SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

DIỄN ĐÀN GIÁO VIÊN TOÁN

KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 12/06/2020
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I=(-1;-2;1)$; $R=4$. **B.** $I=(1;2;-1)$; $R=2$.
C. $I=(1;2;-1)$; $R=4$. **D.** $I=(-1;-2;1)$; $R=2$.

Câu 2. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.
C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

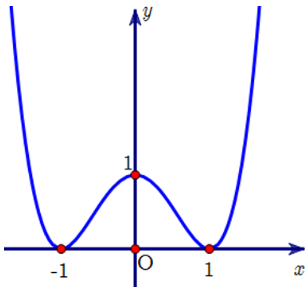
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}-\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}-\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5+8i$ là điểm nào dưới đây?
A. $M(-5;-8)$. **B.** $N(-5;8)$. **C.** $P(5;8)$. **D.** $Q(5;-8)$.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=-3+6i$. Khi đó số phức z_1+z_2 bằng
A. $1-9i$. **B.** $-1-9i$. **C.** $1+3i$. **D.** $-1+3i$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=2^x$ là:
A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}^*$.

Câu 8. Biết $y=\log_2 x$. Khi đó:
A. $y=2^x$. **B.** $x=2^y$. **C.** $x=2y$. **D.** $x=y^2$.

Câu 9. Số phức liên hợp của $z=5+4i$ là

A. $\overline{z} = -5-4i$. **B.** $\overline{z} = 4-5i$. **C.** $\overline{z} = 5-4i$. **D.** $\overline{z} = 4+5i$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 2+2i$ và $z_2 = 2-i$. Môđun của số phức $w = z_2 - iz_1$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_1^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^4 f(x)dx$ bằng:

A. 7. **B.** 3. **C.** 10. **D.** -3.

Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. $8\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

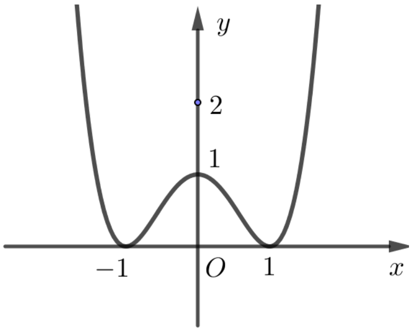
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-1}{1}$. Véctơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(2;-3;1)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(-2;-3;1)$. **D.** $(-3;0;1)$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -18.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 16. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm 6 học sinh thành một hàng ngang ?

A. 36. **B.** 120. **C.** 720. **D.** 25.

Câu 17. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

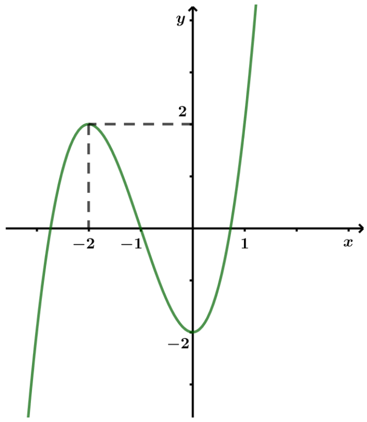
A. 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + 2020$ là

A. $4x^3 + 2020x + C$. **B.** $\dfrac{x^5}{5} + 2020x + C$.

C. $4x^3 + C$. **D.** $\dfrac{x^5}{5} + C$.

Câu 19. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $H(4;2;3)$ có phương trình là

A. $z - 3 = 0$. **B.** $3x + 4y + 3z - 29 = 0$. **C.** $3x - 4y - 11 = 0$. **D.** $3x + 4y - 20 = 0$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(-6;2;0)$. **B.** $C(4;2;-1)$

C. $C(-12;0;8)$ **D.** $C(3;-1;-5)$

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{4}$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(x+2) > 0$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = 3a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;0;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + 2y + 2z + 11 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z - 14 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. **D.** $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. $\min\limits_{[0;3]} y = -1$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y = 1$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y = \frac{1}{2}$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y = -3$.

Câu 28. Biết $\log_2 x = 6\log_4 a - 3\log_2 \sqrt[3]{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$ với a, b, c là các số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x=\frac{a^3}{bc}$.   **B.** $x=a^3-b+c$.   **C.** $x=\frac{a^3c}{b}$.   **D.** $x=\frac{a^3c}{b^2}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD, AB=a\sqrt{2}, SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$.   **B.** $45°$.   **C.** $60°$.   **D.** $90°$.

Câu 30. Xét $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x\ln x}dx$, nếu đặt $t=\ln x$ thì $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x\ln x}dx$ bằng

A. $\int_{-1}^{1}dt$.   **B.** $\int_{-1}^{1}\frac{1}{t^2}dt$.   **C.** $\int_{-1}^{1}\frac{1}{t}dt$.   **D.** $\int_{-1}^{1}tdt$.

