SỞ GD&ĐT THANH HÓA

Trường THPT Nông Cống 2

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN THỨ 2

NĂM HỌC: 2019 - 2020

MÔN: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Mã đề thi 32

Họ, tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

Câu 1: Cho các hàm số $y=\log_2 x$, $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$, $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của hàm số đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{3x^2-x+1}{x+2}$ **A.** -3 **B.** $-\infty$ **C.** 3 **D.** $+\infty$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\sqrt{4+x^3}$ là

A. $\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **B.** $\frac{1}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **C.** $2\sqrt{x^3+4}+C$. **D.** $2\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Câu 4: Cho hàm số $\mathrm{y}=\frac{2\mathrm{x}+1}{\mathrm{x}+1}$. Mệnh đề đúng là

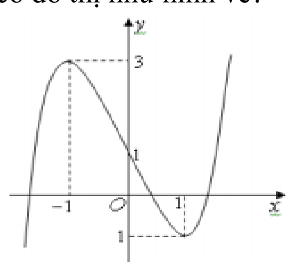
A. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên tập R

Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $\mathrm{y}=-\mathrm{x}^3+3\mathrm{x}+1$ **B.** $\mathrm{y}=\mathrm{x}^3-3\mathrm{x}+1$ **C.** $\mathrm{y}=\mathrm{x}^3+3\mathrm{x}+1$ **D.** $\mathrm{y}=-\mathrm{x}^3-3\mathrm{x}+1$

Câu 6: Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x+\cos x+1=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 7: Biết tổng các hệ số của khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^n$ bằng 1024. Khi đó hệ số của x^6 trong khai triển bằng **A.** 792 **B.** 165 **C.** 210 **D.** 252

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$, góc $\widehat{ASB}=90^0, \widehat{BSC}=60^0, \widehat{ASC}=120^0$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC). **A.** 60^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0

Câu 9: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SA = 2a. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 10: Cho hình trụ có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi là 12cm . Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là: **A.** $64\pi(cm^3)$ **B.** $16\pi(cm^3)$ **C.** $32\pi(cm^3)$ **D.** $8\pi(cm^3)$

Câu 11: Cho đường cong (C) có phương trình $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=2x-1$ **B.** $y=2x+1$ **C.** $y=x-2$ **D.** $y=-2x-1$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\tan x}$ là

A. $D=\left\{k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $D=\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{2x+1}$ là:

A. $\dfrac{1}{2\ln 3}3^{2x+1}+C$ **B.** $\dfrac{1}{\ln 3}3^{2x+1}+C$ **C.** $\dfrac{1}{2}3^{2x+1}+C$ **D.** $\dfrac{1}{2}3^{2x+1}\ln 3+C$

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ không phải là hàm chẵn cũng không phải là hàm lẻ

B. Tập giá trị của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ là $[0;+\infty)$

C. $\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right]'=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

D. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

Câu 15: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 2a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là 60^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2a^3$. **B.** a^3 . **C.** $6a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45^0. Gọi E là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC. **A.** $\dfrac{a\sqrt{38}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{38}}{19}$.

Câu 17: Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối. Tính xác suất để tổng số chấm ở mặt xuất hiện của ba con súc sắc bằng 11. **A.** $\dfrac{7}{54}$ **B.** $\dfrac{1}{9}$ **C.** $\dfrac{1}{8}$ **D.** $\dfrac{13}{108}$

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a, AC=2a, \widehat{BAC}=60^0$ cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $R=\dfrac{a\sqrt{55}}{6}$ **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$ **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$ **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$

Câu 19: Hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y=x^3+1$ tại điểm $M(1;2)$ là

A. $k=3$. **B.** $k=4$. **C.** $k=5$. **D.** $k=12$.

Câu 20: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4-4x^2-4+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt? **A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

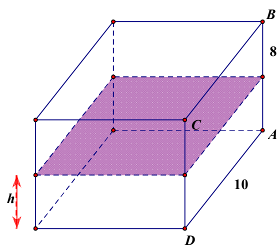
Câu 21: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3)+\log_4(x-5)^2=0$ là

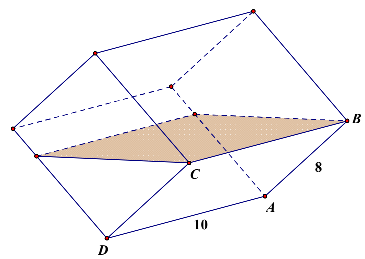
A. $8+\sqrt{2}$. **B.** $8-\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Câu 22: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 64GB với giá 18.790.000đ. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức 18.790.000đ. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng, mỗi tháng tiền phí bảo hiểm 64.500đ/tháng. Hình thức 3 trả trước 30%, số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng, tiền bảo hiểm 75.500đ/tháng. Nếu lãi suất ở hình thức 3 là 1,37%/tháng, thì tổng số tiền hàng tháng khách hàng phải trả là (làm tròn đến 500đ).

A. 1.351.500đ. **B.** 1.276.000đ. **C.** 1.352.000đ. **D.** 1.276.500đ.

Câu 23: Một cái bể cá hình hộp chữ nhật được đặt trên bàn nằm ngang, một mặt bên của bể rộng $10dm$ và cao $8dm$. Khi ta nghiêng bể thì nước trong bể vừa đúng che phủ mặt bên nói trên và chỉ che phủ $\frac{3}{4}$ bề mặt đáy của bể (như hình bên). Hỏi khi ta đặt bể trở lại nằm ngang thì chiều cao h của mực nước là bao nhiêu ?





A. $h=3dm$. **B.** $h=2,5dm$. **C.** $h=3,5dm$. **D.** $h=4dm$.

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy bằng *40cm* và có chiều cao là *40cm*. Một đoạn thẳng *AB* có chiều dài là *80cm* và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách *d* từ đoạn thẳng đó đến trục hình trụ. **A.** $d=40\sqrt{3}\ cm$ **B.** $d=25\ cm$ **C.** $d=20\ cm$ **D.** $d=20\sqrt{3}\ cm$

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn: $x^2f^2(x)+(2x-1)f(x)=x.f'(x)-1$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ đồng thời $f(1)=-2$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$

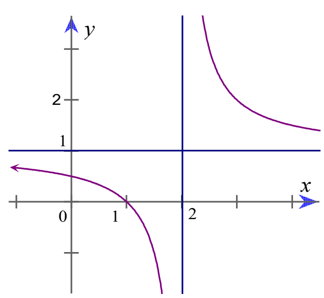
A. $-\ln 2-\frac{1}{2}$ **B.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$ **D.** $-\frac{\ln 2}{2}-1$

Câu 26: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=-6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{25}{4}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{13}{2}$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *2a, SA = a, SA* vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp *S.ABCD* là :**A.** $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 28: Hàm số $y=f(x)$ nào có đồ thị như hình vẽ sau :



A. $y=f(x)=\frac{x+1}{x-2}$ **B.** $y=f(x)=\frac{x-1}{x+2}$ **C.** $y=f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ **D.** $y=f(x)=\frac{x-1}{x-2}$

Câu 29: Cho hình chóp tam giác *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a, SA=2a, SA* vuông góc mp*(ABC)*.Gọi *M* và *N* lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng *SB,SC*. Tính $\dfrac{50V\sqrt{3}}{a^3}$,với V là thể tích khối chóp *ABCNM*.

A. 12 . **B.** 10 . **C.** 11 . **D.** 9 .

Câu 30: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$ **B.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$ **C.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$ **D.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$

Câu 31: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $\mathrm{y}=\dfrac{2\mathrm{x}-4}{\mathrm{x}-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. (C) có đúng 1 tiệm cận đứng **B.** (C) có đúng 1 tâm đối xứng
C. (C) có đúng 1 tiệm cận ngang **D.** (C) có đúng 2 trục đối xứng

Câu 32: Biết $\int\limits_1^2\dfrac{\ln x}{x^2}dx=\dfrac{b}{c}+a\ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a+3b+c$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** -6.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số

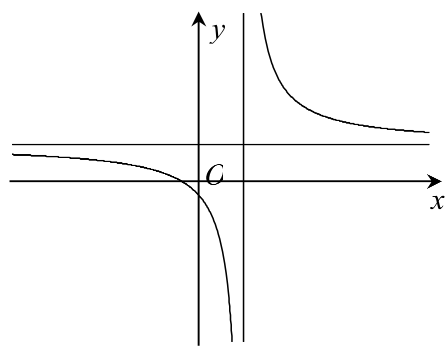
$$y=\frac{\cot^2 x-2m\cot x+2m^2-1}{\cot x-m}\text{ nghịch biến trên }\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$$

A. 2020 **B.** 2019 **C.** 2022 **D.** 2021

Câu 34: Cho tứ diện ABCD, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

A. 12 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 16

Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $ac>0,bd>0$. **B.** $ab<0,cd<0$. **C.** $bc>0,ad<0$. **D.** $bd<0,ad>0$.

Câu 36: Cho bất phương trình $\log_{3a}11+\left(\log_{\frac{1}{7}}\left(\sqrt{x^2+3ax+10}+4\right)\right).\log_{3a}\left(x^2+3ax+12\right)\geq 0$

Giá trị thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(-1;0)$

Câu 37: Tìm điểm cực tiểu của hàm số $\mathrm{y}=\dfrac{1}{3}\mathrm{x}^3-2\mathrm{x}^2+3\mathrm{x}+1$

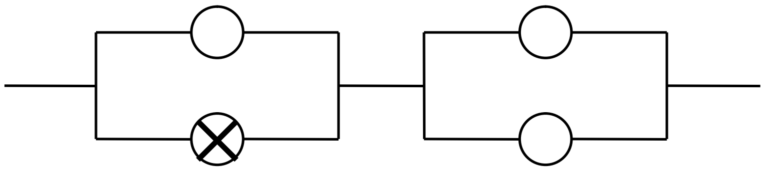
A. $\mathrm{x}=-3$ **B.** $\mathrm{x}=1$ **C.** $\mathrm{x}=-1$ **D.** $\mathrm{x}=3$

Câu 38: Cho hai hàm số f,g liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\limits_a^b kf(x)dx=k\int\limits_a^b f(x)dx$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx=-\int\limits_b^a f(x)dx$.

