

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$

Đội ngũ hdgmvietnam.org giới thiệu đến các em học sinh lớp 12 bài viết Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$, nhằm giúp các em học tốt chương trình Toán 12.

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y = f(x)$ tại $M(x_0; y_0)$.

Phương pháp

- **Bước 1.** Tính $y' = f'(x)$ suy ra hệ số góc của phương trình tiếp tuyến là $k = y'(x_0)$.
- **Bước 2.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

Chú ý:

- Nếu đề bài yêu cầu viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0 thì khi đó ta tìm y_0 bằng cách thế vào hàm số ban đầu, tức $y_0 = f(x_0)$. Nếu đề cho y_0 ta thay vào hàm số để giải ra x_0 .
- Nếu đề bài yêu cầu viết phương trình tiếp tuyến tại các giao điểm của đồ thị (C): $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó các hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm giữa d và (C).

SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = f'(x_0)x - x_0 f'(x_0) + f(x_0)$$

$$\text{Hay } d: y = ax + b \text{ với } \begin{cases} a = f'(x_0) \\ b = -x_0 f'(x_0) + f(x_0) \end{cases}$$

Như vậy các bước tìm tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$:

- **Bước 1:** Tìm hệ số góc tiếp tuyến $k = a = f'(x_0)$.

Nhập $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ bằng cách nhấn **SHIFT** \int_{\square}^{\square} sau đó nhấn **=** ta được a .

- **Bước 2:** Tìm hệ số tự do $b = -x_0 + f(x_0)$

Sau đó nhân với $\boxed{-X}$ tiếp tục nhấn phím $+$ $\boxed{f(x)}$ **CALC** $X = x_0$ nhấn phím **=** ta được b .

MỘT SỐ BÀI TOÁN MINH HỌA

Bài toán 1: Cho hàm số (C): $y = x^3 + 3x^2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1; 4)$ là

- A.** $y = -9x + 5$. **B.** $y = 9x + 5$. **C.** $y = -9x - 5$. **D.** $y = 9x - 5$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow k = y'(1) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(1; 4)$ là $d: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 9(x - 1) + 4 = 9x - 5$.

Chọn đáp án D.

Sử dụng máy tính:

- Nhập $\frac{d}{dx}(X^3 + 3X^2)\Big|_{x=1}$ nhấn dấu **=** ta được 9.
- Sau đó nhân với $\boxed{-X}$ nhấn dấu $+$ $\boxed{X^3 + 3X^2}$ **CALC** $X = 1$ = ta được -5.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $y = 9x - 5$.

Bài toán 2: Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3.

- A.** $y = -18x + 49$. **B.** $y = -18x - 49$. **C.** $y = 18x + 49$. **D.** $y = 18x - 49$.

Lời giải:

Ta có $y' = -6x^2 + 12x$. Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -5 \Rightarrow M(3; -5)$ và hệ số góc $k = y'(3) = -18$. Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $y = -18(x - 3) - 5 = -18x + 49$. Chọn đáp án A.

Sử dụng máy tính:

- Nhập $\frac{d}{dx}(-2X^3 + 6X^2 - 5)\Big|_{x=3}$ nhấn dấu **=** ta được -18.
- Sau đó nhân với $\boxed{-X}$ nhấn dấu $+$ $\boxed{-2X^3 + 6X^2 - 5}$ **CALC** $X = 3$ nhấn dấu **=** ta được 49.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $y = -18x + 49$.

Bài toán 3: Cho hàm số (C): $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 > 0$, biết $y''(x_0) = -1$ là

- A.** $y = -3x - 2$. **B.** $y = -3x + 1$. **C.** $y = -3x + \frac{5}{4}$. **D.** $y = -3x + \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta có $y' = x^3 - 4x$, $y'' = 3x^2 - 4$.

Mà $y''(x_0) = -1 \Rightarrow 3x_0^2 - 4 = -1 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 1$ (vì $x_0 > 0$).

Vậy $y_0 = -\frac{7}{4}$, suy ra $k = y'(1) = -3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $d: y = -3(x - 1) - \frac{7}{4} \Rightarrow y = -3x + \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án C.

Sử dụng máy tính:

- Nhập $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{4}X^4 - 2X^2\right)\Big|_{x=1}$ nhấn dấu **=** ta được -3.
- Sau đó nhân với $\boxed{-X}$ nhấn dấu $+$ $\boxed{\frac{1}{4}X^4 - 2X^2}$ **CALC** $X = 1$ = ta được $\frac{5}{4}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $d: y = -3x + \frac{5}{4}$.