chọn 1 học sinh bất kỳ trong 14 học sinh.

Vậy có 14 cách chọn ra một học sinh.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Công bội q của cấp số nhân đã cho $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

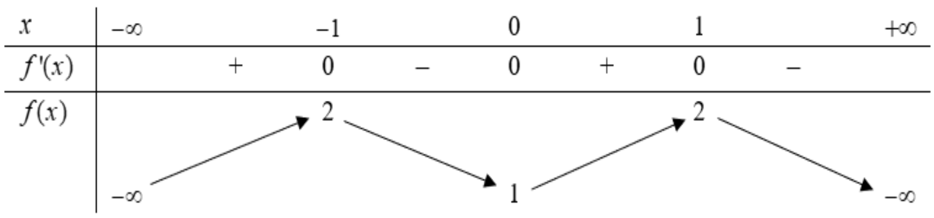
A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Hình nón có diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi rl$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Câu 5: Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương có công thức $V=6^3=216$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=\frac{9}{2}$. **D.** $x=\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đk: $x>\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow x=5$.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-2+1=-1$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

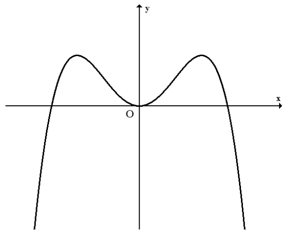
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn dạng đồ thị ta thấy đó là đồ thị của hàm trùng phương với hệ số $a<0$.

Từ đây ta suy ra chỉ có đáp án **A** thỏa mãn yêu cầu.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^2\right)$ bằng

A. $2+\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Vì a là số thực dương nên ta có: $\log_2\left(a^2\right)=2\log_2 a$

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$. **C.** $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\cos x+6x)\mathrm{d}x=\sin x+3x^2+C$.

Câu 12: Môđun của số phức $1+2i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|1+2i|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Vì điểm $M(2;-2;1)$ nên tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(2;-2;0)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$ có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

$(\alpha):3x+2y-4z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;2;-4)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng ta thấy: $\frac{-1+1}{-1}=\frac{2-2}{3}=\frac{1-1}{3}\Leftrightarrow 0=0=0$.

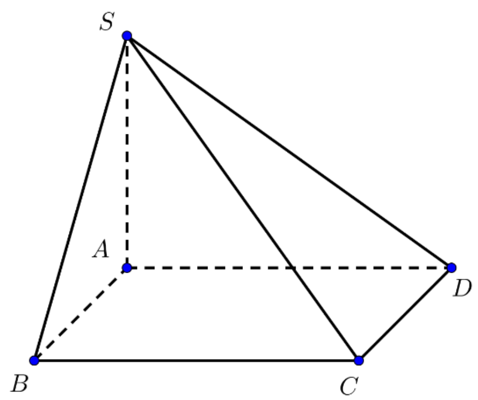
Suy ra điểm P thuộc đường thẳng d.

Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng ta thấy:

$\frac{1+1}{-1}=\frac{-2-2}{3}=\frac{-1-1}{3}\Leftrightarrow -2=-\frac{4}{3}=-\frac{2}{3}$ (vô lý). Vậy điểm Q không thuộc đường thẳng d.

Tương tự các điểm $N;M$ không thuộc đường thẳng d.

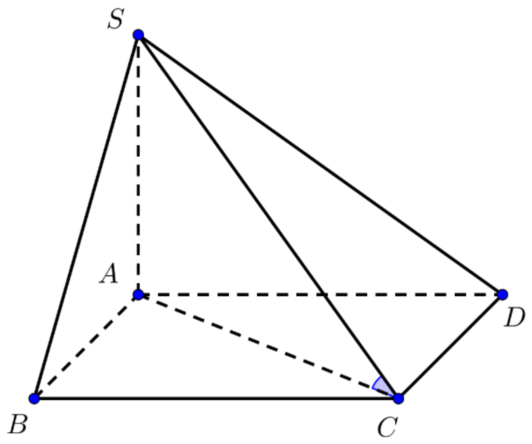
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



$ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ $\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$.

Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \end{cases}$ $\Rightarrow$ Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$.

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A.

$\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30°$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	CĐ	$\searrow$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$

$$f'(x)=-4x^3+24x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\sqrt{6}\notin[-1;2]\\x=\sqrt{6}\notin[-1;2]\end{array}\right.$$

Ta có

$f(-1)=12$

$f(0)=1$

$f(2)=33$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]}f(x)=f(2)=33$.

