

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  trên đoạn  $[1; 3]$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 - i)z - 1 + 5i = 0$ . Tìm phần thực và phần ảo của  $z$ .

b) Giải phương trình  $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^1 (x - 3)e^x dx$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; -2; 1)$ ,  $B(2; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$  và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $AB$  với mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).**

a) Tính giá trị của biểu thức  $P = (1 - 3 \cos 2\alpha)(2 + 3 \cos 2\alpha)$ , biết  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ .

b) Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB, AC$ .

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên cạnh  $BC$ ;  $D$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $H$ ;  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  trên đường thẳng  $AD$ . Giả sử  $H(-5; -5)$ ,  $K(9; -3)$  và trung điểm của cạnh  $AC$  thuộc đường thẳng  $x - y + 10 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải phương trình  $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x + 1)(\sqrt{x + 2} - 2)$  trên tập số thực.

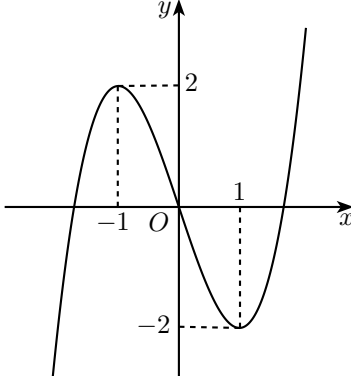
**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho các số thực  $a, b, c$  thuộc đoạn  $[1; 3]$  và thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 6$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

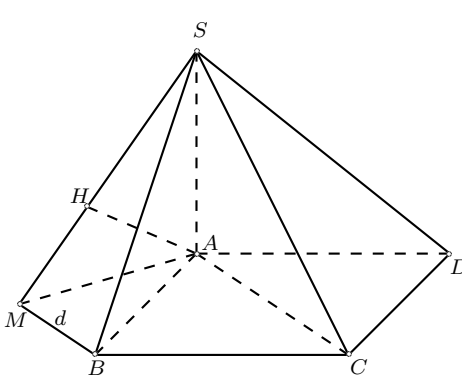
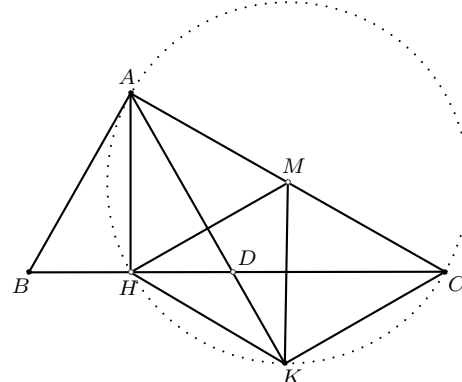
$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 12abc + 72}{ab + bc + ca} - \frac{1}{2}abc.$$

—————Hết—————

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

| Câu  | Đáp án (Trang 01)  | Điểm      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|--|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|---|---|---|---|-----|-----------|---|------|-----------|------|
| 1<br>(1,0đ)  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math>.</li> <li>• Sự biến thiên:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chiều biến thiên: <math>y' = 3x^2 - 3</math>; <math>y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1</math>.</li> </ul> </li> </ul>   | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ ; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$ .<br>- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ , $y_{\text{CD}} = 2$ ; đạt cực tiểu tại $x = 1$ , $y_{\text{CT}} = -2$ .<br>- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .  | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bảng biến thiên:</li> </ul> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;"><math>-2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table> | $x$       | $-\infty$ | $-1$      | $1$       | $+\infty$ | $y'$ | + | 0 | - | 0 | $y$ | $-\infty$ | 2 | $-2$ | $+\infty$ | 0,25 |
|  | $x$  | $-\infty$ | $-1$      | $1$       | $+\infty$ |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
| $y'$   | +  | 0         | -         | 0         |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
| $y$  | $-\infty$  | 2         | $-2$      | $+\infty$ |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Đồ thị:</li> </ul>  | 0,25   |           |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
| 2<br>(1,0đ)  | Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$ ; $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ .   | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | Với $x \in [1; 3]$ , $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ .   | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | Ta có $f(1) = 5$ , $f(2) = 4$ , $f(3) = \frac{13}{3}$ .  | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt là 5 và 4.   | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
| 3<br>(1,0đ)  | a) Ta có $(1 - i)z - 1 + 5i = 0 \Leftrightarrow z = 3 - 2i$ .  | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | Do đó số phức $z$ có phần thực bằng 3, phần ảo bằng $-2$ .   | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | b) Phương trình đã cho tương đương với $x^2 + x + 2 = 8$   | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |
|  | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3. \end{cases}$<br>Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$ ; $x = -3$ .  | 0,25      |           |           |           |           |      |   |   |   |   |     |           |   |      |           |      |

