

# Viết phương trình tổng quát của đường thẳng

Đội ngũ hdmvietnam.org giới thiệu đến các em học sinh lớp 10 bài viết Viết phương trình tổng quát của đường thẳng, nhằm giúp các em học tốt chương trình Toán 10.

## Dạng 2. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  ta cần xác định một điểm  $M(x_0; y_0) \in \Delta$  và một véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B)$ .

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta : A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ .

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng  $\Delta : Ax + By = C$  với  $C = -(Ax_0 + By_0)$ .

### BÀI TẬP DẠNG 2

**Ví dụ 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , viết phương trình tổng quát đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(-1; 5)$  và có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (-2; 3)$ .

**Lời giải.**

Phương trình đường thẳng  $\Delta : -2(x + 1) + 3(y - 5) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y - 17 = 0$ .

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng  $\Delta : -2x + 3y - 17 = 0$ .  $\square$

**Ví dụ 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , viết phương trình tổng quát đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $N(2; 3)$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$  với  $A(1; 3), B(2; 1)$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $\vec{AB} = (1; -2)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  qua  $N(2; 3)$  và nhận  $\vec{AB} = (1; -2)$  làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng  $\Delta : (x - 2) - 2(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 = 0$ .

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng  $\Delta : x - 2y + 4 = 0$ .  $\square$

**Ví dụ 3.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$  đi qua  $A(-1; 2)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta : 2x - y + 4 = 0$ .

**Lời giải.**

**Cách 1:**

Phương trình đường thẳng  $d$  có dạng:  $x + 2y + C = 0$ .

Vì  $d$  đi qua  $A(-1; 2)$  nên ta có phương trình:  $-1 + 2 \cdot 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -3$ . Vậy phương trình tổng quát đường thẳng của đường thẳng  $d : x + 2y - 3 = 0$ .

**Cách 2:**

Đường thẳng  $\Delta$  có một véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2)$ .

Vì  $d$  vuông góc với  $\Delta$  nên  $d$  nhận  $\vec{u} = (1; 2)$  làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng  $d : (x + 1) + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0$ .  $\square$

**Ví dụ 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \end{cases}$  và  $\Delta' : \begin{cases} x = -2 - t' \\ y = t' \end{cases}$ . Viết phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đối xứng với  $\Delta'$  qua  $\Delta$ .

A.  $d : \begin{cases} x = l \\ y = 22 - 7l \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} x = -6 + 3l \\ y = 4 \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} x = -6 + 7l \\ y = 4 + l \end{cases}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M = \Delta \cap \Delta' \Rightarrow M(-6; 4)$

Có  $A(-2; 0) \in \Delta'$  khác  $M$ .

Tìm tọa độ hình chiếu của  $A$  lên  $\Delta$  là  $H\left(-\frac{6}{5}; \frac{8}{5}\right)$ .

Tọa độ điểm đối xứng của  $A$  qua  $\Delta$  là  $A'\left(-\frac{2}{5}; \frac{16}{5}\right)$ .

Vậy đường thẳng cần tìm là  $\begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$ .

Chọn đáp án **B**.  $\square$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tham số:  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \end{cases}$ .

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .

b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $l$  đi qua điểm  $N(4; 2)$  và vuông góc với  $\Delta$ .

**Lời giải.**

a) Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -1)$  nên có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; 2)$ .

Chọn tham số  $t = 0$  ta có ngay điểm  $A(1; -3)$  nằm trên  $\Delta$ .

Phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  là:

1.  $(x - 1) + 2 \cdot [y - (-3)] = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$

b) Đường thẳng  $l$  vuông góc với  $\Delta$  nên có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_l = (2; -1)$ . Phương trình tổng quát của đường thẳng  $l$  là:  $2(x - 4) - 1(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 6 = 0$ .  $\square$

**Bài 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d$  có hệ số góc bằng  $-3$  và  $A(1; 2)$  nằm trên  $d$ . Lập phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  có hệ số góc bằng  $-3$  nên có véc-tơ pháp tuyến là  $(3; 1)$ .

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 2)$  và có véc-tơ pháp tuyến là  $(3; 1)$  nên có phương trình tổng quát là:  $3(x - 1) + 1(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$ .  $\square$

**Bài 3.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$  đi qua  $A(2; -5)$  và nó tạo với trục  $Ox$  một góc  $60^\circ$ .