Câu 20: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b$. **C.** $a=b$. **D.** $a^2=b$.

Lời giải

Chọn D

Với các số thực dương a và b ta có $\log_2 a=\log_8(ab)\Leftrightarrow\log_2 a=\frac{1}{3}\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow 3\log_2 a=\log_2(ab)\Leftrightarrow\log_2 a^3=\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow a^3=ab\Leftrightarrow a^2=b$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1}\ge 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$ **B.** $[-4;2]$

C. $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{x-1}\ge 5^{x^2-x-9}\Leftrightarrow x-1\ge x^2-x-9\Leftrightarrow x^2-2x-8\le 0\Leftrightarrow x\in[-2;4]$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π **B.** 36π **C.** 54π **D.** 27π

Lời giải

Chọn B

Gọi h và R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Theo giả thiết ta có $R=3, h=2R=6$.

Từ đó diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi Rh=36\pi$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$3f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}$

Do $0<\dfrac{2}{3}<1$ nên số nghiệm thực của phương trình là 3.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $x+3\ln(x-1)+C$. **B.** $x-3\ln(x-1)+C$.

C. $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$. **D.** $x+\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\displaystyle\int\frac{x+2}{x-1}dx=\int\left(1+\frac{3}{x-1}\right)dx=x+3\ln(x-1)+C$

Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=A.e^{nr}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93.671.600$ người (Tổng cục thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr. 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. $109.256.100$. **B.** $108.374.700$. **C.** $107.500.500$. **D.** $108.311.100$.

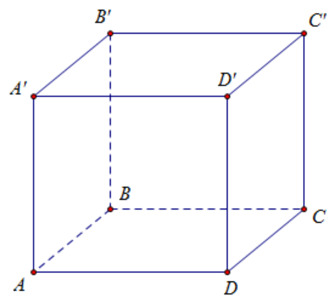
Lời giải

Chọn B

Ta có: $n=2035-2017=18, r=0,81, A=93671600$

Từ đây ta suy ra dân số Việt Nam năm 2035 là: $S=Ae^{nr}=93671600e^{18.0,81\%}=108374741$, sau khi làm tròn ta được đáp án **B.**

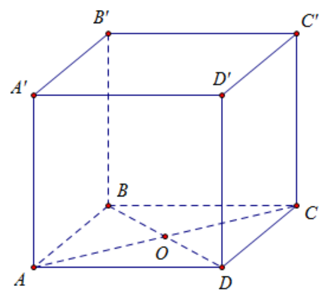
Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$ và $AA'=4a$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$AC \cap BD = O$; $BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $AB = a$; $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{2}$.

$S_{ABCD} = 4S_{\Delta ABO} = 4.\dfrac{1}{2}AO.BO = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = R \setminus \{\pm 1\}$

Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x^2\left(5 - \dfrac{4}{x} - \dfrac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1 - \dfrac{1}{x^2}\right)} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{5 - \dfrac{4}{x} - \dfrac{1}{x^2}}{1 - \dfrac{1}{x^2}} = 5$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 5$.

Tiệm cận đứng:

Cho $x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x+1}{x+1}=\dfrac{6}{2}=3$ nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

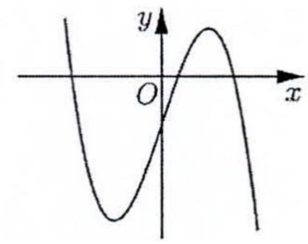
$$\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{5x^2-4x-1}{(x+1)(x-1)}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{x+1}.\frac{5x^2-4x-1}{x-1}=-\infty$$

vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{x+1}=+\infty \\ \lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x^2-4x-1}{x-1}=-4<0 \end{cases}$

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số 2 tiệm cận.

Câu 28: Cho hàm số $y=ax^3+3x+d$ $(a;d\in R)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;d>0$. **B.** $a<0;d>0$. **C.** $a>0;d<0$. **D.** $a<0;d<0$.

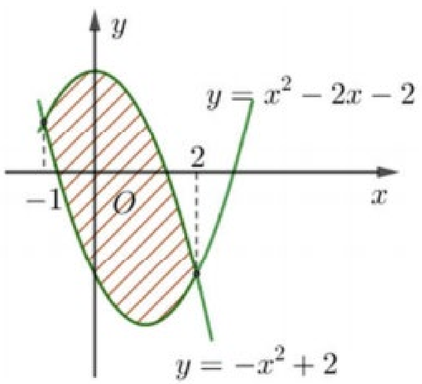
Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a<0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x=0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x=0\Rightarrow y=d<0$.