| Câu         | Đáp án (Trang 02)   | Điểm   |      |
|-------------|---|--|------|
| 4<br>(1,0đ) | Đặt $u = x - 3$ ; $dv = e^x dx$ . Suy ra $du = dx$ ; $v = e^x$ .  | 0,25   |      |
|             | Khi đó $I = (x - 3)e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx$   | 0,25   |      |
|             | $= (x - 3)e^x \Big _0^1 - e^x \Big _0^1$  | 0,25   |      |
|             | $= 4 - 3e$ .  | 0,25   |      |
| 5<br>(1,0đ) | Ta có $\vec{AB} = (1; 3; 2)$ .  | 0,25   |      |
|             | Đường thẳng $AB$ có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$ .  | 0,25   |      |
|             | Gọi $M$ là giao điểm của $AB$ và $(P)$ . Do $M$ thuộc $AB$ nên $M(1+t; -2+3t; 1+2t)$ .  | 0,25   |      |
|             | $M$ thuộc $(P)$ nên $1+t - (-2+3t) + 2(1+2t) - 3 = 0$ , suy ra $t = -1$ . Do đó $M(0; -5; -1)$ .  | 0,25   |      |
| 6<br>(1,0đ) | a) Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{1}{9}$ .  | 0,25   |      |
|             | Suy ra $P = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{14}{9}$ .  | 0,25   |      |
|             | b) Số phần tử của không gian mẫu là $C_{25}^3 = 2300$ .   | 0,25   |      |
|             | Số kết quả thuận lợi cho biến cố “có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở” là $C_{20}^2 \cdot C_5^1 + C_{20}^3 = 2090$ . Xác suất cần tính là $p = \frac{2090}{2300} = \frac{209}{230}$ . | 0,25   |      |
| 7<br>(1,0đ) |    | Ta có $\widehat{SCA} = (\widehat{SC, (\widehat{ABCD})}) = 45^\circ$ ,<br>suy ra $SA = AC = \sqrt{2}a$ .  | 0,25 |
|             |   | $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .  | 0,25 |
|             |   | Kẻ đường thẳng $d$ qua $B$ và song song $AC$ . Gọi $M$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $d$ ; $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $SM$ . Ta có $SA \perp BM$ , $MA \perp BM$ nên $AH \perp BM$ . Suy ra $AH \perp (SBM)$ .<br>Do đó $d(AC, SB) = d(A, (SBM)) = AH$ .                  | 0,25 |
|             |   | Tam giác $SAM$ vuông tại $A$ , có đường cao $AH$ , nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{5}{2a^2}$ .<br>Vậy $d(AC, SB) = AH = \frac{\sqrt{10}a}{5}$ .  | 0,25 |
| 8<br>(1,0đ) |    | Gọi $M$ là trung điểm $AC$ . Ta có $MH = MK = \frac{AC}{2}$ ,<br>nên $M$ thuộc đường trung trực của $HK$ . Đường trung trực của $HK$ có phương trình $7x + y - 10 = 0$ , nên tọa độ của $M$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x - y + 10 = 0 \\ 7x + y - 10 = 0 \end{cases}$ .<br>Suy ra $M(0; 10)$ . | 0,25 |
|             |   | Ta có $\widehat{HKA} = \widehat{HCA} = \widehat{HAB} = \widehat{HAD}$ , nên $\triangle AHK$ cân tại $H$ , suy ra $HA = HK$ . Mà $MA = MK$ , nên $A$ đối xứng với $K$ qua $MH$ .  | 0,25 |
|             |   | Ta có $\vec{MH} = (5; 15)$ ; đường thẳng $MH$ có phương trình $3x - y + 10 = 0$ . Trung điểm $AK$ thuộc $MH$ và $AK \perp MH$ nên tọa độ điểm $A$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} 3\left(\frac{x+9}{2}\right) - \left(\frac{y-3}{2}\right) + 10 = 0 \\ (x-9) + 3(y+3) = 0 \end{cases}$              | 0,25 |
|             |   | Suy ra $A(-15; 5)$ .   | 0,25 |