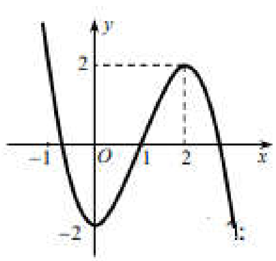
C. $\int_a^b xf(x)dx = x\int_a^b f(x)dx$.　　**D.** $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Câu 39: Cho mạch điện gồm 4 bóng đèn, xác xuất hỏng của mỗi bóng là 0,05. Tính xác suất để khi cho dòng điện chạy qua mạch điện thì mạch điện sáng (có ít nhất một bóng sáng).



A. 0,99750625　　**B.** 0,99500635　　**C.** 0,99750635　　**D.** 0,99500625

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

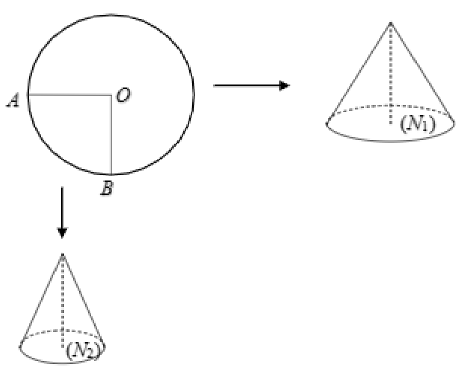


A. $(2;+\infty)$　　**B.** $(0;2)$　　**C.** $(-2;2)$　　**D.** $(-\infty;0)$

Câu 41: Trong không gian, cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, *AB* = 3*a* và *AC* =4*a*. Độ dài đường sinh *l* của hình nón nhận được khi quay tam giác *ABC* xung quanh trục *AC* bằng:

A. $l = 5a$　　***B.*** $l = \sqrt{2}a$　　***C.*** $l = a$　　***D.*** $l = \sqrt{3}a$

Câu 42: Cho một tấm nhôm hình tròn tâm *O* bán kính R được cắt thành hai miếng hình quạt, sau đó quấn thành hai hình nón (N_1) và (N_2). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón (N_1) và (N_2). Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$ biết $AOB = 90^0$.



A. $k = 2$　　**B.** $k = \frac{7\sqrt{105}}{9}$　　**C.** $k = \frac{3\sqrt{105}}{5}$　　**D.** $k = 3$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2020	$\searrow$	-2020	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\text{-}2020\right)+2020\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

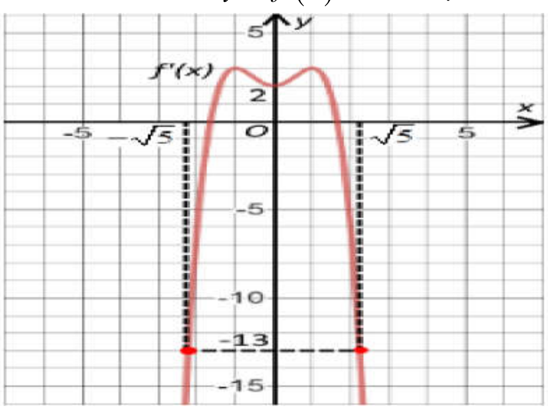
A. 5 . **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3 .

Câu 44: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}$ là: **A.** 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 45: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P=\sqrt[3]{a^5}.\dfrac{1}{\sqrt{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P=a^{\frac{5}{6}}$ **B.** $P=a^{\frac{1}{6}}$ **C.** $P=a^{\frac{7}{6}}$ **D.** $P=a^{\frac{19}{6}}$

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g\left(x\right)=2f\left(x\right)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là số thực. Điều kiện cần và đủ để $g\left(x\right)\le 0\ \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là:

A. $m\ge\dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m\ge\dfrac{2}{3}f\left(0\right)$. **C.** $m\ge\dfrac{2}{3}f\left(-\sqrt{5}\right)$. **D.** $m\le\dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Câu 47: Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $\tan^3 x+\dfrac{1}{\cos^2 x}-3\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=4$.

A. 8 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a,CD=a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa AB và CD bằng $8a$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $2a^3$ **B.** $2\sqrt{3}a^3$ **C.** a^3 **D.** $3a^3$

Câu 49: Trên một bàn bi a có 15 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 15, nếu người chơi đưa được quả bóng nào vào lỗ thì sẽ được số điểm tương ứng với số trên quả bóng đó. Hỏi người chơi có thể đạt được số điểm tối đa là bao nhiêu? **A.** 60 **B.** 120 **C.** 150 **D.** 100

Câu 50: Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ này. **A.** $S=5\pi a^2$ **B.** $S=6\pi a^2$ **C.** $S=2\pi a^2$ **D.** $S=4\pi a^2$

----------- HẾT ----------

CÂU	ĐÁP ÁN	CÂU	ĐÁP ÁN
1	B	26	D
2	B	27	D
3	A	28	D
4	B	29	D
5	B	30	D
6	D	31	D
7	C	32	B
8	C	33	C
9	C	34	B
10	D	35	C
11	A	36	B
12	C	37	D
13	A	38	C
14	A	39	D
15	C	40	B
16	D	41	A
17	C	42	C
18	B	43	D
19	A	44	D
20	C	45	B
21	A	46	A
22	C	47	C
23	A	48	A
24	C	49	B
25	A	50	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.B	5.B	6.D	7.C	8.C	9.C	10.D
11.A	12.B	13.A	14.A	15.C	16.D	17.C	18.B	19.A	20.C
21.A	22.C	23.A	24.C	25.A	26.D	27.D	28.D	29.D	30.D
31.D	32.B	33.C	34.B	35.C	36.B	37.D	38.C	39.D	40.B
41.A	42.C	43.D	44.D	45.B	46.A	47.C	48.A	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 . Cho các hàm số $y=\log_2 x,\ y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x,\ y=\log_{\frac{1}{2}} x,\ y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của hàm số đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

+) Hàm số $y=\log_2 x$ có cơ số $2>1$ suy ra hàm số đồng biến trên tập xác định.

+) Hàm số $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ có cơ số $\frac{e}{\pi}<1$ suy ra hàm số nghịch biến trên tập xác định.

+) Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có cơ số $\frac{1}{2}<1$ suy ra hàm số nghịch biến trên tập xác định.

+) Hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$ có cơ số $\frac{\sqrt{3}}{2}<1$ suy ra hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Câu 2. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{3x^2-x+1}{x+2}$

A. -3. **B.** $-\infty$. **C.** 3. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} 3x^2-x+1=15;\ \lim\limits_{x\to(-2)^-} x+2=0;$ Khi $x\to(-2)^-$ ta có $x+2<0$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{3x^2-x+1}{x+2}=-\infty$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\sqrt{4+x^3}$ là

A. $\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **B.** $\frac{1}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **C.** $2\sqrt{x^3+4}+C$. **D.** $2\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^2\sqrt{4+x^3}\mathrm{d}x$.

Đặt $u=\sqrt{4+x^3}\Rightarrow u^2=4+x^3\Rightarrow 2u\mathrm{d}u=3x^2\mathrm{d}x\Rightarrow x^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}u\mathrm{d}u$.

Suy ra $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^2\sqrt{4+x^3}\mathrm{d}x=\int u.\frac{2}{3}u\mathrm{d}u=\frac{2}{3}\int u^2\mathrm{d}u=\frac{2}{9}u^3+C=\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

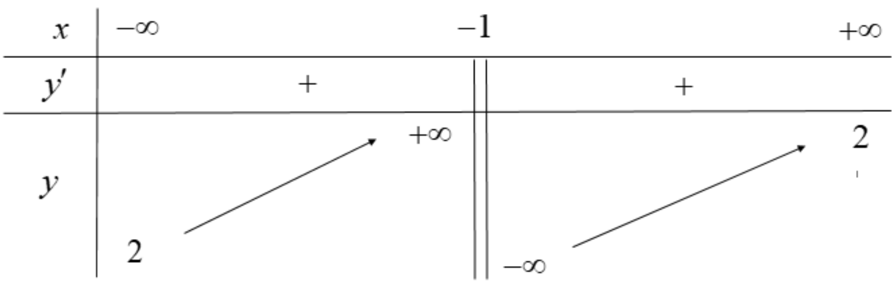
Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

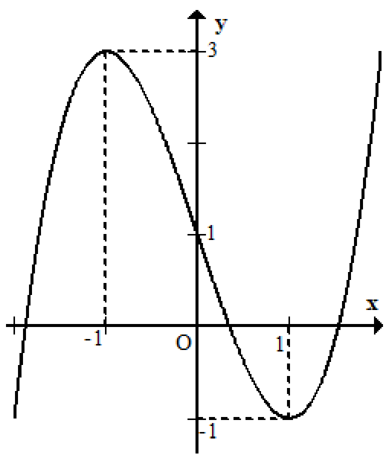
Ta có $y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Bảng biến thiên



Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn B

+ Từ đồ thị hàm số ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ suy ra loại phương án **A** và **D**.

+ Hàm số $y=x^3+3x+1$ có $y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y=x^3+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại phương án **C**.

+ Hàm số $y=x^3-3x+1$ có $y'=3x^3-3, y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Giá trị cực đại của hàm số bằng 3 tại $x=-1$, giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 tại $x=1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M\left(0;1\right)$.

Vậy đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x+\cos x+1=0$ là

A. $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi;\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi;\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

Ta có $\cos 2x+\cos x+1=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x+\cos x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

+) $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

+) $\cos x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos x=\cos\frac{2\pi}{3}\Leftrightarrow x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Biết tổng các hệ số của khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^n$ bằng 1024. Khi đó hệ số của x^6 trong khai triển bằng

A. 792. **B.** 165. **C.** 210 **D.** 252.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^n=C_n^0\frac{1}{x^n}+C_n^1\frac{1}{x^{n-1}}x^3+C_n^2\frac{1}{x^{n-2}}x^6+\ldots+C_n^{n-1}\frac{1}{x}x^{3(n-1)}+C_n^n x^{3n}$.