Câu 29: Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy $\forall x\in\left[-1;2\right]: -x^2+2\geq x^2-2x-2$ nên

$$S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+2\right)-\left(x^2-2x-2\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{z_2}=1+i$ nên $z_1+\overline{z_2}=\left(-3+i\right)+\left(1+i\right)=-2+2i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng 2.

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=\left(1+2i\right)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P\left(-3;4\right)$. **B.** $Q\left(5;4\right)$. **C.** $N\left(4;-3\right)$. **D.** $M\left(4;5\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=\left(1+2i\right)^2=1^2+2.1.2i+\left(2i\right)^2=-3+4i$.

Vậy trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=\left(1+2i\right)^2$ là điểm $P\left(-3;4\right)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=\left(1;0;3\right)$ và $\vec{b}=\left(-2;2;5\right)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ bằng

A. 25. **B.** 23. **C.** 27. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=\left(-1;2;8\right)$.

Suy ra $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=1.\left(-1\right)+0.2+3.8=23$.

Vậy $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=23$.

Câu 33: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M\left(4;0;0\right)$. Phương trình của $\left(S\right)$ là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

B. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$.

D. $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $R=IM=\sqrt{(4-0)^2+3^2}=5$.

Phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Ta suy ra mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 34: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$.

B. $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$.

D. $x-2y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc Δ.

Do (P) vuông góc Δ nên $\vec{n}_P=\vec{u}_\Delta=(2;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2(x-1)+2(y-1)+1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;1;1)$.

B. $\overrightarrow{u_3}=(1;1;2)$.

C. $\overrightarrow{u_1}=(3;4;1)$.

D. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

+ Một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$

Hay một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\overrightarrow{u_3}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MN}=(1;1;2)$.

Câu 36: Chọn ngẫu nghiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A. $\dfrac{41}{81}$.

B. $\dfrac{4}{9}$.

C. $\dfrac{1}{2}$.

D. $\dfrac{16}{81}$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $n(\Omega)=9.9.8=648$.

+ Gọi $N=\overline{abc}$ (với $a,b,c\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$; a,b,c đôi một khác nhau, $a\neq 0$ và $a+b+c$ chẵn)

 Trường hợp 1: Ba chữ số a,b,c đều chẵn, có: $4.4.3=48$ (số).

 Trường hợp 2: Ba chữ số a, b, c trong đó có hai chữ số lẻ và một chữ số chẵn:

Chọn 1 chữ số chẵn có C_5^1 cách,

chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2 cách,

hoán vị 3 chữ số được chọn có $3!$ cách.

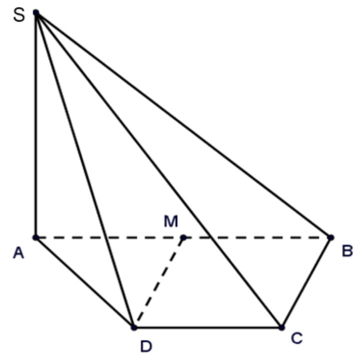
Loại đi A_5^2 cách có chữ số 0 đứng đầu.

Vậy trường hợp này có: $C_5^1.C_5^2.3! - A_5^2 = 280$ số.

Vậy có tất cả $48 + 280 = 328$ (số).

Suy ra xác suất cần tìm: $p = \dfrac{328}{648} = \dfrac{41}{81}$.

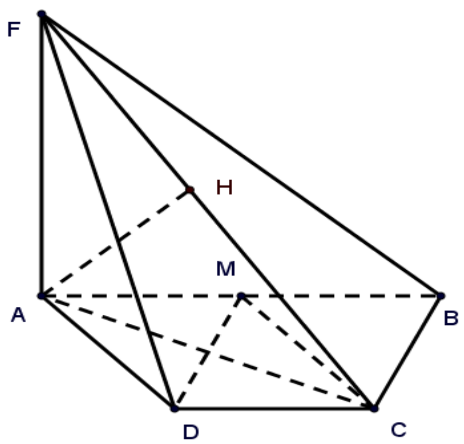
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình dưới). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Do $DM // SB$ nên $DM // (SBC)$ từ đó $d(DM; SB) = d(M; (SBC)) = \dfrac{1}{2} d(A; (SBC))$.

