SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **BÌNH ĐỊNH**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12** **KHÓA NGÀY: 22 - 10 – 2023**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn thi: **TOÁN** Thời gian: **180 phút** *(không kể thời gian phát đề)* Ngày thi: **22/10/2023**

Bài 1. *(5,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x+\sqrt{x^2-x}}{\sqrt{y-1}}=2+\sqrt{y(y-1)} \\ \dfrac{y+\sqrt{y^2-y}}{\sqrt{z-1}}=2+\sqrt{z(z-1)} \\ \dfrac{z+\sqrt{z^2-z}}{\sqrt{x-1}}=2+\sqrt{x(x-1)}. \end{cases}$

2. Tìm tất cả các tam giác có độ dài ba cạnh là ba số hạng đầu của một cấp số cộng có công sai là d (d nguyên, khác 0) và có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 3.

Bài 2. *(3,0 điểm)*

Cho dãy số $(u_n), n=1,2,...$ được xác định bởi: $\begin{cases} u_1=\dfrac{2}{3} \\ u_n=\dfrac{-(n+1)}{9\left[n+(n-1).u_{n-1}\right]} \text{ với } n\geq 2. \end{cases}$

Tìm $\lim u_n$.

Bài 3. *(5,0 điểm)*

1. Tìm đa thức $P(x)$ thỏa mãn $\begin{cases} P(-\sqrt{2})=-4, P(\sqrt{2})=-4 \\ (x^2-4).P(x^2)=(x^6-4x^2).P(x), \forall x\in\mathbb{R}. \end{cases}$

2. Cho đa giác đều n đỉnh $(n\geq 8)$. Biết rằng có 25 tứ giác có 4 cạnh là các đường chéo của đa giác. Hãy tìm n.

Bài 4. *(5,0 điểm)*

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi BI, CJ lần lượt là các đường phân giác trong của góc $\widehat{B},\widehat{C}$. Các tia JI, IJ lần lượt cắt đường tròn (O) tại D, E. Gọi M, N, P lần lượt là chân đường vuông góc của D lên các đường thẳng AB, AC, BC. Chứng minh rằng:

a) $NM=NP$ khi và chỉ khi DI là phân giác của góc $\widehat{ADC}$.

b) $\dfrac{1}{BE}+\dfrac{1}{CD}=\dfrac{1}{AE}+\dfrac{1}{AD}+\dfrac{1}{BD}+\dfrac{1}{CE}$.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x+y+z\geq\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P(x,y,z)=\dfrac{1}{(2x+y+z)^2}+\dfrac{1}{(x+2y+z)^2}+\dfrac{1}{(x+y+2z)^2}$.

------------ HẾT ------------