

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} \geq 3\sqrt{x}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = 2a, AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC . Chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (ABH) . Tính thể tích của khối chóp $S.ABH$ theo a .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn các điều kiện $x + y + z = 0$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^5 + y^5 + z^5$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)**A. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$, $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2) , tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho AB vuông góc với d .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0), B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d .

Câu 9.a (1,0 điểm). Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A, B, C, D của hình thoi. Biết A thuộc Ox .

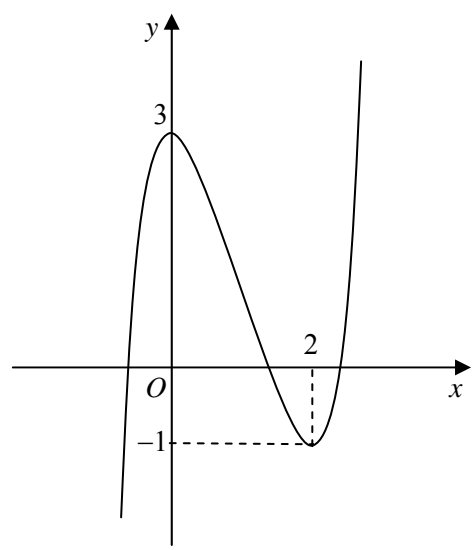
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;3), M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM .

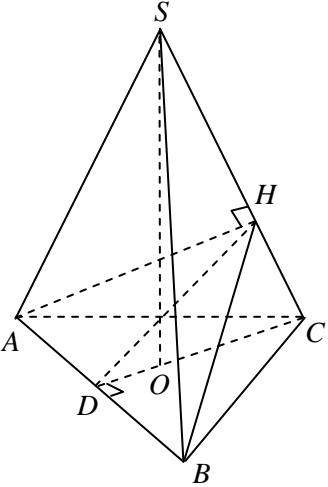
Câu 9.b (1,0 điểm). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$. Viết dạng lượng giác của z_1 và z_2 .

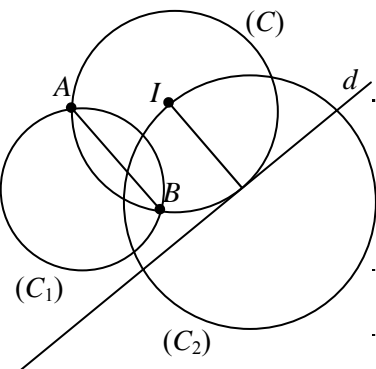
----- HẾT -----

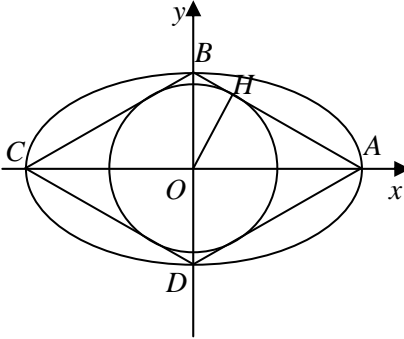
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																				
1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm)																					
	Khi $m = 1$, ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 3$.																					
	<ul style="list-style-type: none"> Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$. 	0,25																				
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, khoảng nghịch biến: $(0; 2)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CB} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -1$. – Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																				
	– Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																	
y'		+	0	-	0	+																
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$															
<ul style="list-style-type: none"> Đồ thị:  	0,25																					
b) (1,0 điểm)																						
	$y' = 3x^2 - 6mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2m$.																					
	Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq 0$ (*).	0,25																				
	Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0; 3m^3)$ và $B(2m; -m^3)$.	0,25																				
	Suy ra $OA = 3 m^3 $ và $d(B, (OA)) = 2 m $.																					
	$S_{\Delta OAB} = 48 \Leftrightarrow 3m^4 = 48$	0,25																				
	$\Leftrightarrow m = \pm 2$, thỏa mãn (*).	0,25																				