Theo đề bài ta có $AM = MC = CD = DA = a$ nên các tam giác $AMD; CMD; MBC$ đều từ đó $AC = a\sqrt{3}$; $BC = a; AB = 2a$ suy ra $AC^2 + BC^2 = AB^2$ mãn nên tam giác ABC vuông tại C.

Kẻ $AH \perp SC$ khi đó $AH \perp SC$

Mặt khác $\left.\begin{array}{l} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp AH$ nên $AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d\left(A;\left(SBC\right)\right)=AH=\dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+AC^2}}=\dfrac{3a.a\sqrt{3}}{\sqrt{9a^2+3a^2}}=\dfrac{3a}{2}$.

Vậy $d\left(DM;SB\right)=\dfrac{1}{2}d\left(A;\left(SBC\right)\right)=\dfrac{3a}{4}$.

Câu 38: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f\left(3\right)=3$ và $f'\left(x\right)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}},\forall x>0$. Khi đó $\int\limits_3^8 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 7. **B.** $\dfrac{197}{6}$. **C.** $\dfrac{29}{2}$. **D.** $\dfrac{181}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Với $\forall x>0$ ta có $f'\left(x\right)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}=\dfrac{x\left(x+1+\sqrt{x+1}\right)}{\left(x+1\right)^2-\left(x+1\right)}=\dfrac{x\left(x+1+\sqrt{x+1}\right)}{x^2+x}$

$=\dfrac{x+1+\sqrt{x+1}}{x+1}=1+\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}=1+\dfrac{2}{2\sqrt{x+1}}=1+\left(2\sqrt{x+1}\right)'$.

Khi đó $\int f'\left(x\right)dx=\int\left[1+\left(2\sqrt{x+1}\right)'\right]dx=x+2\sqrt{x+1}+C$, suy ra $f\left(x\right)=x+2\sqrt{x+1}+C$

$f\left(3\right)=7+C=3\Leftrightarrow C=-4$ từ đó $f\left(x\right)=x+2\sqrt{x+1}-4$.

$$\int\limits_3^8 f\left(x\right)dx=\int\limits_3^8\left(x+2\sqrt{x+1}-4\right)dx=\left.\left(\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{4}{3}\left(x+1\right)\sqrt{x+1}-4x\right)\right|_3^8=\dfrac{197}{6}.$$

Câu 39: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $x\neq m$.

Khi đó $f'\left(x\right)=\dfrac{4-m^2}{\left(x-m\right)^2}$

Hàm số đã cho là hàm phân thức nên đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ khi

$$\begin{cases} m\notin\left(0;+\infty\right) \\ f'\left(x\right)=\dfrac{4-m^2}{\left(x-m\right)^2}>0 \quad \forall x\in\left(0;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\leq 0 \\ 4-m^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\leq 0 \\ -2<m<2\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\leq 0$$

Do m nguyên nên $m\in\left\{-1;0\right\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 40: Cho hình nón có chiều cao $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $32\sqrt{5}\pi$. **D.** 96π.

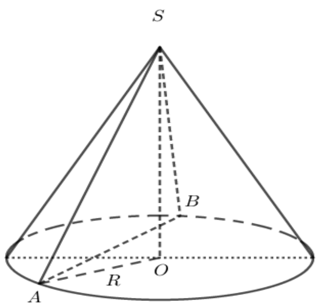
Lời giải

Chọn A

Gọi O là tâm đáy và SAB là thiết diện của mặt phẳng đi qua đỉnh mặt nón với mặt nón, theo giả thiết SAB là tam giác đều có cạnh SA và diện tích $9\sqrt{3}$ suy ra $\dfrac{SA^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow SA = 6$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $AO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{5}\right)^2} = 4$, vậy hình nón có $R = 4$.

Từ đó ta tính được thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.4^2.2\sqrt{5} = \dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.



Câu 41: Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng?