Câu 31. Các số thực x,y thỏa mãn $(2-3i)x+(2+3y)i=2+2i$ là

A. $x=1; y=-1$.   **B.** $x=1; y=1$.   **C.** $x=-1; y=1$.   **D.** $x=-1; y=-1$.

Câu 32. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+5$ có hai điểm cực trị là

A. $m\ge 3$.   **B.** $m<3$.   **C.** $m>3$.   **D.** $m\le 3$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=5, AB=3, BC=4$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.   **B.** $\frac{5}{2}$.   **C.** 5.   **D.** $5\sqrt{2}$.

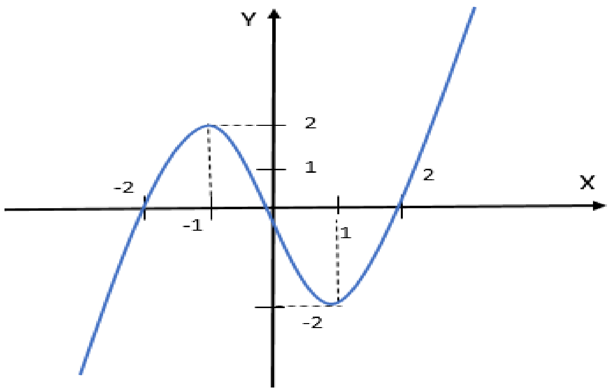
Câu 34. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ và trục hoành là

A. 1.   **B.** 3.   **C.** 2.   **D.** 0.

Câu 35. Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r bằng.

A. $S_{xq}=\pi rl$.   **B.** $S_{xq}=2\pi rh$.   **C.** $S_{xq}=2\pi r^3h$.   **D.** $S_{xq}=\pi rh$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?.



A. 3.   **B.** 1.   **C.** 5.   **D.** 2.

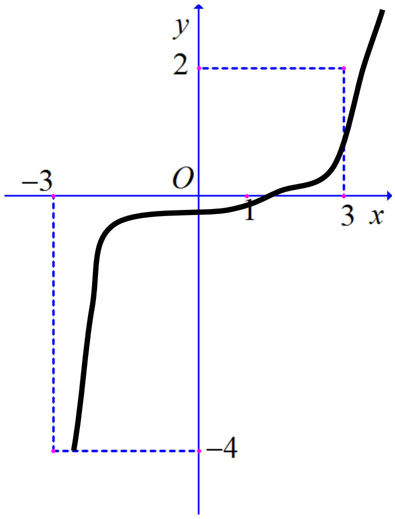
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$, đáy là hình vuông. Gọi M là trung điểm của AD và góc giữa (SBM) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.   **B.** $a\sqrt{2}$.   **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.   **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Một ô tô đang đứng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t)=6-3t\,(m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là

A. $10(m)$.   **B.** $6(m)$.   **C.** $12(m)$.   **D.** $8(m)$.

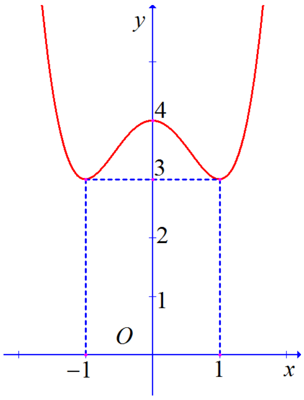
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$.



Khi đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;3]$ tại

A. $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c\left(a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a > 0; b < 0; c > 0$.

Câu 41. Cho phương trình $\log_3\left(3x^2 - 6x + 6\right) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$. Hỏi có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ và $0 < x < 2020$; $y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn phương trình đã cho?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 42. Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác vuông cân và có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 43. Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{8}{89}$. **B.** $\dfrac{11}{171}$. **C.** $\dfrac{769}{2450}$. **D.** $\dfrac{409}{1225}$.

Câu 44. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $x(t) = x(0).2^t$, trong đó $x(0)$ là số lượng vi khuẩn X ban đầu, $x(t)$ là số lượng vi khuẩn X sau t (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn X là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 5 triệu con?

A. 7 phút. **B.** 6 phút. **C.** 5 phút. **D.** 8 phút.

Câu 45. Cho $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x\right)=f\left(2020-x\right)$ và $\int_3^{2017} f\left(x\right)dx=4$. Khi đó $\int_3^{2017} xf\left(x\right)dx$ bằng

A. 16160. **B.** 4040. **C.** 2020. **D.** 8080.

Câu 46. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{9}{4}\right)^x-2\left(\frac{3}{2}\right)^x+1>0$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **C.** $\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 47. Cho hình trụ có O,O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A,B cùng thuộc $\left(O\right)$ và C,D cùng thuộc $\left(O'\right)$ sao cho $AB=a\sqrt{3}$, $BC=2a$ đồng thời $\left(ABCD\right)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc $60°$. Thể tích khối trụ bằng

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 48. Khối chóp có đáy là hình bình hành, một cạnh đáy bằng a và các cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là

A. $2\sqrt{6}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\frac{7a^3}{12}$.

Câu 49. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên $[1;5]$ là

A. $\frac{1}{2}<m<2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\le\frac{1}{2}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 50. Cho các số thực $x,y\ge 1$ và thỏa mãn điều kiện $xy\le 4$. Biểu thức $P=\log_{4x}8x-\log_{2y^2}\frac{y^2}{2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=x_0, y=y_0$. Đặt $T=x_0^4+y_0^4$ mệnh đề nào sau đây đúng

A. $T=131$. **B.** $T=132$. **C.** $T=129$. **D.** $T=130$.

------------- HẾT -------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	C	D	A	B	B	C	C	A	C	A	C	A	C	A	B	A	D	C	B	A	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	C	C	C	B	B	A	C	A	C	A	D	A	D	D	B	D	C	B	B	A	D	C	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I=(-1;-2;1)$; $R=4$. **B.** $I=(1;2;-1)$; $R=2$.