| Câu                 | Đáp án (Trang 03)  | Điểm |
|---------------------|--|------|
| <b>9</b><br>(1,0đ)  | Điều kiện: $x \geq -2$ . Phương trình đã cho tương đương với<br>$\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3} = \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{x+4}{x^2-2x+3} = \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \end{cases} \quad (1).$  | 0,25 |
|                     | Ta có (1) $\Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+2}+2) = (x+1)(x^2-2x+3)$<br>$\Leftrightarrow (\sqrt{x+2}+2)[(\sqrt{x+2})^2+2] = [(x-1)+2][(x-1)^2+2] \quad (2)$<br>Xét hàm số $f(t) = (t+2)(t^2+2)$ .<br>Ta có $f'(t) = 3t^2+4t+2$ , suy ra $f'(t) > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ , nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ .                                      | 0,25 |
|                     | Do đó (2) $\Leftrightarrow f(\sqrt{x+2}) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-3x-1=0 \end{cases}$   | 0,25 |
|                     | $\Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ .<br>Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x=2; x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ .   | 0,25 |
| <b>10</b><br>(1,0đ) | Đặt $t = ab + bc + ca$ .<br>Ta có $36 = (a+b+c)^2 = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] + 3t \geq 3t$ . Suy ra $t \leq 12$ .<br>Mặt khác, $(a-1)(b-1)(c-1) \geq 0$ , nên $abc \geq ab + bc + ca - 5 = t - 5$ ;<br>và $(3-a)(3-b)(3-c) \geq 0$ , nên $3t = 3(ab + bc + ca) \geq abc + 27 \geq t + 22$ . Suy ra $t \geq 11$ .<br>Vậy $t \in [11; 12]$ . | 0,25 |
|                     | Khi đó $P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a+b+c) + 72}{ab + bc + ca} - \frac{abc}{2}$<br>$= \frac{(ab + bc + ca)^2 + 72}{ab + bc + ca} - \frac{abc}{2} \leq \frac{t^2 + 72}{t} - \frac{t-5}{2} = \frac{t^2 + 5t + 144}{2t}$  | 0,25 |
|                     | Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 5t + 144}{2t}$ , với $t \in [11; 12]$ . Ta có $f'(t) = \frac{t^2 - 144}{2t^2}$ .<br>Do đó $f'(t) \leq 0, \forall t \in [11; 12]$ , nên $f(t)$ nghịch biến trên đoạn $[11, 12]$ .<br>Suy ra $f(t) \leq f(11) = \frac{160}{11}$ . Do đó $P \leq \frac{160}{11}$ .   | 0,25 |
|                     | Ta có $a=1, b=2, c=3$ thỏa mãn điều kiện của bài toán và khi đó $P = \frac{160}{11}$ .<br>Vậy giá trị lớn nhất của $P$ bằng $\frac{160}{11}$ .   | 0,25 |

—————Hết—————