BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012

Môn: TOÁN; Khối A và khối A1

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.

b) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2}\,\mathrm{d}x$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} - \sqrt{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*): *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\dfrac{11}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.

Câu 8.a (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

Câu 9.a (1,0 *điểm*). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\dfrac{nx^2}{14} - \dfrac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E), biết rằng (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

Câu 8.b (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Câu 9.b (1,0 *điểm*). Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{5(\bar{z} + i)}{z+1} = 2 - i$. Tính môđun của số phức $w = 1 + z + z^2$.

---------- HẾT ----------

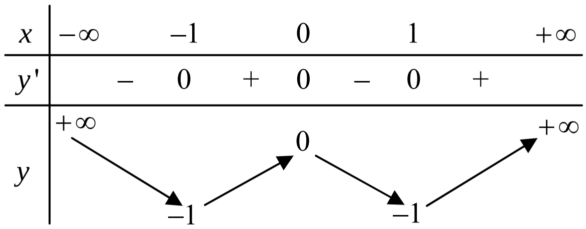
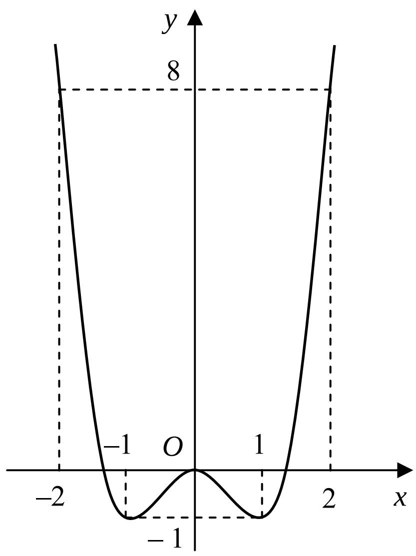
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

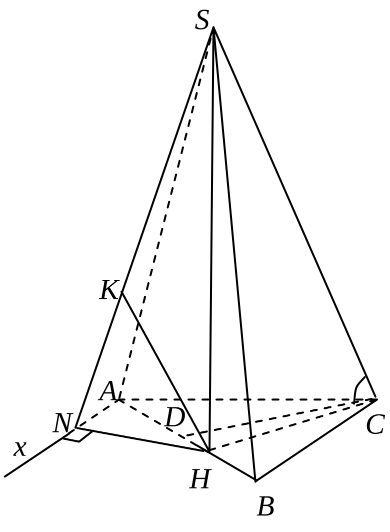
Họ và tên thí sinh:..; Số báo danh: ....

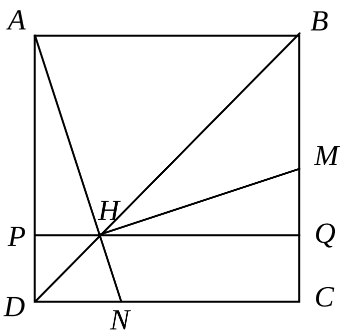
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

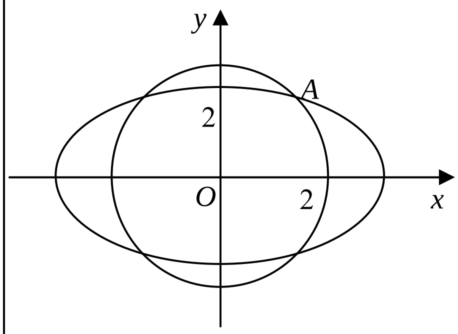
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn: TOÁN; Khối A và khối A1
(Đáp án – thang điểm gồm 04 trang)