C. $I=(1;2;-1)$; $R=4$. **D.** $I=(-1;-2;1)$; $R=2$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ tâm $I=(1;2;-1)$;

Bán kính $R=2$.

Câu 2. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có $a.b=-1.2<0$ nên đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị suy ra loại câu A,C.

Mà hệ số $a=-1<0$ nên suy ra đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}-\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}-\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;3)$ là:

$\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5+8i$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(-5;-8)$. **B.** $N(-5;8)$. **C.** $P(5;8)$. **D.** $Q(5;-8)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn số phức $z=5+8i$ là điểm $P(5;8)$.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=-3+6i$. Khi đó số phức z_1+z_2 bằng

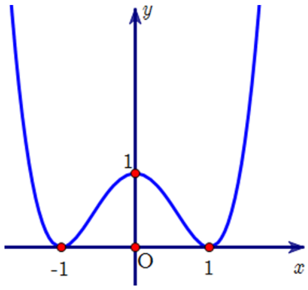
A. $1-9i$. **B.** $-1-9i$. **C.** $1+3i$. **D.** $-1+3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 + z_2 = (2-3i) + (-3+6i) = -1+3i$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=2^x$ là:

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}^*$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số mũ $y=2^x$ luôn xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 8. Biết $y=\log_2 x$. Khi đó:

A. $y=2^x$. **B.** $x=2^y$. **C.** $x=2y$. **D.** $x=y^2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $y=\log_2 x \Leftrightarrow x=2^y$.

Câu 9. Số phức liên hợp của $z=5+4i$ là

A. $\overline{z}=-5-4i$. **B.** $\overline{z}=4-5i$. **C.** $\overline{z}=5-4i$. **D.** $\overline{z}=4+5i$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức của số phức liên hợp ta có $\overline{z}=5-4i$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=2+2i$ và $z_2=2-i$. Môđun của số phức $w=z_2-iz_1$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

$w=z_2-iz_1=(2-i)-i(2+2i)=2-i-2i+2=4-3i \Rightarrow |w|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Câu 11. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$, $\int_1^4 f(x)dx=5$ thì $\int_0^4 f(x)dx$ bằng:

A. 7. **B.** 3. **C.** 10. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = 2 + 5 = 7$.

Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. $8\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng: $2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi a^2 + 2\pi a.2a = 6\pi a^2$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$. Véctơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(2;-3;1)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(-2;-3;1)$. **D.** $(-3;0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng

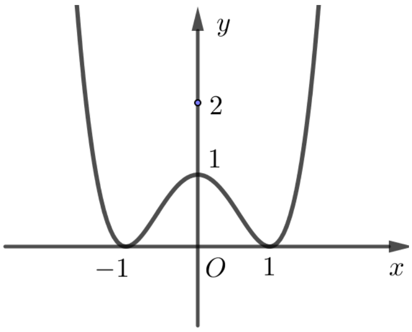
A. 6. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -18.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2 = u_1.q = -2.3 = -6$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$; $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



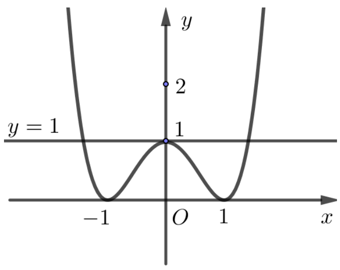
Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 1$ ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 16. Có bao nhiêu cách xếp một nhóm 6 học sinh thành một hàng ngang ?

A. 36. **B.** 120. **C.** 720. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Mỗi các xếp 6 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy có $6! = 720$ cách.

Câu 17. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = B.h = 6.2 = 12$ (đvdt)

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + 2020$ là

A. $4x^3 + 2020x + C$. **B.** $\dfrac{x^5}{5} + 2020x + C$.

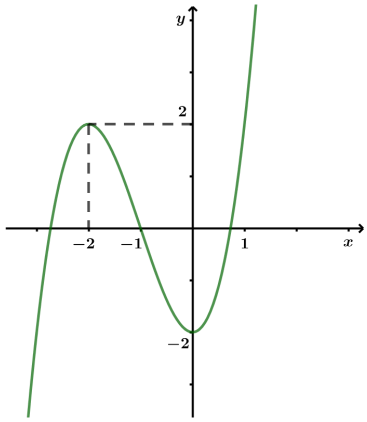
C. $4x^3 + C$. **D.** $\dfrac{x^5}{5} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int (x^4 + 2020)dx = \dfrac{x^5}{5} + 2020x + C$.