**Lời giải.**

Hệ số góc của đường thẳng  $d$  là  $k = \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Phương trình đường thẳng  $d$  là:  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 2) - 5 \Leftrightarrow \sqrt{3}x - 3y - 15 - 2\sqrt{3} = 0$ .  $\square$

**Bài 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d : y = 2x + 1$ , viết phương trình đường thẳng  $d'$  đi qua điểm  $B$  là điểm đối xứng của điểm  $A(0; -5)$  qua đường thẳng  $d$  và song song với đường thẳng  $y = -3x + 2$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $AB$  vuông góc với đường thẳng  $d$  nên ta có:  $k_{AB} \cdot 2 = -1 \Leftrightarrow k_{AB} = -\frac{1}{2}$ .

Phương trình đường thẳng  $AB$  là:  $y = -\frac{1}{2}(x - 0) - 5 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 5$ .

Vì  $A$  và  $B$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $d$  nên trung điểm  $N$  của chúng sẽ là giao điểm của hai

đường thẳng  $d$  và  $AB$ .

Suy ra tọa độ của điểm  $N$  là nghiệm của hệ phương trình:  $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x - 5 \end{cases} \Rightarrow N\left(-\frac{12}{5}; -\frac{19}{5}\right)$ . Từ đó

ta tính được  $A\left(-\frac{24}{5}; -\frac{13}{5}\right)$ . Đường thẳng  $d'$  song song với đường thẳng  $y = -3x + 2$  nên  $k_{d'} = -3$ .

Phương trình đường thẳng  $d'$  là:  $y = -3\left(x + \frac{24}{5}\right) - \frac{13}{5} \Leftrightarrow y = -3x - 17$ .  $\square$

**Bài 5.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d : 2x - 3y + 1 = 0$  và điểm  $A(-1; 3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d'$  đi qua  $A$  và cách điểm  $B(2; 5)$  khoảng cách bằng 3.

**Lời giải.**

Phương trình  $d'$  có dạng:  $ax + by + c = 0$ . Do  $A \in d'$  nên:  $(-1)a + 3b + c = 0 \Leftrightarrow c = a - 3b$  (1).

Hơn nữa  $d(B, d') = 3 \Leftrightarrow \frac{|2a + 5b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3$  (2).

Thay (1) vào (2) ta có:  $\frac{|3a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow 5b^2 - 12ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{12a}{5} \end{cases}$

Với  $b = 0$  thay vào (1) ta có  $c = a \Rightarrow d' : ax + a = 0 \Leftrightarrow d' : x + 1 = 0$

Với  $b = \frac{12a}{5}$  ta chọn  $a = 5, b = 12$  thay vào (1) ta được:  $c = 5 - 3 \cdot 12 = -31 \Rightarrow d' : 5x + 12y - 31 = 0$ .  $\square$

**Bài 6.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M(2; 5)$  và cách đều  $A(-1; 2)$  và  $B(5; 4)$ .

**Lời giải.**

Gọi phương trình đường thẳng  $d$  cần tìm là  $ax + by + c = 0$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ) (1).

Do  $M(2; 5) \in d$  nên ta có:  $2a + 5b + c = 0 \Leftrightarrow c = -2a - 5b$ . Thay  $c = -2a - 5b$  vào (1) ta có phương trình đường thẳng  $d$  trở thành:  $ax + by - 2a - 5b = 0$  (2).

Vì  $d$  cách đều hai điểm  $A$  và  $B$  nên:  $\frac{|(-1)a + 2b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5a + 4b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow |3a + 3b| = |3a - b| \Leftrightarrow 9a^2 + 18ab + 9b^2 = 9a^2 - 6ab +$

$b^2 \Leftrightarrow 8b^2 + 24ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -3a \end{cases}$ .

Trường hợp 1: Với  $b = 0$  thay vào (2) ta được phương trình đường thẳng  $d$  là:

$ax + 0y - 2a - 5 \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow ax - 2a = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0$

Trường hợp 2: Với  $b = -3a$  ta chọn  $a = 1, b = -3$  thay vào (2) ta được phương trình đường thẳng  $d$  là:  $1x - 3y - 2 - 5 \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 13 = 0$ .  $\square$