+) Vì tổng các hệ số của khai triển bằng 1024 nên thay $x=1$ ta được:

$$\left(\frac{1}{1}+1^3\right)^n=1024 \Leftrightarrow 2^n=1024 \Leftrightarrow n=10.$$

+) Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^{10}$ là: $C_{10}^k\frac{1}{x^{10-k}}\left(x^3\right)^k=C_{10}^k x^{4k-10}$.

+) Xét hệ số của x^6 ta có: $4k-10=6 \Leftrightarrow k=4$.

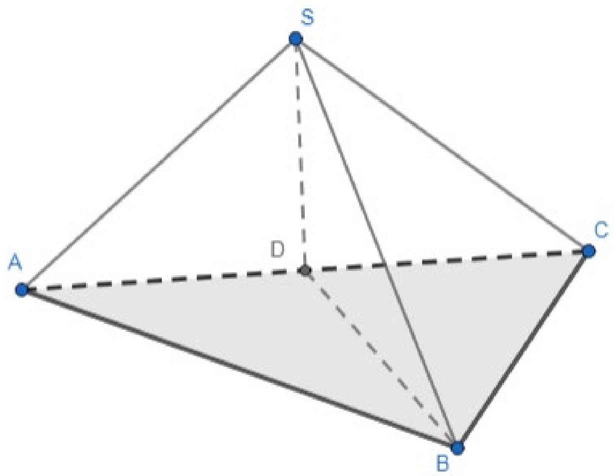
+) Hệ số của x^6 là: $C_{10}^4=210$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$, $\widehat{ASB}=90°$, $\widehat{BSC}=60°$, $\widehat{ASC}=120°$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



+) Vì $SA=SB=SC$ và $\widehat{ASB}=90°$, $\widehat{BSC}=60°$ nên ΔSBC đều và ΔSBA vuông cân tại S. Giả sử $SA=a$ ta có: $SA=SB=SC=BC=a$ và $AB=a\sqrt{2}$.

+) Xét ΔSAC cân tại S ta có: $AC=\sqrt{a^2+a^2-2.a.a.\cos 120°}=a\sqrt{3}$.

+) Xét ΔABC có: $AC^2=AB^2+BC^2=3a^2$, do đó ΔABC vuông tại B.

+) Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), vì $SA=SB=SC$ nên $DA=DB=DC$, do đó D là trung điểm của AC và $SD=\sqrt{SC^2-DC^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{a}{2}$.

+) Ta có $\widehat{(SB,(ABC))}=\widehat{(SB,DB)}=\widehat{SBD}$.

+) Xét ΔSBD, vuông tại D; $\sin\widehat{SBD}=\frac{SD}{SB}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SBD}=30°$.

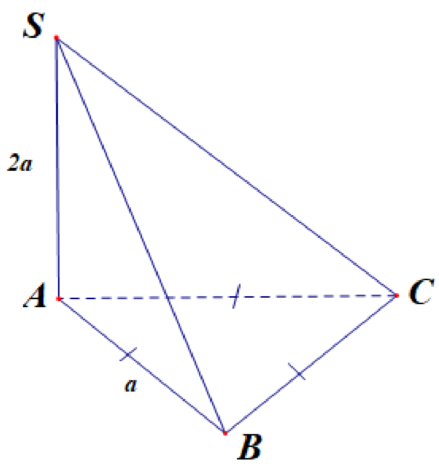
Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là $30°$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



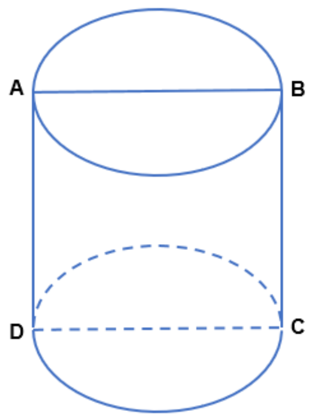
Ta có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 10. Cho hình trụ có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

A. $64\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $16\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $32\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $8\pi\ (\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a\ (\text{cm})$ và $AD = b\ (\text{cm})$ (với a, $b > 0$).

Khi đó hình trụ có chiều cao $h = AD = b$ và bán kính đáy $R = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a}{2}$.

Từ giả thiết ta có $2(a+b) = 12 \Leftrightarrow b = 6 - a$. Vì $b > 0$ nên $a < 6$.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.b = \dfrac{1}{4}\pi a^2(6-a) = \dfrac{1}{8}\pi a^2(12-2a)$.

Cách 1: Áp dụng bất đẳng thức Cô – si, ta có

$\sqrt[3]{a^2(12-2a)} = \sqrt[3]{a.a.(12-2a)} \le \dfrac{a+a+12-2a}{3} = 4$, hay $a^2(12-2a) \le 4^3$.

Do đó $V \le \dfrac{1}{8}\pi.4^3 \Leftrightarrow V \le 8\pi$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = 12-2a \Leftrightarrow a = 4$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là $8\pi\ (\text{cm}^3)$ đạt được khi $a = 4\ (\text{cm})$ và $b = 2\ (\text{cm})$.

Cách 2: Xét hàm số $f(a) = a^2(12-2a) = 12a^2 - 2a^3$ với $0 < a < 6$.

$f'(a) = 24a - 6a^2$; $f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

a	0		4		6
$f'(a)$		$+$	0	$-$	
$f(a)$	0	↗	64	↘	0

Ta có $\max\limits_{(0;6)} f(a) = 64$ đạt khi $a = 4$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là $V = \dfrac{1}{8}\pi.64 = 8\pi\ (\text{cm}^3)$ đạt được khi $a = 4\ (\text{cm})$ và $b = 2\ (\text{cm})$.

Câu 11 . Cho đường cong (C) có phương trình $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $y = x - 2$. **D.** $y = -2x - 1$.

Lời giải

Chọn A

+) M là giao điểm của (C) với trục tung $\Rightarrow$ tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases} y = \dfrac{x-1}{x+1} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$.

Suy ra $M(0;-1)$.

+) $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = 2$.

+) Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là $y = 2x - 1$. Vậy chọn A.

Câu 12 . Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\tan x}$ là

A. $D=\left\{k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

D. $D=\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \tan x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow 2x\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 13. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{2x+1}$ là

A. $\frac{1}{2\ln 3}3^{2x+1}+C$.

B. $\frac{1}{\ln 3}3^{2x+1}+C$.

C. $\frac{1}{2}3^{2x+1}+C$.

D. $\frac{1}{2}3^{2x+1}\ln 3+C$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng : $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C\ (a>0,a\neq 1)$.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int 3^{2x+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int 3^{2x+1}\mathrm{d}(2x+1)=\frac{3^{2x+1}}{2\ln 3}+C$.

Mở rộng : $\int a^{mx+n}\mathrm{d}x=\frac{a^{mx+n}}{m\ln a}+C\ (a>0,a\neq 1,m\neq 0)$.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ không phải là hàm số chẵn cũng không phải là hàm số lẻ.

B. Tập giá trị của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ là $[0;+\infty)$.

C. $\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right]'=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

D. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

***) Phương án D đúng:** Xét hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

+) Với $\forall x\in\mathbb{R}$, ta luôn có $x\leq|x|<\sqrt{x^2+1}$.

Suy ra $x+\sqrt{x^2+1}>0$, với $\forall x\in\mathbb{R}$.

+) Vậy hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

***) Phương án A sai:** Xét hàm số $y=f\left(x\right)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

+) Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

1) $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

2) $f\left(-x\right)=\ln\left(-x+\sqrt{\left(-x\right)^2+1}\right)=\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\ln\dfrac{\left(x^2+1\right)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}$

$$=\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{-1}=-\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=-f\left(x\right).$$

+) Vậy hàm số $y=f\left(x\right)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ là hàm số lẻ.

***) Phương án B đúng:** Xét hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$.

+) Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

+) Với $\forall x\in D$, ta có $\ln\left(x^2+1\right)\ge \ln 1=0$.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(x^2+1\right)=+\infty$

+) Vậy tập giá trị của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ là $\left[0;+\infty\right)$.

***) Phương án C đúng:** Áp dụng: $\left(\ln u\right)'=\dfrac{u'}{u}\quad\left(u>0\right)$.

+) Ta có $\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right]'=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'}{x+\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1+\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}$

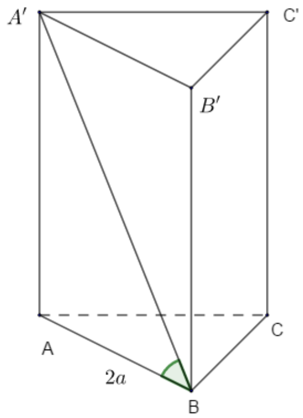
$$=\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Câu 15. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là $60°$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $6a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V = B.h$.

Diện tích đáy của khối lăng trụ: $B = \frac{1}{2}2a.2a.\sin 60° = \sqrt{3}a^2$

Chiều cao của khối lăng trụ $h = AA'$.

Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A$ là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC).

Khi đó góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'BA} = 60°$.

Xét tam giác vuông $A'AB$: $\tan 60° = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AA' = AB.\tan 60° = 2a.\sqrt{3}$.

$\Rightarrow$ Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là :

$V = B.h = \sqrt{3}a^2.2\sqrt{3}a = 6a^3$.