Câu 19. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát hình dáng đồ thị ta thấy hàm số là hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$ nên loại phương án C và D.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;2)$ nên loại phương án B.

Vậy phương án A đúng.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $H(4;2;3)$ có phương trình là

A. $z - 3 = 0$. **B.** $3x + 4y + 3z - 29 = 0$. **C.** $3x - 4y - 11 = 0$. **D.** $3x + 4y - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ có tâm $I(1;-2;3)$.

Ta có $\overrightarrow{IH} = (3;4;0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $H(4;2;3)$ nên mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(4;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{IH}$ là VTPT . Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng :

$3(x-4)+4(y-2)+0(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-20=0$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3;1;4)$ và $A(1;0;-1)$, $B(2;3;5)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(-6;2;0)$. **B.** $C(4;2;-1)$

C. $C(-12;0;8)$ **D.** $C(3;-1;-5)$

Lời giải

Chọn C

Gọi $C(x;y;z)$.

Do $G(-3;1;4)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} -3=\dfrac{1+2+x}{3} \\ 1=\dfrac{0+3+y}{3} \\ 4=\dfrac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-12 \\ y=0 \\ z=8 \end{cases}$ hay $C(-12;0;8)$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=\dfrac{1}{4}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x-1}=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x-1}=2^{-2} \Leftrightarrow x-1=-2 \Leftrightarrow x=-1$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(x+2)>0$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

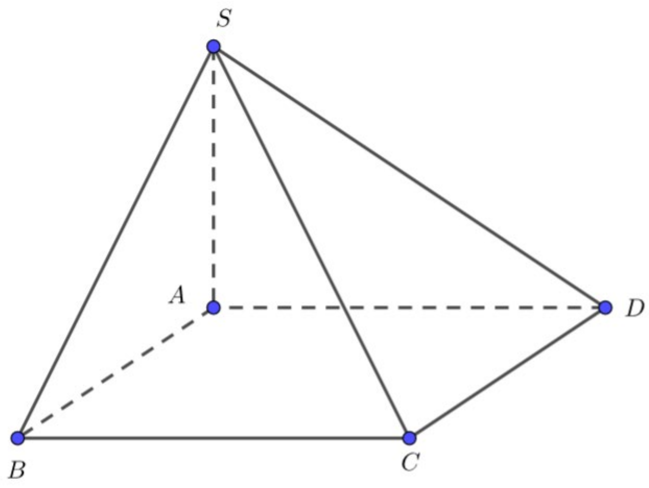
Do $\dfrac{\pi}{3}>1$ nên bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(x+2)>0 \Leftrightarrow x+2>1 \Leftrightarrow x>-1$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA=3a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn A



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$.

+ Có $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{2}$

Suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

+ Có $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x - 2}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x - 2}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} = +\infty$

+ Có $\lim\limits_{x \to 1} y = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x - 2}{2\left(x - \frac{1}{2}\right)} = -1$

Suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;0;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + 2y + 2z + 11 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z - 14 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. **D.** $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Do (P) vuông góc với đường thẳng AB suy ra mp (P) có vectơ pháp tuyến là:
$\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$.

+ Mà (P) qua A suy ra mp (P): $1(x-1)-2(y-2)+2(z-3)=0$

$$\Leftrightarrow x-2y+2z-3=0.$$

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. $\min\limits_{[0;3]} y=-1$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=1$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in[0;3]$.

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $[0;3]$.

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ tại $x=0$.

Vậy $\min\limits_{[0;3]} y=y(0)=-1$.

Câu 28. Biết $\log_2 x=6\log_4 a-3\log_2\sqrt[3]{b}-\log_{\frac{1}{2}} c$ với a,b,c là các số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x=\dfrac{a^3}{bc}$. **B.** $x=a^3-b+c$. **C.** $x=\dfrac{a^3c}{b}$. **D.** $x=\dfrac{a^3c}{b^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x=6\log_4 a-3\log_2\sqrt[3]{b}-\log_{\frac{1}{2}} c$

$$=\log_2 a^3-\log_2 b+\log_2 c=\log_2\frac{a^3c}{b}$$

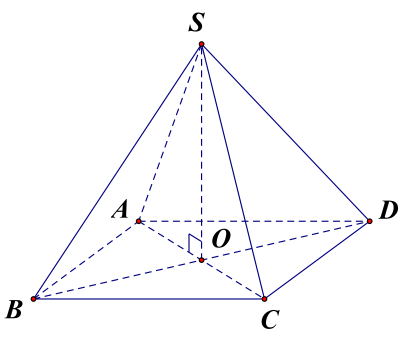
$\Rightarrow x=\dfrac{a^3c}{b}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD, AB=a\sqrt{2}, SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn C



+ Gọi $O=AC\cap BD$

+ Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO\perp(ABCD)$.

$\Rightarrow OA$ là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$\Rightarrow\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right)=\widehat{SAO}$.

+ ΔSAO vuông tại O có $OA=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{2a}{2}=a,\ SA=2a$

$\cos\widehat{SAO}=\dfrac{OA}{SA}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SAO}=60^\circ$.

Vậy $\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right)=\widehat{SAO}=60^\circ$.