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\log_2(\dfrac{3}{2})$. **D.** $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x + y) = t$. Suy ra: $\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2.9^t + 6^t = 4^t$

$$\Leftrightarrow 2.\left(\frac{9}{4}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 \ (loai) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right. .$$

Ta có: $\dfrac{x}{y} = \dfrac{9^t}{6^t} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^t = \dfrac{1}{2}$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. -16. **B.** 16. **C.** -12. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^3-3x+m, x\in\left[0;3\right]$, ta có $g'\left(x\right)=3x^2-3; g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y=g\left(x\right)$

x	0		1		3
y'		$-$	0	$+$	
y	m		$m-2$		$m+18$

Từ bảng biến thiên ta suy ra

$$\underset{[0;3]}{Max}\, f\left(x\right)=\max\left\{\left|m-2\right|,\left|m+18\right|\right\}=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left|m+18\right|=16\\ \left|m+18\right|\ge\left|m-2\right|\end{cases}\\ \begin{cases}\left|m-2\right|=16\\ \left|m-2\right|\ge\left|m+18\right|\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=-14\end{array}\right.$$

Vậy $S=\left\{-14;-2\right\}$. Tổng các phần tử của S bằng -16.

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2\left(2x\right)-\left(m+2\right)\log_2 x+m-2=0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[1;2\right]$ là

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left[1;2\right]$. **C.** $\left[1;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

$$pt\Leftrightarrow\left(1+\log_2 x\right)^2-\left(m+2\right)\log_2 x+m-2=0$$

$$\Leftrightarrow\log_2^2 x-m\log_2 x+m-1=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=m-1\end{array}\right.$$

Ta có: $x\in\left[1;2\right]\Leftrightarrow\log_2 x\in\left[0;1\right]$.

Vậy để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[1;2\right]$ khi và chỉ khi $0\le m-1<1\Leftrightarrow1\le m<2$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$

A. $-\sin 2x+\cos 2x+C$.
B. $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.
C. $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.
D. $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn C

Do $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$ nên $f(x)e^x=(\cos 2x)'=-2\sin 2x$.

Ta có

$$\int f'(x)e^x dx=\int e^x d(f(x))=e^x.f(x)-\int e^x f(x)dx=-2\sin 2x-\cos 2x+C.$$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là.

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x$, khi đó $t\in[-1;1]$. Phương trình đã cho được viết lại là $f(t)=-\dfrac{3}{2}$.

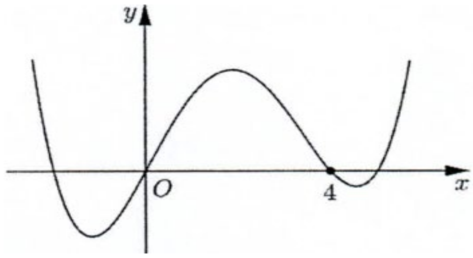
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t)=-\dfrac{3}{2}$ có bốn nghiệm:

$t_1\in(-\infty;-1)$, $t_2\in(-1;0)$, $t_3\in(0;1)$ và $t_4\in(1;+\infty)$. Loại đi hai nghiệm t_1 và t_4 và đặt $t_2=\sin(-\alpha)$, $t_3=\sin\beta$ trong đó $\alpha\neq\beta$, $\alpha,\beta\in(0;\pi)\diagdown\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$, khi đó :

$$2f(\sin x)+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\sin(-\alpha)\\ \sin x=\sin\beta\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\alpha+k2\pi\\ x=\pi+\alpha+k2\pi\\ x=\beta+k2\pi\\ x=\pi-\beta+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Do $x\in[-\pi;2\pi]$ nên $x\in\{-\alpha;-\alpha+2\pi;\pi+\alpha;\alpha-\pi;\beta,\pi-\beta\}$. Phương trình đã cho có 6 nghiệm $x\in[-\pi;2\pi]$.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3+3x^2)$ là



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ thì hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị là :

$x = a < 0$, $x = b \in (0;4)$, $x = c \in (4;+\infty)$

Hàm số $f(x)$ là hàm số bậc bốn, nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \\ x = b \\ x = c \end{array}\right.$.

Ta có $g'(x) = 3(x^2 + 2x)f'(x^3 + 3x^2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x^2 + 2x = 0 \\ x^3 + 3x^2 = a \in (-\infty;0) \\ x^3 + 3x^2 = b \in (0;4) \\ x^3 + 3x^2 = c \in (4;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a \in (-\infty;0) \\ x^3 + 3x^2 = b \in (0;4) \\ x^3 + 3x^2 = c \in (4;+\infty) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2$, $h'(x) = 3x^2 + 6x$. $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \to y = 0 \\ x = -2 \to y = 4 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

Phương trình $x^3 + 3x^2 = a$ có một nghiệm đơn $x = x_1 < -2$

Phương trình $x^3 + 3x^2 = b$ có ba nghiệm đơn $x = x_2 < -2$, $x = x_3 \in (-2;0)$, $x = x_4 > 0$.