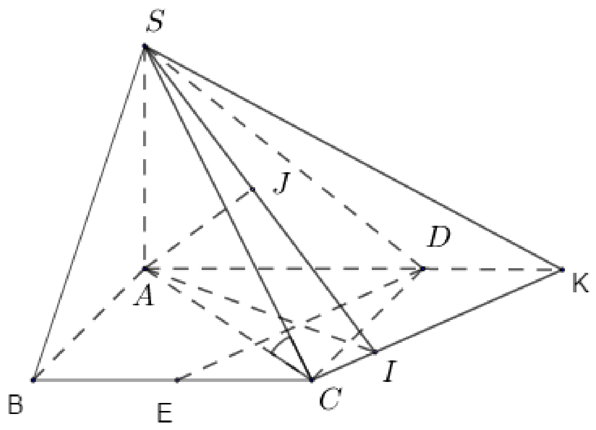
Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Gọi E là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

A. $\frac{a\sqrt{38}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{19}$. **D.** $\frac{a\sqrt{38}}{19}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Dựng hình bình hành $DKCE$, khi đó $DE // CK \Rightarrow DE // (SCK)$.

$\Rightarrow d(DE, SC) = d(DE, (SCK)) = d(D, (SCK))$.

Vì $DKCE$ là hình bình hành nên $DK = CE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{3}AK$

$\Rightarrow d(D, (SCK)) = \frac{1}{3}d(A, (SCK))$.

Kẻ $AI \perp CK$, $(I \in CK)$. Ta có: $\begin{cases} AI \perp CK, \\ CK \perp SA \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAI)$.

Kẻ $AJ \perp SI$, $(J \in SI)$. Ta có : $\begin{cases} AJ \perp SI \\ CK \perp AJ \end{cases} \Rightarrow AJ \perp (SCK) \Rightarrow d(A, (SCK)) = AJ$.

+ **Tính** AI:

Xét tam giác vuông DCE vuông tại C: $CK = DE = \sqrt{CD^2 + EC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Ta có: $S_{\Delta ACK} = \frac{1}{2}AI.CK = \frac{1}{2}CD.AK \Rightarrow AI = \frac{CD.AK}{AI} = \frac{a.\frac{3}{2}a}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$

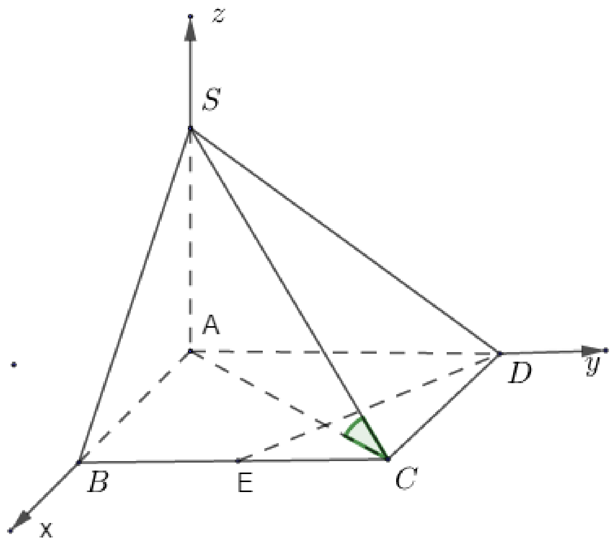
+ **Tính** SA:

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 45°$ $\Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác vuông cân tại A.

$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$.

Xét ΔSAI vuông tại A ta có: $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{5}{9a^2} = \frac{19}{18a^2} \Rightarrow AJ = \frac{3\sqrt{38}}{19}a$.

Vậy $d(DE, SC) = \frac{1}{3}d(\text{A}, (SCK)) = \frac{1}{3}.\frac{3\sqrt{38}}{19}a = \frac{\sqrt{38}a}{19}$.



Cách 2:

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 45°$ $\Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác vuông cân tại A

$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$.

Gắn hệ trục tọa như hình vẽ và chọn $a = 1$ ta có :

$A(0;0;0), B(1;0;0) D(0;1;0), C(1;1;0), S(0;0;\sqrt{2}), E\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.

Suy ra : $\overrightarrow{DE} = \left(1;-\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{SC} = (1;1;-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{DC} = (1;0;0)$; $\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right] = \left(\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2};\frac{3}{2}\right)$.

$\Rightarrow d(DE, SC) = \frac{\left|\overrightarrow{DC}.\left[\overrightarrow{DE},\overrightarrow{SC}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{DE},\overrightarrow{SC}\right]\right|} = \frac{\sqrt{38}}{19}$.

Vậy với cạnh của hình vuông $ABCD$ là a $\Rightarrow d\left(DE,SC\right)=\dfrac{\sqrt{38}}{19}a$.

Câu 17. Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối. Tính xác suất để tổng số chấm ở mặt xuất hiện của ba con súc sắc bằng 11.

A. $\dfrac{7}{54}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{13}{108}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phép thử "Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối" $\Rightarrow n\left(\Omega\right)=6.6.6=216$.

Gọi A là biến cố "tổng số chấm ở mặt xuất hiện của ba con súc sắc bằng 11".

Ta thấy các bộ 3 số có tổng bằng 11 là: $(1;4;6),(1;5;5),(2;3;6),(2;4;5),(3;3;5),(3;4;4)$.

Với các bộ số có 3 số khác nhau thì mỗi bộ có 6 hoán vị khác nhau, các bộ số có 2 số giống nhau thì mỗi bộ có 3 hoán vị khác nhau. Do đó $n\left(A\right)=6.3+3.3=27$.

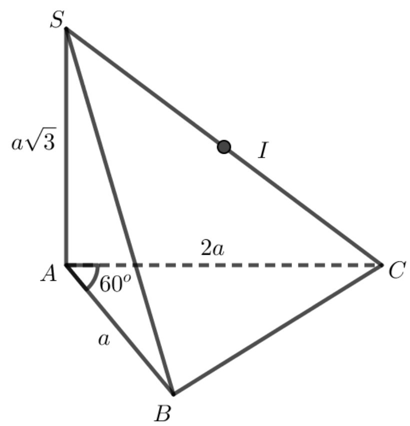
$\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $AC=2a$, $\widehat{BAC}=60°$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $R=\dfrac{a\sqrt{55}}{6}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác ABC có: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos\widehat{BAC}=3a^2\Rightarrow BC=a\sqrt{3}$.

Do đó $AB^2+BC^2=AC^2$ nên tam giác ABC là tam giác vuông tại B.

Ta có: $\begin{cases}BC\perp SA\\BC\perp AB\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(SAB\right)\Rightarrow BC\perp SB$.

Gọi I là trung điểm của SC.

ΔSAC vuông tại A suy ra $IA = IS = IC$ và ΔSBC vuông tại B suy ra $IB = IS = IC$. Vậy $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $R = IS = \dfrac{1}{2}SC$.

ΔSAC vuông tại A, có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 19. Hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1;2)$ là

A. $k = 3$. **B.** $k = 4$. **C.** $k = 5$. **D.** $k = 12$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1;2)$ là $k = y'(1) = 3$.

Vậy $k = 3$.

Câu 20. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 - 4 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $x^4 - 4x^2 - 4 + 2m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 4 = -2m \ (1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 4$ và đường thẳng $y = -2m$.

Xét hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 4$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 8x,\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-8	$\nearrow$	-4	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi

$-8 < -2m < -4 \Leftrightarrow 2 < m < 4$.

Vì m nguyên nên $m = 3$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 21: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3)+\log_4(x-5)^2=0$.

A. $8+\sqrt{2}$. **B.** $8-\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $4+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x>3 \\ x\neq 5 \end{cases}$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương

$\log_4(x-3)^2+\log_4(x-5)^2=0 \Leftrightarrow \log_4\left[(x-3)^2(x-5)^2\right]=0 \Leftrightarrow (x-3)^2(x-5)^2=1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+15=1 \\ x^2-8x+15=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+14=0 \\ x^2-8x+16=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\pm\sqrt{2} \\ x=4 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện ta có phương trình đã cho có nghiệm $x=4+\sqrt{2}$ và $x=4$.

Vậy tổng các nghiệm thực của phương trình bằng $8+\sqrt{2}$.

Câu 22: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 64GB với giá $18.790.000$. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức $18.790.000$. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng, mỗi tháng tiền phí bảo hiểm 64.500 đ/tháng. Hình thức 3 trả trước 30%, số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng, tiền bảo hiểm 75.500 đ/tháng. Nếu lãi suất ở hình thức 3 là $1,37\%$ /tháng, thì tổng số tiền hàng tháng khách hàng phải trả là (làm tròn đến 500 đ).

A. $1.351.500$ (đồng). **B.** $1.267.000$ (đồng).

C. $1.352.000$ (đồng). **D.** $1.267.500$ (đồng).

Lời giải

Chọn C

Số tiền khách phải trả ngay lúc đầu theo hình thức mua thứ ba là $18\ 790\ 000.30\%$.

Số tiền còn lại phải trả trong 12 tháng là $18\ 790\ 000-18\ 790\ 000\ \text{x}30\%=13\ 153\ 000=A$.

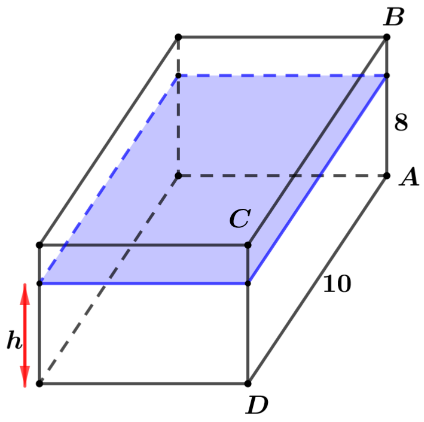
Mỗi tháng người mua phải trả góp số tiền là

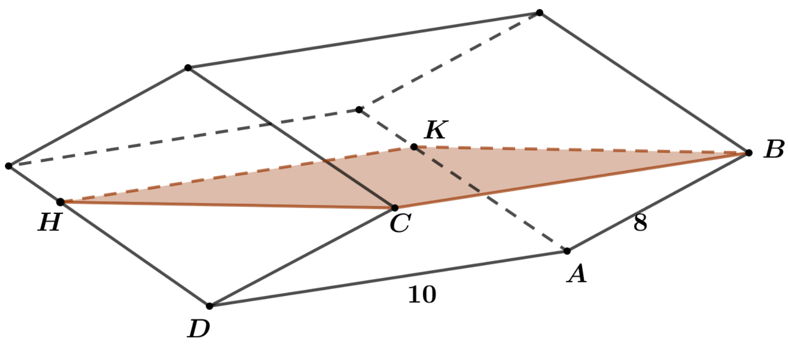
$\dfrac{A}{12}+A.1,37\%+75\ 500=\dfrac{13\ 153\ 000}{12}+13\ 153\ 000.1,37\%+75\ 500=1\ 352\ 000$ (đồng).