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
1 **(2,0 *điểm*)**	**a) (1,0 *điểm*)**	
	Khi $m=0$, ta có: $y = x^4 - 2x^2$. • Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm 1$.	***0,25***
	Các khoảng nghịch biến: $(-\infty;-1)$ và $(0;\,1)$; các khoảng đồng biến: $(-1;\,0)$ và $(1;+\infty)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm1$, $y_{\text{CT}}=-1$; đạt cực đại tại $x=0$, $y_{\text{CĐ}}=0$. – Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.	***0,25***
	– Bảng biến thiên: 	***0,25***
	• Đồ thị: 	***0,25***
	b) (1,0 *điểm*)	
	Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$ (*).	***0,25***
	Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0;\,m^2)$, $B(-\sqrt{m+1};\,-2m-1)$ và $C(\sqrt{m+1};\,-2m-1)$. Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{m+1};\,-(m+1)^2)$ và $\overrightarrow{AC} = (\sqrt{m+1};\,-(m+1)^2)$.	***0,25***
	Ta có $AB = AC$ nên tam giác ABC vuông khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow (m+1)^4 - (m+1) = 0$. Kết hợp (*), ta được giá trị m cần tìm là $m=0$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
2 **(1,0 điểm)**	Phương trình đã cho tương đương với $(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 1)\cos x = 0$.	**0,25**
	• $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.	**0,25**
	• $\sqrt{3}\sin x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{\pi}{3}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x = k2\pi$ hoặc $x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ x = k2\pi$ và $x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.	**0,25**
3 **(1,0 điểm)**	Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} (x-1)^3 - 12(x-1) = (y+1)^3 - 12(y+1) & (1) \\ \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1. & (2) \end{cases}$	**0,25**
	Từ (2), suy ra $-1 \le x - \dfrac{1}{2} \le 1$ và $-1 \le y + \dfrac{1}{2} \le 1 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} \le x - 1 \le \dfrac{1}{2}$ và $-\dfrac{1}{2} \le y + 1 \le \dfrac{3}{2}$. Xét hàm số $f(t) = t^3 - 12t$ trên $\left[-\dfrac{3}{2}; \dfrac{3}{2}\right]$, ta có $f'(t) = 3(t^2 - 4) < 0$, suy ra $f(t)$ nghịch biến.	**0,25**
	Do đó (1) $\Leftrightarrow x - 1 = y + 1 \Leftrightarrow y = x - 2$ (3). Thay vào (2), ta được $\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$ hoặc $x = \dfrac{3}{2}$.	**0,25**
	Thay vào (3), ta được nghiệm của hệ là $(x;\ y) = \left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{3}{2}\right)$ hoặc $(x;\ y) = \left(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{1}{2}\right)$.	**0,25**
4 **(1,0 điểm)**	Đặt $u = 1 + \ln(x+1)$ và $dv = \dfrac{dx}{x^2}$, suy ra $du = \dfrac{dx}{x+1}$ và $v = -\dfrac{1}{x}$.	**0,25**
	$I = -\dfrac{1 + \ln(x+1)}{x}\Bigg\|_1^3 + \displaystyle\int_1^3 \dfrac{dx}{x(x+1)}$	**0,25**
	$= \dfrac{2 + \ln 2}{3} + \displaystyle\int_1^3 \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}\right)dx = \dfrac{2 + \ln 2}{3} + \ln\left\|\dfrac{x}{x+1}\right\|\Bigg\|_1^3$	**0,25**
	$= \dfrac{2}{3} + \ln 3 - \dfrac{2}{3}\ln 2.$	**0,25**
5 **(1,0 điểm)**	 Ta có $\widehat{SCH}$ là góc giữa SC và (ABC), suy ra $\widehat{SCH} = 60^{\circ}$. Gọi D là trung điểm của cạnh AB. Ta có: $HD = \dfrac{a}{6},\ CD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HC = \sqrt{HD^2 + CD^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{3},\ SH = HC.\tan 60^{\circ} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.	**0,25**
	$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{7}}{12}$.	**0,25**
	Kẻ $Ax // BC$. Gọi N và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên Ax và SN. Ta có $BC // (SAN)$ và $BA = \dfrac{3}{2}HA$ nên $d(SA, BC) = d(B, (SAN)) = \dfrac{3}{2}d(H, (SAN))$. Ta cũng có $Ax \perp (SHN)$ nên $Ax \perp HK$. Do đó $HK \perp (SAN)$. Suy ra $d(H, (SAN)) = HK$.	**0,25**
	$AH = \dfrac{2a}{3}, HN = AH\sin 60^{\circ} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}, HK = \dfrac{SH.HN}{\sqrt{SH^2 + HN^2}} = \dfrac{a\sqrt{42}}{12}$. Vậy $d(SA, BC) = \dfrac{a\sqrt{42}}{8}$.	**0,25**