Phương trình $x^3 + 3x^2 = c$ có một nghiệm đơn $x = x_5 > 0$.

Do a,b,c đôi một khác nhau nên x_i với $i \in \{1;2;3;4;5\}$ đôi một khác nhau và đồng thời khác 0 và khác -2.

Như vậy $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt mà $g(x)$ là đa thức nên $g'(x)$ đổi dấu 7 lần.

Suy ra $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$

A. 2019 **B.** 6 **C.** 2020 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\log_3(3x+3)(1\le t\le 1+\log_3 2021)\Leftrightarrow 3x+3=3^t\Leftrightarrow x=3^{t-1}-1$

Theo bài ra: $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y\Leftrightarrow (t-1)+3^{t-1}=2y+3^{2y}$ (*)

Hàm $f(u)=u+3^u$ đồng biến nên (*) $\Leftrightarrow t-1=2y\Leftrightarrow t=2y+1$.

Mà $1\le t\le 1+\log_3 2021\Rightarrow 1\le 2y+1\le 1+\log_3 2021\Leftrightarrow 0\le y\le \frac{1}{2}\log_3 2021$

Mặt khác $y\in Z\Rightarrow y\in\{0;1;2;3\}$. Vậy có 4 cặp số nguyên (x;y) thỏa đề bài

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{17}{20}$. **B.** $-\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{17}{4}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$

$\Rightarrow 3x^2f(x^3)+3xf(1-x^2)=-3x^{11}+3x^7-6x^2\ (1)$

$(1)\Rightarrow \int\limits_{-1}^{0}3x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{0}3xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}(-3x^{11}+3x^7-6x^2)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int\limits_{-1}^{0}f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\int\limits_{-1}^{0}\frac{3}{2}f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=\left(-\frac{1}{4}x^{12}+\frac{3}{8}x^8-2x^3\right)\Big|_{-1}^{0}$

$\Leftrightarrow \int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\frac{3}{2}\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=-\frac{17}{8}(2)$.

$(1)\Rightarrow \int\limits_{0}^{1}3x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}3xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}(-3x^{11}+3x^7-6x^2)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int\limits_{0}^{1}f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{3}{2}\int\limits_{0}^{1}f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\frac{15}{8}$

$\Leftrightarrow \int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\frac{3}{2}\int\limits_{1}^{0}f(x)\mathrm{d}x=-\frac{15}{8}$

$\Leftrightarrow \frac{5}{2}\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=-\frac{15}{8}\ \Leftrightarrow \int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{4}$.

Thế vào (2) ta được $\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\frac{3}{2}\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{17}{8}\Leftrightarrow \int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$.

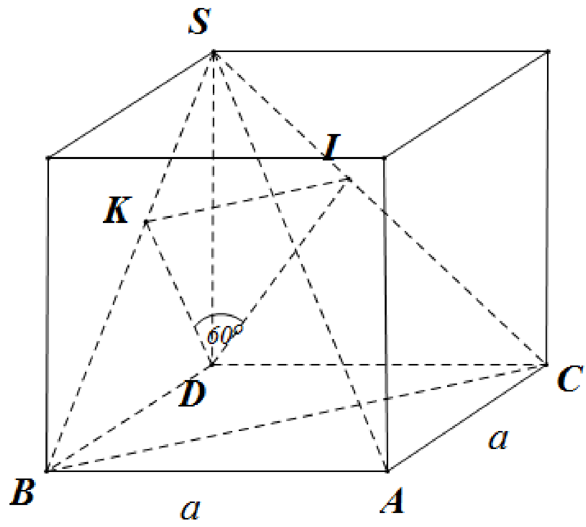
Câu 49: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy (ABC) là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Dựng hình hộp như hình vẽ.



Dựng $DI \perp SC \Rightarrow DI \perp (SAC)$

$DK \perp SB \Rightarrow DK \perp (SAB)$.

Khi đó $\left(\widehat{(SAC),(SAB)}\right) = \widehat{(DK,DB)} = 60° \Rightarrow \Delta DBK$ đều.