Câu 30. Xét $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x$, nếu đặt $t=\ln x$ thì $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\displaystyle\int_{-1}^{1}\mathrm{d}t$. **B.** $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t$. **C.** $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{1}{t}\mathrm{d}t$. **D.** $\displaystyle\int_{-1}^{1}t\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\ln x\Rightarrow\mathrm{d}t=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=\dfrac{1}{e}\Rightarrow t=-1$

$x=e\Rightarrow t=1$

Do đó, $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\frac{1}{t}\mathrm{d}t$.

Câu 31. Các số thực x,y thỏa mãn $(2-3i)x+(2+3y)i=2+2i$ là

A. $x=1;y=-1$. **B.** $x=1;y=1$. **C.** $x=-1;y=1$. **D.** $x=-1;y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(2-3i)x+(2+3y)i=2+2i$

$\Leftrightarrow 2x+(2+3y-3x)i=2+2i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x=2\\-3x+3y+2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$.

Vậy $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$.

Câu 32. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+5$ có hai điểm cực trị là

A. $m\ge 3$. **B.** $m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $m\le 3$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $y'=3x^2-6x+m$, ta có $\Delta'=9-3m$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'>0$

$\Leftrightarrow 9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

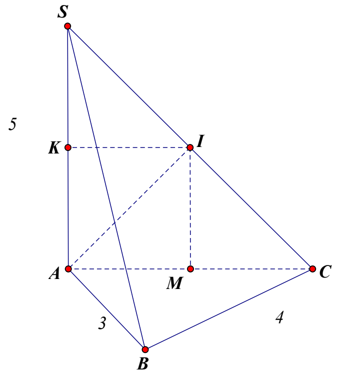
Vậy $m<3$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=5$, $AB=3$, $BC=4$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm AC suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Qua M dựng đường thẳng d song song với SA cắt SC tại I suy ra I là trung điểm SC và $MI \perp (ABC)$ tại M.

Vì $MA=MB=MC$ nên suy ra $IA=IB=IC$ (*).

Mặt khác ta có AI là đường trung tuyến trong tam giác SAC vuông tại A. Suy ra $IA=IS$ (**)

Từ (*) và (**) ta có $IA=IB=IC=IS$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vậy $R=IA=\sqrt{IM^2+AM^2}=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+\left(\frac{AC}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3^2+4^2}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $2x^3-3x^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm là 2.

Câu 35. Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r bằng.

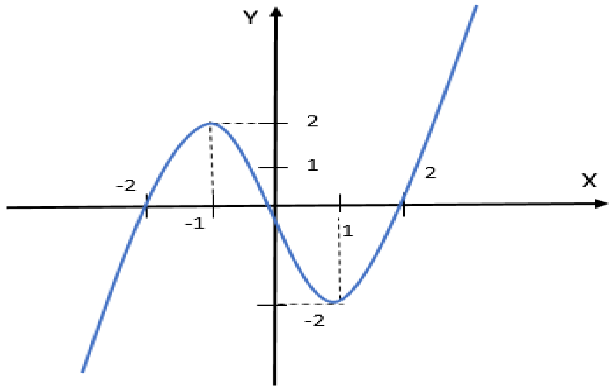
A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rh$. **C.** $S_{xq}=2\pi r^3h$. **D.** $S_{xq}=\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?.



A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x) = 2x.f'(x^2 - 2)$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x.f'(x^2-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 0 \\ f'(x^2-2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right. .$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	-	0	$+$	

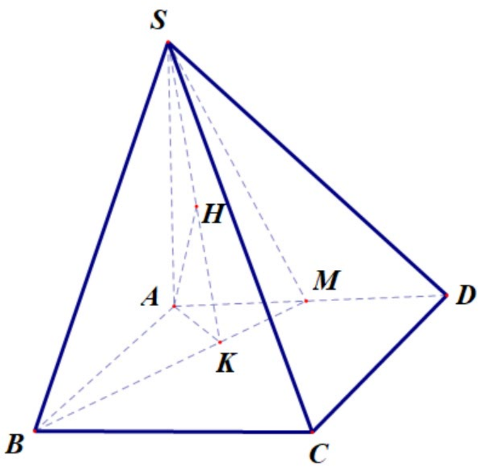
Do $g'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua 5 điểm nên hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$, đáy là hình vuông. Gọi M là trung điểm của AD và góc giữa (SBM) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là hình chiếu của A trên BM. Gọi H là hình chiếu của A trên SK.

Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BM$.

$\Rightarrow SA \perp BM$ nên góc giữa (SBM) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SKA} = 45°$.

$\Rightarrow \Delta SAK$ vuông cân tại A có $SA = a \Rightarrow SK = a\sqrt{2}$.

Ta có: $SA \perp BM$, $AK \perp BM \Rightarrow (SAK) \perp BM \Rightarrow AH \perp BM \Rightarrow AH \perp (SBM)$.

Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng:

$$d(D,(SBM)) = d(A,(SBM)) = AH = \frac{SK}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 38. Một ô tô đang đứng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 3t\,(m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là

A. $10(m)$. **B.** $6(m)$. **C.** $12(m)$. **D.** $8(m)$.

Lời giải

Chọn D

$v(t) = \int a(t)dt = \int (6-3t)dt = 6t - \frac{3}{2}t^2 + C$.

Khi $t = 0$ thì $v = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v(t) = 6t - \frac{3}{2}t^2$.

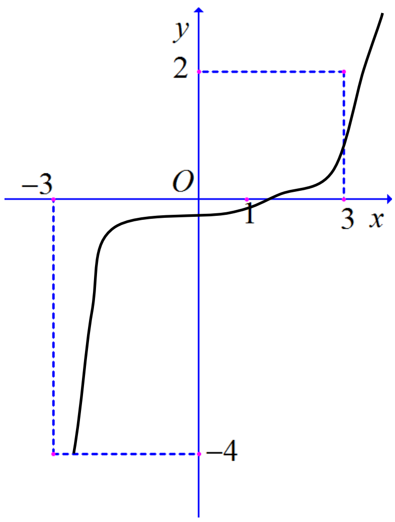
$v'(t) = 6 - 3t, \quad v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

t	$-\infty$		2		$+\infty$
v'		$+$	0	$-$	
v	$-\infty$	$\nearrow$	v_{max}	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó:

$$S(t) = \int_0^2 (6t - \frac{3}{2}t^2)dt = 8.$$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$.



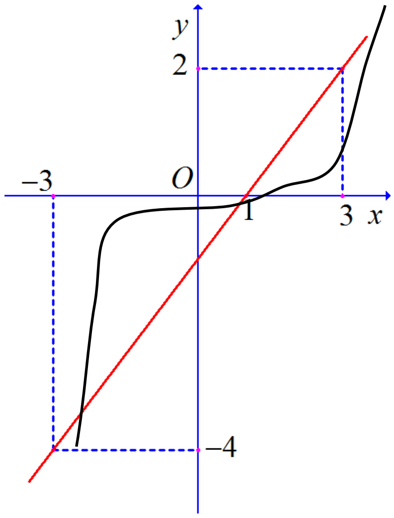
Khi đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;3]$ tại

A. $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = 2\left(f'(x) - (x-1)\right)$. Vẽ đồ thị hàm số $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



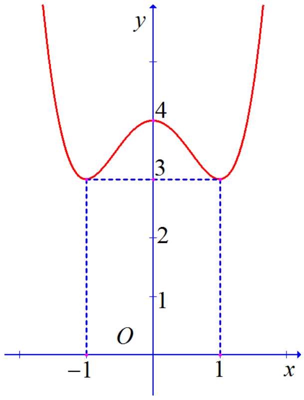
Dựa vào đồ thị ta thấy

+ $\int_{-3}^{1} g'(x)\mathrm{d}x > 0 \Rightarrow g(1) > g(-3); \int_{1}^{3} g'(x)\mathrm{d}x < 0 \Rightarrow g(1) > g(3)$. Do đó $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;3]$ tại $x = 3$ hoặc $x = -3$.

+ Phần hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x); y = x-1; x = -3; x = 1$ có diện tích lớn hơn phần hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x); y = x-1; x = 1; x = 3$ nên $\int_{-3}^{1} |g'(x)|\mathrm{d}x > \int_{1}^{3} |g'(x)|\mathrm{d}x \Rightarrow g(3) > g(-3)$.

Vậy $y = g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;3]$ tại $x = -3$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c\,(a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a > 0; b < 0; c > 0$.

Lời giải.

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} = +\infty$ suy ra $a > 0$. Ta loại các phương án A,B,C.

Với phương án D, ta thấy phù hợp với đồ thị hàm số có giao điểm với trục tung nằm trên trục hoành ($c > 0$) và đồ thị có 3 điểm cực trị ($ab < 0$).

Câu 41. Cho phương trình $\log_3(3x^2 - 6x + 6) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$. Hỏi có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ và $0 < x < 2020$; $y \in \mathbb{N}$ thỏa mãn phương trình đã cho?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$\log_3(3x^2 - 6x + 6) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow \log_3 3(x^2 - 2x + 2) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$.

$\Leftrightarrow 1 + \log_3(x^2 - 2x + 2) = 3^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 1$.

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+2\right)+\left(x^2-2x+2\right)=3^{y^2}+y^2$ (1) .

Đặt $\log_3\left(x^2-2x+2\right)=z \Rightarrow x^2-2x+2=3^z$ thì (1) trở thành:

$\Leftrightarrow 3^z+z=3^{y^2}+y^2$ (2) .

Xét hàm số $f(t)=3^t+t \Rightarrow f'(t)=3^t\ln 3+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(2) $\Leftrightarrow f(z)=f\left(y^2\right) \Leftrightarrow z=y^2$.

Thay trở lại cách đặt ta có: $\log_3\left(x^2-2x+2\right)=y^2 \Leftrightarrow x^2-2x+2=3^{y^2}$.