Chú ý bài toán: Cho A là khoản vay, n là kì hạn vay, $x\%=r$ là lãi suất theo tháng và B là tiền bảo hiểm. Số tiền phải trả góp hàng tháng tính theo công thức:

$$T=\frac{A}{n}+A.r+B.$$

Câu 23. Một cái bể cá hình hộp chữ nhật được đặt nằm ngang, một mặt bên của bể rộng $10\,\text{dm}$ và cao $8\,\text{dm}$. Khi ta nghiêng bể thì nước trong bể vừa đúng che phủ mặt bên nói trên và chỉ che phủ $\dfrac{3}{4}$ bề mặt đáy của bể (như hình bên). Hỏi khi ta đặt bể trở lại nằm ngang thì chiều cao h của mực nước là bao nhiêu?

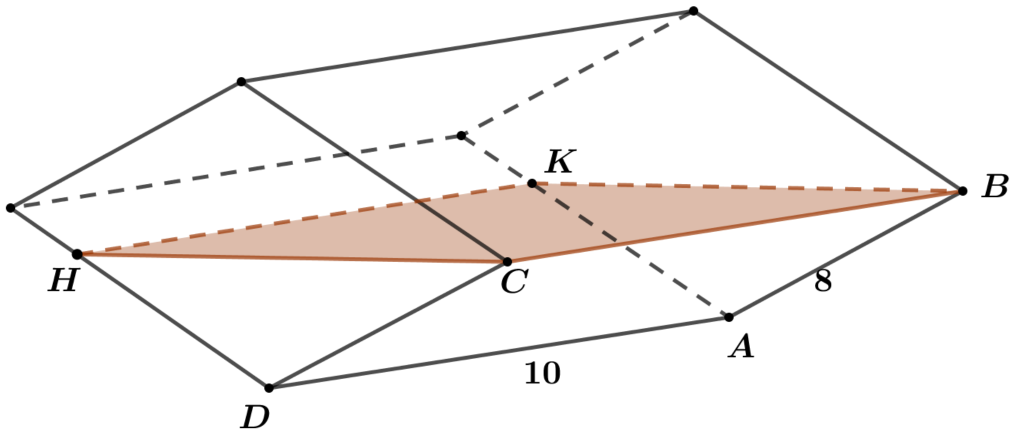




A. $3dm$. **B.** $2,5dm$. **C.** $3,5dm$. **D.** $4dm$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $ADHK$ là phần mặt nước che phủ được $\frac{3}{4}$ bề mặt đáy của bể. Gọi kích thước còn lại của hình hộp chữ nhật bằng $x(\text{dm})$.

Lăng trụ đứng $CDH.AKB$ có thể tích $V = AD.S_{\Delta CDH} = 10.\frac{1}{2}.\frac{3}{4}x.8 = 30x\ \text{dm}^3$.

Thể tích nước khi bể nằm ngang là $V = 10.h.x\ \ \text{dm}^3$.

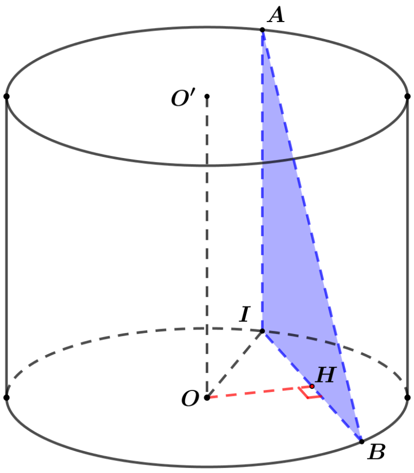
Ta có $30x = 10.h.x \Rightarrow h = 3\,\text{dm}$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $40\,\text{cm}$ và có chiều cao là $40\,\text{cm}$. Một đoạn thẳng AB có chiều dài $80\,\text{cm}$ và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đoạn đó đến trục hình trụ.

A. $40\sqrt{3}\,\text{cm}$. **B.** $25\,\text{cm}$. **C.** $20\,\text{cm}$. **D.** $40\sqrt{3}\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy như hình vẽ.

Vì $AB = 80\,\text{cm}$ nên AB không song song với OO' (giả sử A, B như hình vẽ).

Kẻ đường sinh AI **như hình vẽ**. Gọi H là trung điểm AB.

Vì $OO' // AI \Rightarrow OO' // (ABI) \Rightarrow d(OO', AB) = d(OO', (ABI)) = d(O, (ABI))$.

Ta có $OH \perp AB$ (tính chất đường kính dây cung) và $OH \perp AI$ (vì $AI // OO'$), do đó $OH \perp (ABI) \Rightarrow d(O, (ABI)) = OH = d$.

Xét ΔABI vuông tại I, ta có $BI = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \sqrt{80^2 - 40^2} = 40\sqrt{3}\ \text{cm} \Rightarrow IH = 20\sqrt{3}\,\text{cm}$.

Xét ΔOHI vuông tại H, ta có $OH = \sqrt{OI^2 - HI^2} = \sqrt{40^2 - \left(20\sqrt{3}\right)^2} = 20\,\text{cm}$.

Vậy $d = 20\,\text{cm}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn: $x^2 f^2(x) + (2x-1) f(x) = xf'(x) - 1\ \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ đồng thời $f(1) = -2$. Tính $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

A. $-\ln 2 - \dfrac{1}{2}$. **B.** $-\ln 2 - \dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{\ln 2}{2} - \dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{\ln 2}{2} - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$x^2 f^2(x) + (2x-1) f(x) = xf'(x) - 1 \Leftrightarrow x^2 f^2(x) + 2xf(x) - f(x) = xf'(x) - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 f^2(x) + 2xf(x) + 1 = xf'(x) + f(x) \Leftrightarrow \left[xf(x) + 1\right]^2 = xf'(x) + f(x)\ \ (*).$$

Xét $xf(x) + 1 = 0 \Rightarrow f(x) = -\dfrac{1}{x} \Rightarrow f(1) = -1$ (không thỏa mãn).

Xét $xf(x) + 1 \neq 0$, ta có $(*) \Leftrightarrow \dfrac{xf'(x) + f(x)}{\left[xf(x)+1\right]^2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\left[xf(x)+1\right]'}{\left[xf(x)+1\right]^2} = 1$.

$$\Rightarrow \int \frac{\left[xf\left(x\right)+1\right]'}{\left[xf\left(x\right)+1\right]^2}\mathrm{d}x = \int \mathrm{d}x \Rightarrow -\frac{1}{xf\left(x\right)+1} = x + C.$$

Cho $x = 1$ ta được : $-\dfrac{1}{1f\left(1\right)+1} = 1 + C \Rightarrow -\dfrac{1}{-2+1} = 1 + C \Rightarrow C = 0$.

$$\Rightarrow -\frac{1}{xf\left(x\right)+1} = x \Rightarrow xf\left(x\right)+1 = -\frac{1}{x} \text{ (vì } x \neq 0\text{)} \Rightarrow f\left(x\right) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$$

Vậy $\displaystyle\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int_1^2 \left(-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = \left.\frac{1}{x}\right|_1^2 - \ln x\Big|_1^2 = -\frac{1}{2} - \ln 2$.

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ là

A. $\min\limits_{\left[2;4\right]} y = -6$. **B.** $\min\limits_{\left[2;4\right]} y = \dfrac{25}{4}$. **C.** $\min\limits_{\left[2;4\right]} y = \dfrac{13}{2}$. **D.** $\min\limits_{\left[2;4\right]} y = 6$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ liên tục trên đoạn $\left[2;4\right]$.

Ta có: $y' = 1 - \dfrac{9}{x^2} = \dfrac{x^2 - 9}{x^2}$.

Giải $y' = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \in \left(2;4\right) \\ x = -3 \notin \left(2;4\right) \end{array}\right.$.

Khi đó: $y\left(2\right) = \dfrac{13}{2}$; $y\left(3\right) = 6$; $y\left(4\right) = \dfrac{25}{4}$.

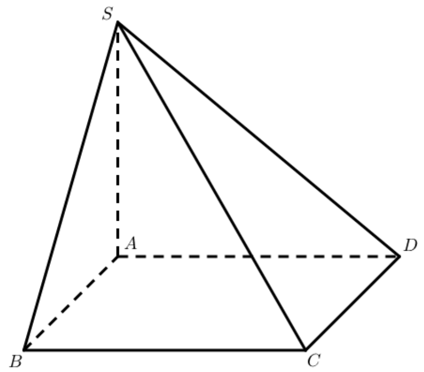
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ là $\min\limits_{\left[2;4\right]} y = y\left(3\right) = 6$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$.

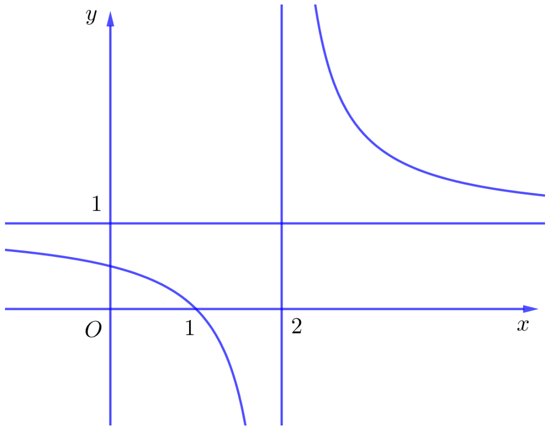
Lời giải

Chọn D



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.AB.CD = \frac{1}{3}.a.2a.2a = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 28. Hàm số $y = f(x)$ nào có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$ nên loại đáp án **B** và **C**.