Đáy $ABCD$ vuông nên $KB = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} = DK$.

Xét ΔSDB ta có:

$$\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DS^2} + \frac{1}{BD^2} \Rightarrow \frac{1}{DS^2} = \frac{1}{BK^2} - \frac{1}{BD^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^1} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow DS = a.$$

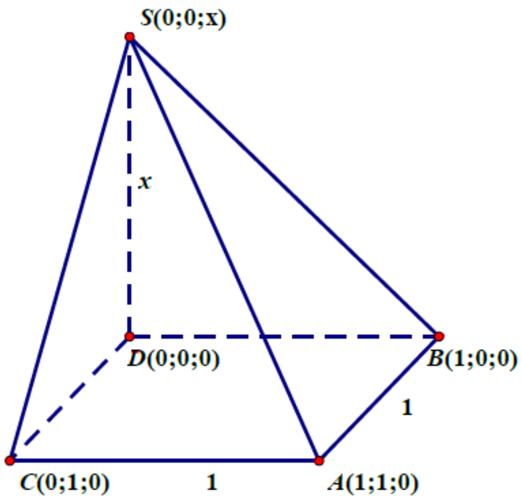
Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.DS = \frac{1}{3}\frac{a^2}{2}.a = \frac{a^3}{6}$.

Cách khác:

Do ABC là tam giác vuông cân tại A, nên ta có: $\widehat{BAC} = 90^o$.

Do có: $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = \widehat{BAC} = 90^o$ nên ta thu được mẫu hình sau. Với D sao cho $DBAC$ là hình chữ nhật và SD vuông góc với đáy.

Do $AB = AC = 1 \Rightarrow$ Tứ giác $DBAC$ là hình vuông cạnh 1. Gọi $SD = x$. Ta gắn được trục như sau:



Vậy ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AS} = (-1;-1;x) \\ \overrightarrow{AB} = (0;-1;0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(SAB)}} = (-x;0;-1).$$

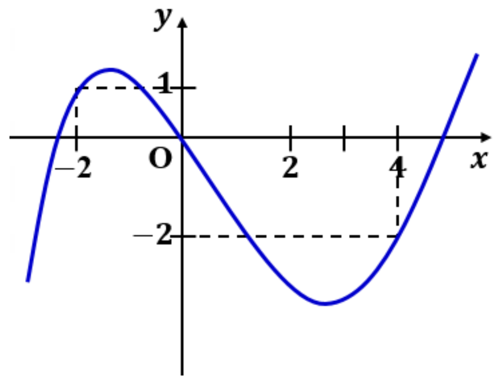
$$\begin{cases} \overrightarrow{AS} = (-1;-1;x) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;0;0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(SAC)}} = (0;x;1).$$

Vậy ta có:

$$\cos\left(\widehat{(SAB);(SAC)}\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_{(SAB)}}.\overrightarrow{n_{(SAC)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(SAB)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(SAC)}}\right|} = \frac{|-1|}{\sqrt{x^2+1}.\sqrt{x^2+1}} = \cos 60^o \Leftrightarrow \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy ta có: $V_{SABC} = \frac{1}{6}a^3$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

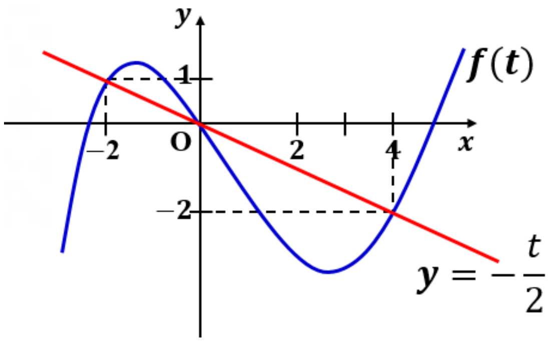
Chọn A

Đặt $t = 1 - 2x$

Ta có: $g(t)=f(t)+\frac{t^2-1}{4}\Rightarrow g'(t)=f'(t)+\frac{t}{2}$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow g'(t)\geq 0\Leftrightarrow f'(t)\geq -\frac{t}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=-\frac{t}{2}$.



Dựa vào đồ thị ta có: $f'(t)>-\frac{t}{2}\Rightarrow \left[\begin{array}{l}-2<t<0\\ t>4\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<1-2x<0\\ 1-2x>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\\ x<-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

---------- **HẾT** ----------