<p>2 (1,0 điểm)</p>	Phương trình đã cho tương đương với: $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = \cos x - \sqrt{3} \sin x$	0,25
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = \pm\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = k\frac{2\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z}).$	0,25
<p>3 (1,0 điểm)</p>	Điều kiện: $0 \leq x \leq 2 - \sqrt{3}$ hoặc $x \geq 2 + \sqrt{3}$ (*).	
	Nhận xét: $x = 0$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.	0,25
	Với $x > 0$, bất phương trình đã cho tương đương với: $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x + \frac{1}{x}} - 4 \geq 3$ (1).	
	Đặt $t = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ (2), bất phương trình (1) trở thành $\sqrt{t^2 - 6} \geq 3 - t \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - t < 0 \\ 3 - t \geq 0 \\ t^2 - 6 \geq (3 - t)^2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow t \geq \frac{5}{2}$. Thay vào (2) ta được $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq \frac{5}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 2$ hoặc $\sqrt{x} \leq \frac{1}{2}$	0,25
$\Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{4}$ hoặc $x \geq 4$. Kết hợp (*) và nghiệm $x = 0$, ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left[0; \frac{1}{4}\right] \cup [4; +\infty)$.	0,25	
<p>4 (1,0 điểm)</p>	Đặt $t = x^2$, suy ra $dt = 2xdx$. Với $x = 0$ thì $t = 0$; với $x = 1$ thì $t = 1$.	0,25
	Khi đó $I = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 \cdot 2xdx}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{tdt}{(t + 1)(t + 2)}$	0,25
	$= \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{2}{t + 2} - \frac{1}{t + 1} \right) dt = \left(\ln t + 2 - \frac{1}{2} \ln t + 1 \right) \Big _0^1$	0,25
	$= \ln 3 - \frac{3}{2} \ln 2.$	0,25
<p>5 (1,0 điểm)</p>	 <p>Gọi D là trung điểm của cạnh AB và O là tâm của ΔABC. Ta có $AB \perp CD$ và $AB \perp SO$ nên $AB \perp (SCD)$, do đó $AB \perp SC$.</p>	0,25
	<p>Mặt khác $SC \perp AH$, suy ra $SC \perp (ABH)$.</p>	0,25
	<p>Ta có: $CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}, OC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.</p>	0,25
	<p>Do đó $DH = \frac{SO \cdot CD}{SC} = \frac{a\sqrt{11}}{4}$. Suy ra $S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2} AB \cdot DH = \frac{\sqrt{11}a^2}{8}$.</p>	0,25
	<p>Ta có $SH = SC - HC = SC - \sqrt{CD^2 - DH^2} = \frac{7a}{4}$.</p> <p>Do đó $V_{S.ABH} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABH} = \frac{7\sqrt{11}a^3}{96}$.</p>	0,25