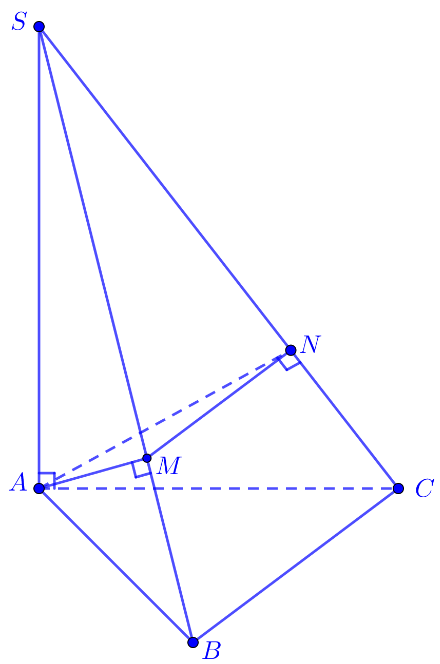
+ Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;0)$ nên loại **A**, nhận đáp án **D.**

Câu 29. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB, SC. Tính $\frac{50V\sqrt{3}}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp $ABCNM$.

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác SAB vuông tại A và có AM là đường cao nên

$SM.SB=SA^2 \Leftrightarrow \frac{SM}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{SA^2}{SA^2+AB^2}=\frac{4a^2}{4a^2+a^2}=\frac{4}{5}$.

Tam giác SAC vuông tại A và có AN là đường cao nên

$\frac{SN}{SC}=\frac{SA^2}{SC^2}=\frac{SA^2}{SA^2+AC^2}=\frac{4a^2}{4a^2+a^2}=\frac{4}{5}$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{4}{5}.\frac{4}{5}=\frac{16}{25} \Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{16}{25}V_{S.ABC}$

Suy ra $V=V_{ABCNM}=V_{S.ABC}-V_{S.AMN}=V_{S.ABC}-\frac{16}{25}V_{S.ABC}=\frac{9}{25}V_{S.ABC}=\frac{9}{25}.\frac{a^3\sqrt{3}}{6}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{50}$.

Vậy $\frac{50V\sqrt{3}}{a^3}=9$.

Câu 30. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$. **B.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$. **C.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **D.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Lời giải

Chọn D

Với hai số thực dương a, b ta có: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Câu 31. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\frac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. (C) có đúng 1 tiệm cận đứng. **B.** (C) có đúng 1 tâm đối xứng.

C. (C) có đúng 1 tiệm cận ngang. **D.** (C) có đi qua điểm $A(2;1)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

+) $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-4}{x-3}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 3^-} y=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-4}{x-3}=-\infty\end{cases}$ nên (C) có 1 tiệm cận đứng $x=3 \Rightarrow$ phương án **A** đúng.

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-4}{x-3}=2$ nên (C) có 1 tiệm cận ngang $y=2$ $\Rightarrow$ phương án **C** đúng.

+) Đồ thị hàm số (C) nhận giao điểm hai đường tiệm cận $I(3;2)$ làm tâm đối xứng $\Rightarrow$ phương án **B** đúng.

+) Thay tọa độ của A vào phương trình hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ ta được mệnh đề sai $\Rightarrow$ phương án **D** sai.

Câu 32. Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{\ln x}{x^2}dx=\dfrac{b}{c}+a\ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a+3b+c$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I=\int\limits_1^2 \dfrac{\ln x}{x^2}dx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=\dfrac{1}{x^2}dx\end{cases}$ chọn $\begin{cases}du=\dfrac{1}{x}dx\\ v=-\dfrac{1}{x}\end{cases}$.

Ta có: $I=-\dfrac{1}{x}\ln x\Big|_1^2+\int\limits_1^2\dfrac{1}{x^2}dx=\left(-\dfrac{1}{x}\ln x-\dfrac{1}{x}\right)\Big|_1^2=-\dfrac{1}{2}\ln 2+\dfrac{1}{2}$.

Vì $I=\dfrac{b}{c}+a\ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản) nên suy ra $a=-\dfrac{1}{2}, b=1, c=2$.

Vậy $2a+3b+c=2.\left(-\dfrac{1}{2}\right)+3.1+2=4$.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số $y=\dfrac{\cot^2 x-2m\cot x+2m^2-1}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\cot x$. Ta có $x\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ nên $t\in(0;\,1)$, $t=\cot x$ là hàm nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

Khi đó, bài toán trở thành tìm tham số m nguyên để hàm số $y=f(t)=\dfrac{t^2-2mt+2m^2-1}{t-m}$ đồng biến trên $(0;\,1)$.

Tập xác định của hàm số $y=f(t)$ là $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{t^2-2mt+1}{(t-m)^2}$.

Hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $(0;\,1)$ khi và chỉ khi $f'(t)\ge 0,\forall t\in(0;1)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t^2-2mt+1\ge 0,\forall t\in(0;1)\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\dfrac{t^2+1}{2t},\forall t\in(0;1)\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\quad(*).$$

Xét hàm số $y=g(t)=\dfrac{t^2+1}{2t}$ trên khoảng $(0;\,1)$.

Khi đó $g'(t)=\dfrac{t^2-1}{2t^2}<0,\forall t\in(0;1)$ nên hàm số $y=g(t)$ nghịch biến trên $(0;\,1)$.

Do đó $$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}m\le g(1)\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 1\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m=1\end{array}\right..$$

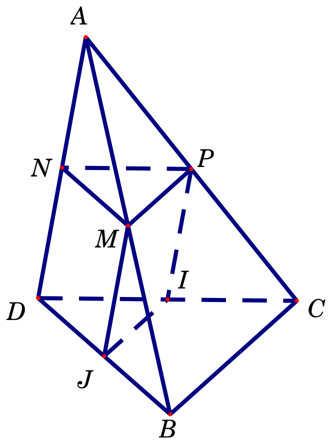
Mà m là số nguyên và thuộc đoạn $[-2020;2020]$ nên có 2022 giá trị của m thoả mãn.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB.

Gọi $MN = (P) \cap (ABD)$ ($N \in AD$), do $(P) // (BCD) \Rightarrow MN // BD \Rightarrow N$ là trung điểm của AD.

Gọi $MP = (P) \cap (ABC)$ ($P \in AC$), do $(P) // (BCD) \Rightarrow MP // BC \Rightarrow P$ là trung điểm của AC.

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là ΔMNP.

Cách 1:

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CD và BD.

Ta chứng minh được $\Delta MNP = \Delta JDI$ (c – c – c).

Ta có $S_{\Delta MNP} = S_{\Delta DIJ} = \frac{1}{2} DI.DJ.\sin \widehat{JDI} = \frac{1}{4}.\frac{1}{2} DB.DC.\sin \widehat{BDC} = \frac{1}{4}.S_{\Delta DBC} = \frac{1}{4}.16 = 4.$

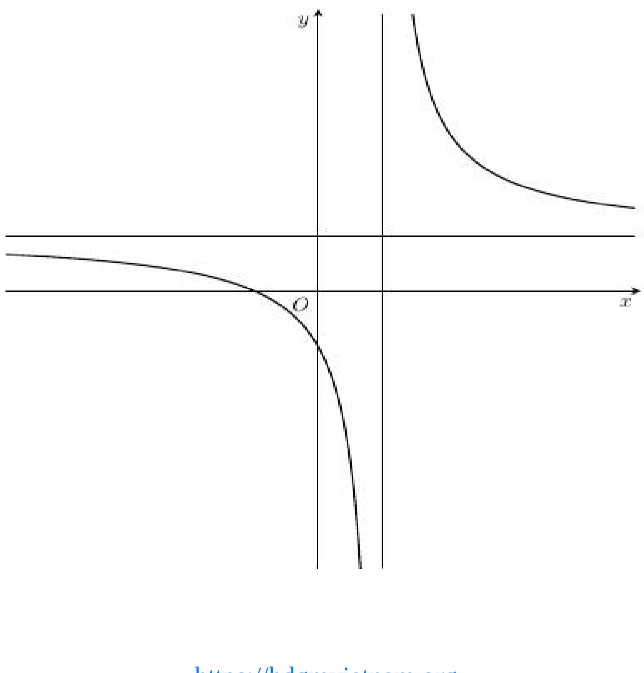
Vậy $S_{\Delta MNP} = 4.$

Cách 2:

Ta có $MN = \frac{1}{2} BD,\ NP = \frac{1}{2} CD,\ MP = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \Delta MNP$ và ΔBCD đồng dạng theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow S_{\Delta MNP} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 .S_{\Delta BCD} = \frac{1}{4}.16 = 4.$

Câu 35. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ac>0,\ bd>0$. **B.** $ab<0,\ cd<0$. **C.** $bc>0,\ ad<0$. **D.** $bd<0,\ ad>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành: $y=\frac{a}{c}>0 \Rightarrow ac>0\ \ (1)$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung: $x=-\frac{d}{c}>0 \Leftrightarrow \frac{d}{c}<0 \Rightarrow cd<0\ \ (2)$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có tung độ âm $y=\frac{b}{d}<0 \Rightarrow bd<0\ \ (3)$.

Từ (3) suy ra: Đáp án A sai.

Từ $(1),(2) \Rightarrow ad.c^2<0 \Leftrightarrow ad<0\ \Rightarrow$ Đáp án D sai.

Từ $(2),(3) \Rightarrow bc.d^2>0 \Leftrightarrow bc>0$.

Từ $(1),(3) \Rightarrow ab.cd<0 \Leftrightarrow ab>0\ \Rightarrow$ Đáp án B sai.

Vậy đáp án C là đúng.