Xét hàm số: $g(x)=x^2-2x+2,\ x\in(0;2020) \Rightarrow g'(x)=2x-2$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		2020
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	4076362

Suy ra:

$\Leftrightarrow 1\le g(x)<4076362 \Leftrightarrow 1\le 3^{y^2}<4076362 \Leftrightarrow 0\le y^2<\log_3 4076362$.

Do $y\in\mathbb{N} \Rightarrow 0\le y<\sqrt{\log_3 4076362}\approx 3,7 \Rightarrow y\in\{0;1;2;3\}$.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} g(x)=1 \\ g(x)=3 \\ g(x)=3^4 \\ g(x)=3^9 \end{array}\right. .$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ ta thấy mỗi phương trình trên có một nghiệm $0<x<2020$.

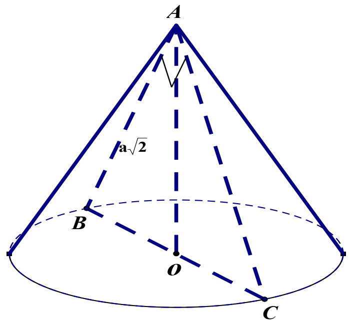
Vậy có 4 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 42. Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác vuông cân và có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện là tam giác vuông cân ABC.

Bán kính đáy của khối nón: $r=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}=a$.

Chiều cao của khối nón: $h=OA=OB=r=a$.

Thể tích của khối nón: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 43. Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{8}{89}$. **B.** $\dfrac{11}{171}$. **C.** $\dfrac{769}{2450}$. **D.** $\dfrac{409}{1225}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử rút ngẫu nhiên 3 thẻ.

Ta có: $n(\Omega)=C_{50}^3=19600$.

Gọi A là biến cố "tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3".

50 thẻ được chia thành 3 loại gồm:

+ 16 thẻ có số chia hết cho 3 là $\{3;6;...;48\}$.

+ 17 thẻ có số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;...;49\}$.

+ 17 thẻ có số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;...;50\}$.

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 3 thẻ được chọn cùng một loại có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.

TH2: 3 thẻ được chọn mỗi loại 1 thẻ có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Do đó $n(A)=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$.

Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng: $P(A)=\dfrac{n(\Omega)}{n(A)}=\dfrac{6544}{19600}=\dfrac{409}{1225}$.

Câu 44. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $x(t)=x(0).2^t$, trong đó $x(0)$ là số lượng vi khuẩn X ban đầu, $x(t)$ là số lượng vi khuẩn X sau t (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn X là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 5 triệu con?

A. 7 phút. **B.** 6 phút. **C.** 5 phút. **D.** 8 phút.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x(2)=625000 \Leftrightarrow x(0).2^2=625000 \Leftrightarrow x(0)=156250$.

$x(t)=x(0).2^t \Leftrightarrow 5000000=156250.2^t \Leftrightarrow 2^t=32 \Leftrightarrow t=5$.

Vậy sau 5 phút kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn X là 5 triệu con.

Câu 45. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)=f(2020-x)$ và $\int\limits_3^{2017} f(x)dx=4$. Khi đó $\int\limits_3^{2017} xf(x)dx$ bằng

A. 16160. **B.** 4040. **C.** 2020. **D.** 8080.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u = 2020 - x \Rightarrow x = 2020 - u$. Ta có $dx = -du$.

Với $x = 3$ thì $u = 2017$.

Với $x = 2017$ thì $u = 3$.

Khiđó $\int\limits_3^{2017} xf(x)dx = \int\limits_3^{2017} (2020-u)f(2020-u)du = \int\limits_3^{2017} (2020-x)f(x)dx$

Suy ra $2\int\limits_3^{2017} xf(x)dx = \int\limits_3^{2017} 2020f(x)dx = 8080$. Do đó $\int\limits_3^{2017} xf(x)dx = 4040$.

Câu 46. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0 \Leftrightarrow \left(\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1\right)^2 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0.$

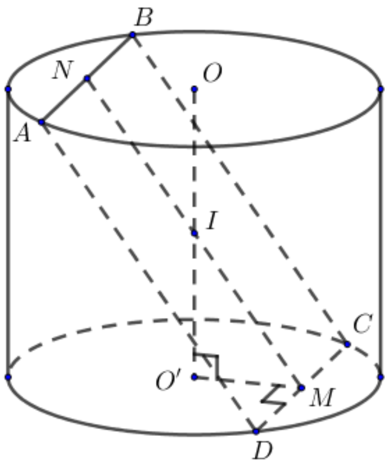
Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 2\left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 > 0$ là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 47. Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc $60°$. Thể tích khối trụ bằng

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB và I là trung điểm của OO'.

Suy ra góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng đáy là $\widehat{IMO'} = 60°$.

Ta có $IM = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}BC = a$.

Xét $\Delta IO'M$ vuông tại O, ta có $IO' = IM.\sin\widehat{IMO'} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = OO' = 2IO' = a\sqrt{3}$;

$O'M = IM.\cos \widehat{IMO'} = \dfrac{a}{2}$.

Xét $\Delta O'MD$ vuông tại M, có $O'M = \dfrac{a}{2}, MD = \dfrac{1}{2}CD = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow r = O'D = \sqrt{O'M^2 + MD^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Rightarrow r = a$.