6 (1,0 điểm)	Với $x + y + z = 0$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, ta có: $0 = (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2x(y + z) + 2yz = 1 - 2x^2 + 2yz$, nên $yz = x^2 - \frac{1}{2}$.	0,25	
	Mặt khác $yz \leq \frac{y^2 + z^2}{2} = \frac{1 - x^2}{2}$, suy ra: $x^2 - \frac{1}{2} \leq \frac{1 - x^2}{2}$, do đó $-\frac{\sqrt{6}}{3} \leq x \leq \frac{\sqrt{6}}{3}$ (*).		
	Khi đó: $P = x^5 + (y^2 + z^2)(y^3 + z^3) - y^2z^2(y + z)$ $= x^5 + (1 - x^2)[(y^2 + z^2)(y + z) - yz(y + z)] + \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 x$ $= x^5 + (1 - x^2)\left[-x(1 - x^2) + x\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)\right] + \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 x = \frac{5}{4}(2x^3 - x)$.	0,25	
	Xét hàm $f(x) = 2x^3 - x$ trên $\left[-\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{6}}{3}\right]$, suy ra $f'(x) = 6x^2 - 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$. Ta có $f\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = f\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right) = -\frac{\sqrt{6}}{9}$, $f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = f\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right) = \frac{\sqrt{6}}{9}$. Do đó $f(x) \leq \frac{\sqrt{6}}{9}$. Suy ra $P \leq \frac{5\sqrt{6}}{36}$.	0,25	
	Khi $x = \frac{\sqrt{6}}{3}, y = z = -\frac{\sqrt{6}}{6}$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{5\sqrt{6}}{36}$.	0,25	
7.a (1,0 điểm)		(C_1) có tâm là gốc tọa độ O . Gọi I là tâm của đường tròn (C) cần viết phương trình, ta có $AB \perp OI$. Mà $AB \perp d$ và $O \notin d$ nên $OI \parallel d$, do đó OI có phương trình $y = x$.	0,25
	Mặt khác $I \in (C_2)$, nên tọa độ của I thỏa mãn hệ: $\begin{cases} y = x \\ x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow I(3; 3)$.	0,25	
	Do (C) tiếp xúc với d nên (C) có bán kính $R = d(I, d) = 2\sqrt{2}$.	0,25	
	Vậy phương trình của (C) là $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 8$.	0,25	
8.a (1,0 điểm)	Gọi (S) là mặt cầu cần viết phương trình và I là tâm của (S) . Do $I \in d$ nên tọa độ của điểm I có dạng $I(1 + 2t; t; -2t)$.	0,25	
	Do $A, B \in (S)$ nên $AI = BI$, suy ra $(2t - 1)^2 + (t - 1)^2 + 4t^2 = (2t + 3)^2 + (t - 3)^2 + (2t + 2)^2 \Rightarrow t = -1$.	0,25	
	Do đó $I(-1; -1; 2)$ và bán kính mặt cầu là $IA = \sqrt{17}$.	0,25	
	Vậy, phương trình mặt cầu (S) cần tìm là $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 17$.	0,25	
9.a (1,0 điểm)	Số cách chọn 4 học sinh trong lớp là $C_{25}^4 = 12650$.	0,25	
	Số cách chọn 4 học sinh có cả nam và nữ là $C_{15}^1 \cdot C_{10}^3 + C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 + C_{15}^3 \cdot C_{10}^1$	0,25	
	$= 11075$.	0,25	
	Xác suất cần tính là $P = \frac{11075}{12650} = \frac{443}{506}$.	0,25	

<p>7.b (1,0 điểm)</p>		<p>Giả sử $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$. Hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và A, B, C, D thuộc (E) suy ra $OA = 2OB$.</p> <p>Không mất tính tổng quát, ta có thể xem $A(a; 0)$ và $B(0; \frac{a}{2})$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AB, suy ra OH là bán kính của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 4$.</p> <p>Ta có: $\frac{1}{4} = \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2}$.</p> <p>Suy ra $a^2 = 20$, do đó $b^2 = 5$. Vậy phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>8.b (1,0 điểm)</p>	<p>Do $B \in Ox, C \in Oy$ nên tọa độ của B và C có dạng: $B(b; 0; 0)$ và $C(0; c; 0)$.</p> <p>Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra: $G(\frac{b}{3}; \frac{c}{3}; 1)$.</p> <p>Ta có $\overline{AM} = (1; 2; -3)$ nên đường thẳng AM có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{-3}$.</p> <p>Do G thuộc đường thẳng AM nên $\frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{-2}{-3}$. Suy ra $b = 2$ và $c = 4$.</p> <p>Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$, nghĩa là $(P): 6x + 3y + 4z - 12 = 0$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	
<p>9.b (1,0 điểm)</p>	<p>Phương trình bậc hai $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$ có biệt thức $\Delta = 4$.</p> <p>Suy ra phương trình có hai nghiệm: $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ và $z_2 = -1 + \sqrt{3}i$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Dạng lượng giác của z_1 là $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$. Dạng lượng giác của z_2 là $z_2 = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$. 	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	

----- HẾT -----