

[TIPS] Viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng (Oxy)

Bài viết hướng dẫn cách viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng trong chủ đề phương pháp **tọa độ trong mặt phẳng** (Hình học 10 chương 3) thông qua các kiến thức trọng tâm và ví dụ minh họa có lời giải chi tiết.

Phương trình tham số của đường thẳng

Để viết phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định:

+ Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$.

+ Một vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b)$ của Δ .

Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ với $t \in R$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng

Để viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ ta cần xác định:

+ Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$.

+ Một vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b), ab \neq 0$ của Δ .

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$. (trường hợp $ab = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc).

Chú ý:

+ Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT.

+ Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại.

+ Nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì $\vec{n} = (-b; a)$ là một VTPT của Δ .

Ví dụ 1: Cho điểm $A(1; -3)$ và $B(-2; 3)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a. Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n}(1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến.

b. Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB .

c. Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

a. Vì Δ nhận vectơ $\vec{n}(1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của Δ là $\vec{u}(-2; 1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

b. Ta có $\overrightarrow{AB}(-3; 6)$ mà Δ song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{u}(-1; 2)$ làm VTCP.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta : \begin{cases} x = -t \\ y = 2t \end{cases}$

c. Vì Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}(-3; 6)$ làm VTPT và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB .

Ta có $I(-\frac{1}{2}; 0)$ và Δ nhận $\vec{u}(-1; 2)$ làm VTCP nên phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$\Delta : \begin{cases} x = -\frac{1}{2} - t \\ y = 2t \end{cases}$

Ví dụ 2: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a. Δ đi qua điểm $A(3; 0)$ và $B(1; 3)$.

b. Δ đi qua $N(3; 4)$ và vuông góc với đường thẳng $d' : \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$

a. Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B nên nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; 3)$ làm vectơ chỉ phương do đó phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{-2} = \frac{y}{3}$; phương trình tổng quát là $3(x-3) = -2y$ hay $3x + 2y - 9 = 0$.

b. $\Delta \perp d'$ nên VTCP của d' cũng là VTPT của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}(-3; 5)$ làm VTPT và $\vec{v}(-5; -3)$ làm VTCP do đó phương trình tổng quát là $-3(x-3) + 5(y-4) = 0$ hay $3x - 5y + 11 = 0$; phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{-5} = \frac{y-4}{-3}$.

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có $A(-2; 1)$, $B(2; 3)$ và $C(1; -5)$.

a. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác.

b. Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM .

c. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm D, G với D là chân đường phân giác trong góc A và G là trọng tâm của ΔABC .

a. Ta có $\overrightarrow{BC}(-1; -8)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là:

$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 8t \end{cases}$

b. M là trung điểm của BC nên $M(\frac{3}{2}; -1)$ do đó đường thẳng chứa đường trung tuyến AM nhận $\overrightarrow{AM}(\frac{7}{2}; -2)$ làm VTCP nên có phương trình là:

$\begin{cases} x = -2 + \frac{7}{2}t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

c. Gọi $D(x_D; y_D)$ là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC}$.

Mà $AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$ và $AC = \sqrt{(1+2)^2 + (-5-1)^2} = 3\sqrt{5}$ suy ra:

$\overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC} \overrightarrow{DC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = \frac{2}{3}(1 - x_D) \\ y_D - 3 = \frac{2}{3}(-5 - y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{8}{5} \\ y_D = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow D(\frac{8}{5}; -\frac{1}{5})$.

$G(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$ là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{DG}(-\frac{19}{15}; -\frac{2}{15})$ suy ra đường thẳng DG nhận $\vec{u}(19; 2)$ làm VTCP nên có phương trình là

$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + 19t \\ y = -\frac{1}{3} + 2t \end{cases}$

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC biết $AB : x + y - 1 = 0$, $AC : x - y + 3 = 0$ và trọng tâm $G(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .

Ta có tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2)$.

Gọi $M(x; y)$ là trung điểm của BC .

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM}$, $\overrightarrow{AG}(2; 0)$, $\overrightarrow{GM}(x-1; y-2)$ suy ra:

$\begin{cases} 2 = 2.(x-1) \\ 0 = 2.(y-2) \end{cases} \Rightarrow M(2; 2)$.

$B(x_B; y_B) \in AB \Rightarrow x_B + y_B - 1 = 0 \Rightarrow y_B = 1 - x_B$ do đó $B(x_B; 1 - x_B)$.

$C(x_C; y_C) \in AC \Rightarrow x_C - y_C + 3 = 0 \Rightarrow y_C = x_C + 3$ do đó $C(x_C; x_C + 3)$.

Mà M là trung điểm của BC nên ta có:

$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 4 \\ x_C - x_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ x_C = 2 \end{cases}$

Vậy $B(2; -1)$, $C(2; 5) \Rightarrow \overrightarrow{BC}(0; 6)$ suy ra phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$