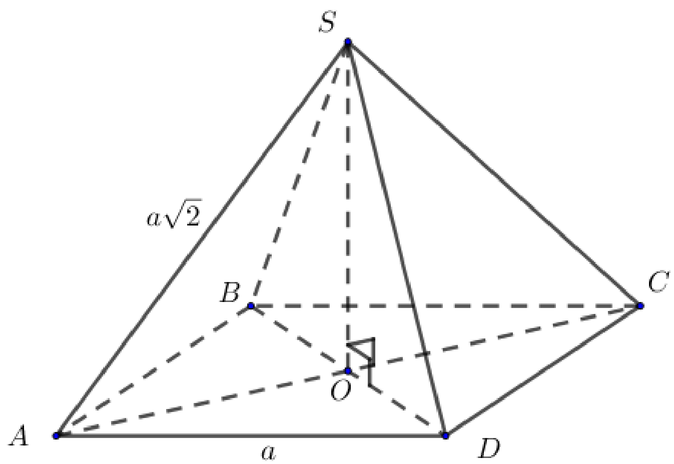
Vậy $V = \pi r^2 h = \pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 48. Khối chóp có đáy là hình bình hành, một cạnh đáy bằng a và các cạnh bên đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là

A. $2\sqrt{6}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{7a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $AC \cap BD = O$.

Ta có $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình bình hành $ABCD$

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật.

Không mất tính tổng quát, giả sử $AD = a$ và đặt $AB = x, (x > 0) \Rightarrow OA = \dfrac{1}{2}\sqrt{x^2 + a^2}$.

Xét ΔSOA vuông tại O, ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{2a^2 - \dfrac{x^2 + a^2}{4}} \Leftrightarrow SO = \dfrac{1}{2}\sqrt{7a^2 - x^2}$.

Lại có $S_{ABCD} = a.x$ nên $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{6}a.x.\sqrt{7a^2 - x^2} \overset{AM-GM}{\leq} \dfrac{a}{6}.\dfrac{x^2 + (7a^2 - x^2)}{2} = \dfrac{7a^3}{12}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho là $\dfrac{7a^3}{12}$.

Câu 49. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên $[1;5]$ là

A. $\frac{1}{2} < m < 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \le \frac{1}{2}$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

Hàm số đồng biến trên $[1;5]$ $\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - 4m \ge 0, \forall x \in [1;5]$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x}{2(x+2)} \ge m, \forall x \in [1;5] \text{ (1).}$$

Xét $f(x) = \frac{x^2+2x}{2(x+2)} = \frac{x}{2}, \forall x \in [1;5]$. Ta có $\min\limits_{[1;5]} f(x) = \frac{1}{2}$.

$m \le f(x)\ \forall x \in [1;5] \Leftrightarrow m \le \min\limits_{[1;5]} f(x) \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}$.

Câu 50. Cho các số thực $x, y \ge 1$ và thỏa mãn điều kiện $xy \le 4$. Biểu thức $P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = x_0, y = y_0$. Đặt $T = x_0^4 + y_0^4$ mệnh đề nào sau đây đúng

A. $T = 131$. **B.** $T = 132$. **C.** $T = 129$. **D.** $T = 130$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2} = \frac{\log_2 8x}{\log_2 4x} - \frac{\log_2 \frac{y^2}{2}}{\log_2 2y^2} = \frac{3+\log_2 x}{2+\log_2 x} - \frac{2\log_2 y - 1}{2\log_2 y + 1}$.

Đặt $\log_2 x = a$, $\log_2 y = b$ ($a, b \ge 0$), ta được $P = \frac{3+a}{2+a} - \frac{2b-1}{2b+1} = \frac{1}{2+a} + \frac{2}{2b+1}$.

Vì $xy \le 4$ suy ra $\log_2 x + \log_2 y \le 2 \Leftrightarrow a + b \le 2 \Leftrightarrow 0 \le a \le 2 - b$

Suy ra $P = \frac{1}{2+a} + \frac{2}{2b+1} \ge \frac{1}{4-b} + \frac{2}{2b+1}$.

Xét hàm $f(b) = \frac{1}{4-b} + \frac{2}{2b+1}$ trên $[0;2]$,ta có :

$$f'(b) = \frac{1}{(4-b)^2} - \frac{4}{(2b+1)^2}$$

$$f'(b) = 0 \Leftrightarrow (2b+1)^2 - 4(4-b)^2 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{7}{4}.$$

Ta có: $f(0) = \frac{9}{4}, f(2) = \frac{9}{10}, f\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{8}{9}$.

Suy ra trên đoạn $[0;2]$ ta có: $\min P = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{1}{4} \\ \log_2 y = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{1}{4}} \\ y = 2^{\frac{7}{4}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2^{\frac{1}{4}} \\ y_0 = 2^{\frac{7}{4}} \end{cases}$

Vậy $T = x_0^4 + y_0^4 = \left(2^{\frac{1}{4}}\right)^4 + \left(2^{\frac{7}{4}}\right)^4 = 130$.

------------- HẾT -------------