Câu 36. Cho bất phương trình

$\log_{3a}11+\left(\log_{\frac{1}{7}}\left(\sqrt{x^2+3ax+10}+4\right)\right).\log_{3a}\left(x^2+3ax+12\right)\geq 0$. Giá trị thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{3a}11+\left(\log_{\frac{1}{7}}\left(\sqrt{x^2+3ax+10}+4\right)\right).\log_{3a}\left(x^2+3ax+12\right)\geq 0\ \ (1)$$

Điều kiện $\begin{cases} x^2+3ax+10\geq 0 \\ 0<a\neq \frac{1}{3} \end{cases}$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+3ax+10}$, $t\geq 0$.

$(1) \Leftrightarrow \log_{3a}11-\left[\log_7(t+4)\right].\log_{3a}\left(t^2+2\right)\geq 0\ \ (2)$.

(1) có nghiệm duy nhất suy ra (2) có nghiệm duy nhất.

Vế trái của (2) là một hàm số liên tục theo biến t trên nửa khoảng $[0;+\infty)$.

Điều kiện cần để (2) có nghiệm duy nhất là phương trình

$\log_{3a}11-\left[\log_7(t+4)\right].\log_{3a}\left(t^2+2\right)=0\ \ (3)$ có nghiệm duy nhất.

Ta có $(3)\Leftrightarrow 1-\log_7(t+4).\log_{11}(t^2+2)=0\Leftrightarrow \log_7(t+4).\log_{11}(t^2+2)=1$.

Đặt $f(t)=\log_7(t+4).\log_{11}(t^2+2)$, $t\geq 0$.

Dễ thấy hàm $f(t)$ đồng biến trên nửa khoảng $[0;+\infty)$ và $f(3)=1$.

Suy ra phương trình (3) có nghiệm duy nhất $t=3$.

Ta có $t=3\Leftrightarrow \sqrt{x^2+3ax+10}=3\Leftrightarrow x^2+3ax+1=0\quad(4)$.

Phương trình (4) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\Delta=0\Leftrightarrow 9a^2-4=0\Leftrightarrow a=\pm\frac{2}{3}$.

So với điều kiện ta nhận $a=\frac{2}{3}$.

Thử lại với $a=\frac{2}{3}$ bất phương trình (1) trở thành

$\log_2 11-\log_7\left(\sqrt{x^2+2x+10}+4\right).\log_2\left(x^2+2x+12\right)\geq 0\quad(5)$.

Đặt $u=\sqrt{x^2+2x+10}$, $u\geq 3$.

Khi đó $(3)\Leftrightarrow \log_7(u+4).\log_2(u^2+2)\leq \log_2 11\quad(6)$.

Vì hàm $h(u)=\log_7(u+4).\log_2(u^2+2)$ đồng biến trên nửa khoảng $[3;+\infty)$ và $h(3)=\log_2 11$ nên $(6)\Leftrightarrow h(u)\leq h(3)\Leftrightarrow u\leq 3$.

Kết hợp với $u\geq 3$ suy ra $u=3\Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x+10}=3\Leftrightarrow x=-1$.

Vậy giá trị a thỏa mãn bài toán là $a=\frac{2}{3}\in(0;1)$.

Câu 37. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$?

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=x^2-4x+3$, $y''=2x-4$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Tại điểm $x=1$, ta có $y''(1)=2.1-4=-2<0\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Tại điểm $x=3$, ta có $y''(3)=2.3-4=2>0\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 38. Cho hai hàm số f, g liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int\limits_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b xf(x)\mathrm{d}x = x\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Theo sách giáo khoa cơ bản, trang 107 – 108 ta có:

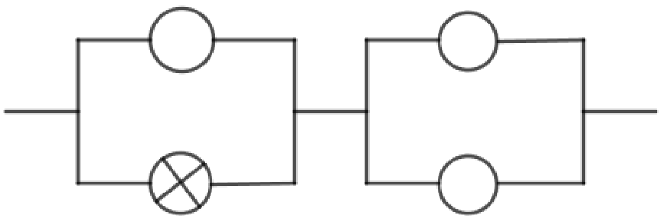
$$\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$$

$\int\limits_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$, với k là hằng số.

$$\int\limits_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$$

Do đó: đáp án **A, B, D** đúng. Đáp án **C** sai.

Câu 39. Cho mạch điện gồm 4 bóng đèn, xác suất hỏng của mỗi bóng là $0,05$. Tính xác suất để khi cho dòng điện chạy qua mạch điện thì mạch điện sáng (có ít nhất một bóng sáng).



A. $0,99750625$.
B. $0,99500635$.
C. $0,99750635$.
D. $0,99500625$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_i là biến cố : " Bóng đèn thứ i sáng", với $i = \overline{1;4}$.

Ta có các A_i độc lập và $P(A_i) = 1 - 0,05 = 0,95$, $P(\overline{A_i}) = 0,05$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một bóng đèn sáng".

Để không có bóng đèn nào sáng ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Cả 4 bóng đèn cùng bị hỏng.

B là biến cố: " Bốn bóng đèn bị hỏng".

Khi đó xác suất để cả 4 bóng đèn bị hỏng là: $P(B) = 0,05^4 = 0,00000625$.

Trường hợp 2: Ba bóng đèn bị hỏng.

Gọi C là biến cố: " Ba bóng đèn bị hỏng".

Xác suất để có 3 bóng đèn bị hỏng là: $P(C) = 4.0,05^3.0,95 = 0,000475$.

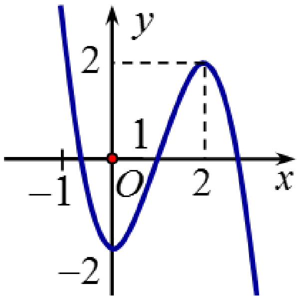
Trường hợp 3: Hai bóng đèn phía trái hoặc hai bóng đèn phía phải bị hỏng.

Gọi D là biến cố: " Hai bóng đèn phía trái hoặc hai bóng đèn phía phải bị hỏng"

Xác suất để hai bóng đèn cùng phía bị hỏng là: $P(D) = 2.0,05^2.0,95^2 = 0,0045125$.

Xác suất để có ít nhất một bóng đèn sáng là: $P(A) = 1 - \left(P(B) + P(C) + P(D)\right) = 0,99500625$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.



A. $(2;+\infty)$. **<u>B.</u>** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

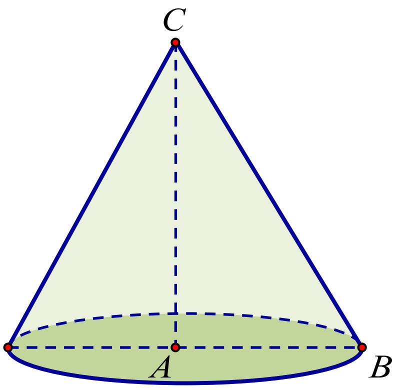
Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0),(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 41. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 3a, AC = 4a$. Độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC bằng

<u>A.</u> $l = 5a$. **B.** $l = a\sqrt{2}$. **C.** $l = a$. **D.** $l = a\sqrt{3}$.

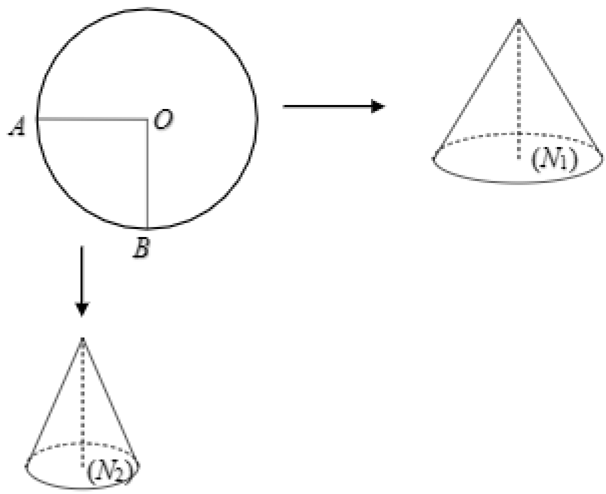
Lời giải

Chọn A



Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AC ta thu được hình nón có độ dài đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5a$.

Câu 42. Cho một tấm nhôm hình tròn tâm O bán kính R được cắt thành hai miếng hình quạt, sau đó quấn thành hai hình nón (N_1) và (N_2). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón (N_1) và (N_2). Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$ biết $\widehat{AOB} = 90°$.



A. $k = 2$. **B.** $k = \dfrac{7\sqrt{105}}{9}$. **C.** $k = \dfrac{3\sqrt{105}}{5}$. **D.** $k = 3$.

Lời giải

Chọn C

Chu vi đường tròn tâm O bán kính R là $C = 2\pi R$.

Gọi r_1, r_2 lần lượt là bán kính đáy của hình nón (N_1) và (N_2).

Hai hình nón (N_1) và (N_2) có đường sinh lần lượt là $l_1 = l_2 = R$.

Chu vi đáy hình nón (N_1) là $C_1 = \dfrac{3}{4}C = \dfrac{3}{4}.2\pi R = \dfrac{3\pi R}{2}$.

Do đó: $2\pi r_1 = \dfrac{3\pi R}{2} \Leftrightarrow r_1 = \dfrac{3R}{4}$.

Chu vi đáy hình nón (N_2) là $C_2 = \dfrac{1}{4}C = \dfrac{1}{4}.2\pi R = \dfrac{\pi R}{2}$.

Do đó: $2\pi r_2 = \dfrac{\pi R}{2} \Leftrightarrow r_2 = \dfrac{R}{4}$.

Đường cao của hình nón (N_1) là $h_1 = \sqrt{l_1^2 - r_1^2} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}R$.

Đường cao của hình nón (N_2) là $h_2 = \sqrt{l_2^2 - r_2^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}R$.

Do đó: $k = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \dfrac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \dfrac{\frac{9R^2}{16}\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}R}{\frac{R^2}{16}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}R} = \dfrac{3\sqrt{105}}{5}$.