Câu	Đáp án	Điểm
6 **(1,0 điểm)**	Ta chứng minh $3^t \ge t+1, \forall t \ge 0$ (*). Xét hàm $f(t)=3^t-t-1$, có $f'(t)=3^t\ln 3-1>0, \forall t\ge 0$ và $f(0)=0$, suy ra (*) đúng. Áp dụng (*), ta có $3^{\|x-y\|}+3^{\|y-z\|}+3^{\|z-x\|} \ge 3+\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|$.	*0,25*
	Áp dụng bất đẳng thức $\|a\|+\|b\| \ge \|a+b\|$, ta có: $(\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|)^2=\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2+\|x-y\|(\|y-z\|+\|z-x\|)+\|y-z\|(\|z-x\|+\|x-y\|)$ $+\|z-x\|(\|x-y\|+\|y-z\|) \ge 2\left(\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2\right)$.	*0,25*
	Do đó $\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\| \ge \sqrt{2\left(\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2\right)}=\sqrt{6x^2+6y^2+6z^2-2(x+y+z)^2}$. Mà $x+y+z=0$, suy ra $\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\| \ge \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2}$.	*0,25*
	Suy ra $P=3^{\|x-y\|}+3^{\|y-z\|}+3^{\|z-x\|}-\sqrt{6x^2+6y^2+6z^2} \ge 3$. Khi $x=y=z=0$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3.	*0,25*
7.a **(1,0 điểm)**	 Gọi H là giao điểm của AN và BD. Kẻ đường thẳng qua H và song song với AB, cắt AD và BC lần lượt tại P và Q. Đặt $HP = x$. Suy ra $PD = x$, $AP = 3x$ và $HQ = 3x$. Ta có $QC = x$, nên $MQ = x$. Do đó $\Delta AHP = \Delta HMQ$, suy ra $AH \perp HM$.	*0,25*
	Hơn nữa, ta cũng có $AH = HM$. Do đó $AM = \sqrt{2}MH = \sqrt{2}d(M,(AN)) = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.	*0,25*
	$A \in AN$, suy ra $A(t; 2t-3)$. $MA = \dfrac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \left(t-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(2t-\dfrac{7}{2}\right)^2=\dfrac{45}{2}$	*0,25*
	$\Leftrightarrow t^2-5t+4=0 \Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=4$. Vậy: $A(1;-1)$ hoặc $A(4;5)$.	*0,25*
8.a **(1,0 điểm)**	Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{a}=(1;2;1)$. Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $IH \perp AB$. Ta có $H \in d$ nên tọa độ H có dạng $H(t-1;2t;t+2) \Rightarrow \overrightarrow{IH}=(t-1;2t;t-1)$.	*0,25*
	$IH \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \Leftrightarrow t-1+4t+t-1=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IH}=\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.	*0,25*
	Tam giác IAH vuông cân tại H, suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{2}IH=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.	*0,25*
	Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=\dfrac{8}{3}$.	*0,25*
9.a **(1,0 điểm)**	$5C_n^{n-1}=C_n^3 \Leftrightarrow 5n=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$	*0,25*
	$\Leftrightarrow n=7$ (vì n nguyên dương).	*0,25*
	Khi đó $\left(\dfrac{nx^2}{14}-\dfrac{1}{x}\right)^n=\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{x}\right)^7=\sum\limits_{k=0}^{7}C_7^k\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^{7-k}\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{7}\dfrac{(-1)^kC_7^k}{2^{7-k}}x^{14-3k}$.	*0,25*
	Số hạng chứa x^5 tương ứng với $14-3k=5 \Leftrightarrow k=3$. Do đó số hạng cần tìm là $\dfrac{(-1)^3.C_7^3}{2^4}x^5=-\dfrac{35}{16}x^5$.	*0,25*

Câu	Đáp án	Điểm
7.b **(1,0 *điểm*)**	 Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$ với $a>b>0$ và $2a=8$. Suy ra $a=4$.	***0,25***
	Do (E) và (C) cùng nhận Ox và Oy làm trục đối xứng và các giao điểm là các đỉnh của một hình vuông nên (E) và (C) có một giao điểm với tọa độ dạng $A(t;\, t),\, t>0$.	***0,25***
	$A\in(C) \Leftrightarrow t^2+t^2=8,$ suy ra $t=2$.	***0,25***
	$A(2;2)\in(E) \Leftrightarrow \frac{4}{16}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=\frac{16}{3}$. Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{\frac{16}{3}}=1.$	***0,25***
8.b **(1,0 *điểm*)**	M thuộc d, suy ra tọa độ của M có dạng $M(2t-1;\, t;\, t+2)$.	***0,25***
	MN nhận A là trung điểm, suy ra $N(3-2t;\, -2-t;\, 2-t)$.	***0,25***
	$N\in(P) \Leftrightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2,$ suy ra $M(3;\, 2;\, 4)$.	***0,25***
	Đường thẳng Δ đi qua A và M có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$.	***0,25***
9.b **(1,0 *điểm*)**	Đặt $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R}),\, z\neq -1$. Ta có $\frac{5(\overline{z}+i)}{z+1}=2-i \Leftrightarrow (3a-b-2)+(a-7b+6)i=0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \begin{cases}3a-b-2=0\\ a-7b+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=1.\end{cases}$	***0,25***
	Do đó $z=1+i$. Suy ra $w=1+z+z^2=1+1+i+(1+i)^2=2+3i$.	***0,25***
	Vậy $\lvert w\rvert=\lvert 2+3i\rvert=\sqrt{13}$.	***0,25***

------------- **HẾT** -------------