Vậy $k = \dfrac{3\sqrt{105}}{5}$.

Câu 43 . Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2020	↘	-2020	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2020\right)+2020\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x-2020\right)+2020$. Khi đó $g'\left(x\right)=f'\left(x-2020\right)$.

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x-2020\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2020=-1\\x-2020=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2019\\x=2023\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		2019		2023		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4040	↘	0	↗	$+\infty$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x-2020\right)+2020\right|$.

x	$-\infty$				2019		2023		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↗	4040	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2020\right)+2020\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 44. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=R\backslash\left\{1;2\right\}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=1$.

Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=0$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=0$.

Suy ra đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 45. Cho a là số thực dương . Viết biểu thức $P=\sqrt[3]{a^5}.\dfrac{1}{\sqrt{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả là

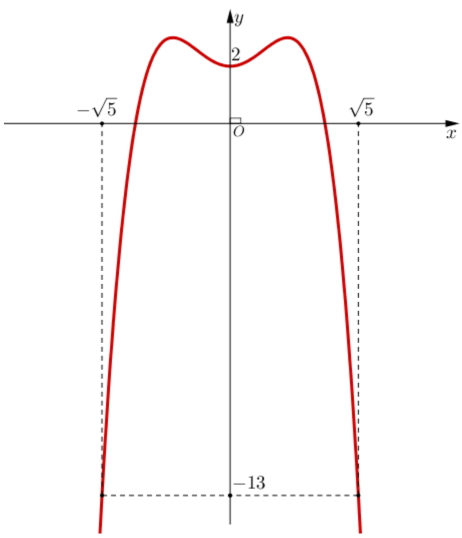
A. $P=a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $P=a^{\frac{1}{6}}$. **C.** $P=a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $P=a^{\frac{19}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\sqrt[3]{a^5}.\dfrac{1}{\sqrt{a^3}}=a^{\frac{5}{3}}.\dfrac{1}{a^{\frac{3}{2}}}=a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{-3}{2}}=a^{\frac{5}{3}-\frac{3}{2}}=a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là số thực . Điều kiện cần và đủ để $g(x)\le 0,\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

A. $m\ge\dfrac{2}{3}f(\sqrt{5})$. **B.** $m\ge\dfrac{2}{3}f(0)$. **C.** $m\ge\dfrac{2}{3}f(-\sqrt{5})$. **D.** $m\le\dfrac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g(x)\le 0,\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\Leftrightarrow 2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}\le 0,\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$

$\Leftrightarrow 2f(x)+2x^3-4x-6\sqrt{5}\le 3m, \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\ (1)$.

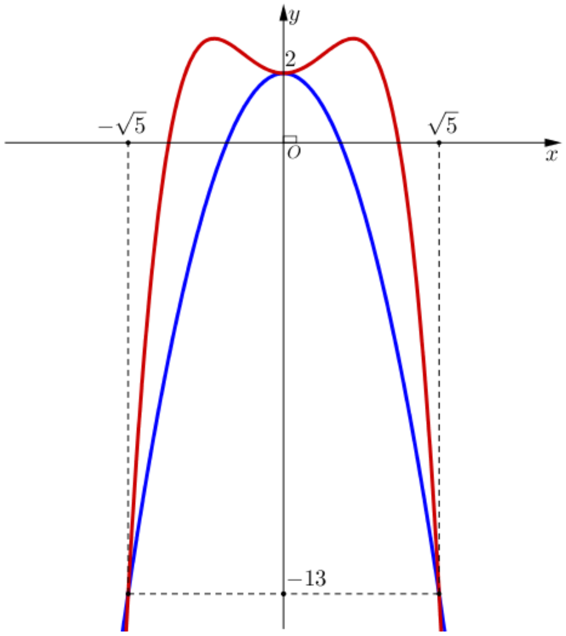
Xét hàm số $h(x)=2f(x)+2x^3-4x-6\sqrt{5}$ trên $D=\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

Ta có: $h'(x)=2f'(x)+6x^2-4$.

$h'(x)=0\Leftrightarrow 2f'(x)+6x^2-4=0\Leftrightarrow f'(x)=2-3x^2$.

Xét Parabol: $(P): y=-3x^2+2$. Dựa vào hình vẽ suy ra Parabol (P) luôn nằm phía dưới đồ thị $y=f'(x), \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\Rightarrow f'(x)\ge 2-3x^2, \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\Rightarrow h'(x)\ge 0, \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

Suy ra hàm $h(x)$ đồng biến trên $D=\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.



Với $x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\Rightarrow h(x)\le h\left(\sqrt{5}\right)=2f\left(\sqrt{5}\right)$. Suy ra $\max\limits_{D} h(x)=2f\left(\sqrt{5}\right)$.

$(1)\Leftrightarrow 2f\left(\sqrt{5}\right)\le 3m\Leftrightarrow m\ge \dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Vậy $m\ge \dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Câu 47. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $\tan^3 x+\dfrac{1}{\cos^2 x}-3\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=4$.

A. 8. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases}\cos x\ne 0\\ \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \cos x\ne 0\Leftrightarrow x\ne \dfrac{\pi}{2}+m\pi\ ,(m,\in\mathbb{Z})$.

Với điều kiện đó phương trình đã cho tương đương: $\tan^3 x+1+\tan^2 x-3\tan x=4$

$$\Leftrightarrow \tan^3 x + \tan^2 x - 3\tan x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = -1 \\ \tan x = -\sqrt{3} \\ \tan x = \sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Đối chiếu điều kiện xác định của phương trình ta thấy các nghiệm này đều thỏa mãn.

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên phương trình có các nghiệm là: $x = \dfrac{3\pi}{4}$, $x = \dfrac{7\pi}{4}$, $x = \dfrac{2\pi}{3}$, $x = \dfrac{5\pi}{3}$, $x = \dfrac{\pi}{3}$ và $x = \dfrac{4\pi}{3}$.

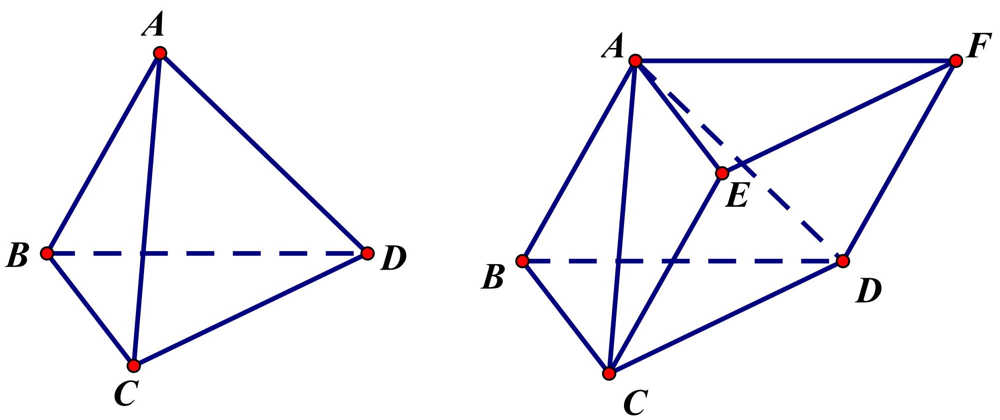
Vậy số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình là 6.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa AB và CD bằng $8a$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng $60°$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $2a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn A



+) Ta xét bài toán: Cho tứ diện $ABCD$ biết độ dài hai cạnh AB, CD, biết khoảng cách giữa AB, CD là d và góc giữa giữa hai đường thẳng AB, CD là α. Chứng minh thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}.AB.CD.d.\sin\alpha$.

Chứng minh:

Dựng hình lăng trụ tam giác $AEF.BCD$ (như hình vẽ).

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $AEF.BCD$.

Ta có: $V_{ABCD} = \dfrac{V}{3}$; $V_{A.CDEF} = V - V_{ABCD} = \dfrac{2V}{3}$ hay $V = \dfrac{3}{2}V_{A.CDEF}$.

Mà $V_{A.CDEF} = \dfrac{1}{3}.d(A,(CDEF)).S_{CDEF}$.

Vì $AB // (CDEF)$, $CD \subset (CDEF)$ nên $d(A,(CDEF)) = d(AB,(CDEF)) = d(AB, CD) = d$.

Vì $AB // CE$ nên góc giữa đường thẳng AB và CD bằng góc giữa đường thẳng CE và CD và bằng α.

Khi đó: $\widehat{ECD}=\alpha$ hoặc $\widehat{ECD}=\pi-\alpha \Rightarrow \sin\widehat{ECD}=\sin\alpha$.

Do đó: $S_{CDEF}=CE.CD.\sin\alpha=AB.CD.\sin\alpha$.

Suy ra: $V_{A.CDEF}=\frac{1}{3}.d\left(AB,CD\right).AB.CD.\sin\alpha=\frac{1}{3}.AB.CD.d.\sin\alpha$.

Vậy: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}.\frac{1}{3}AB.CD.d.\sin\alpha=\frac{1}{6}.AB.CD.d.\sin\alpha$.

+) Áp dụng kết quả bài toán trên với $d=8a$, $\alpha=60^\circ$, ta có:

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}.a.\sqrt{3}a.8a.\sin 60^\circ=2a^3$.

Câu 49. Trên một bàn bi a có 15 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 15, nếu người chơi đưa được quả bóng nào vào lỗ thì sẽ được số điểm tương ứng với số trên quả bóng đó. Số điểm tối đa người chơi có thể đạt được là

A. 60. **B.** 120. **C.** 150. **D.** 100.

Lời giải

Chọn B

Người chơi sẽ đạt số điểm cao nhất nếu đánh được tất cả 15 quả bóng vào lỗ. Khi đó tổng điểm đạt được là $1+2+...+15=120$.

Câu 50. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $5\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi a^2+2\pi a.2a=6\pi a^2$.

------------ **HẾT** ------------