

**PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)**

**Câu I (2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 6$ .

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{6}x - 1$ .

**Câu II (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình  $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$ .
2. Giải phương trình  $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

**Câu III (1,0 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_1^e \left( 2x - \frac{3}{x} \right) \ln x \, dx$ .

**Câu IV (1,0 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$ ; hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là điểm  $H$  thuộc đoạn  $AC$ ,  $AH = \frac{AC}{4}$ . Gọi  $CM$  là đường cao của tam giác  $SAC$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $SA$  và tính thể tích khối tứ diện  $SMBC$  theo  $a$ .

**Câu V (1,0 điểm)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 21} - \sqrt{-x^2 + 3x + 10}$ .

**PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)**

*Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

**A. Theo chương trình Chuẩn**

**Câu VI.a (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(3; -7)$ , trực tâm là  $H(3; -1)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp là  $I(-2; 0)$ . Xác định tọa độ đỉnh  $C$ , biết  $C$  có hoành độ dương.
2. Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  và  $(Q): x - y + z - 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(R)$  vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$  sao cho khoảng cách từ  $O$  đến  $(R)$  bằng 2.

**Câu VII.a (1,0 điểm)** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo.

**B. Theo chương trình Nâng cao**

**Câu VI.b (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(0; 2)$  và  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $O$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $\Delta$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$ , biết khoảng cách từ  $H$  đến trục hoành bằng  $AH$ .

2. Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  và  $\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ . Xác

định tọa độ điểm  $M$  thuộc  $\Delta_1$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta_2$  bằng 1.

**Câu VII.b (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 2 = 0 \\ 2 \log_2(x-2) - \log_{\sqrt{2}} y = 0 \end{cases}$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ).

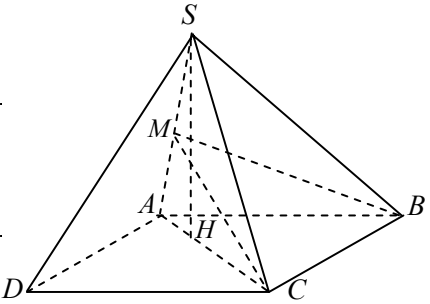
----- Hết -----

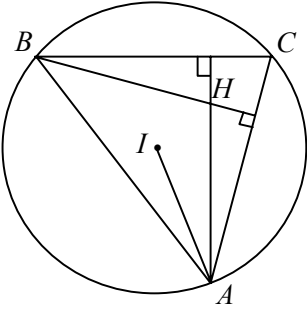
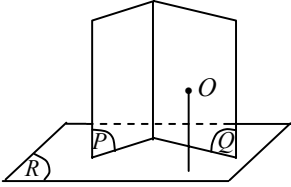
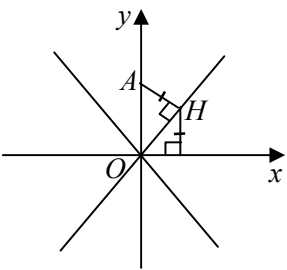
*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

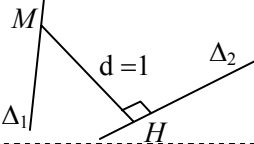
Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm								
<p><b>I</b> (2,0 điểm)</p>	<p>1. (1,0 điểm)</p>									
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tập xác định: <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>• Sự biến thiên:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chiều biến thiên: <math>y' = -4x^3 - 2x = -2x(2x^2 + 1)</math>; <math>y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0</math>.</li> </ul> </li> </ul>	0,25								
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hàm số đồng biến trên khoảng <math>(-\infty; 0)</math>; nghịch biến trên khoảng <math>(0; +\infty)</math>.</li> <li>- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại <math>x = 0</math>; <math>y_{CD} = 6</math>.</li> <li>- Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty</math>.</li> </ul>	0,25								
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bảng biến thiên:</li> </ul> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 2px;"><math>-</math></td> </tr> </table>   </div>	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$y'$	$+$	$0$	$-$	0,25
	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$						
	$y'$	$+$	$0$	$-$						
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Đồ thị:</li> </ul> <div style="text-align: center;"> </div>	0,25								
<p>2. (1,0 điểm)</p>										
<p>Do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng <math>y = \frac{1}{6}x - 1</math>, nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng <math>-6</math>.</p> <p>Do đó, hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình <math>-4x^3 - 2x = -6</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x = 1</math>, suy ra tọa độ tiếp điểm là <math>(1; 4)</math>.</p> <p>Phương trình tiếp tuyến: <math>y = -6(x - 1) + 4</math> hay <math>y = -6x + 10</math>.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25									
<p><b>II</b> (2,0 điểm)</p>	<p>1. (1,0 điểm)</p>									
	<p>Phương trình đã cho tương đương với: <math>2\sin x \cos x - \cos x - (1 - 2\sin^2 x) + 3\sin x - 1 = 0</math></p>	0,25								
	<p><math>\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(\cos x + \sin x + 2) = 0</math> (1).</p>	0,25								
	<p>Do phương trình <math>\cos x + \sin x + 2 = 0</math> vô nghiệm, nên:</p>	0,25								
<p>(1) <math>\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi</math> hoặc <math>x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi</math> (<math>k \in \mathbb{Z}</math>).</p>	0,25									

Câu	Đáp án	Điểm
<p><b>2. (1,0 điểm)</b></p>	<p>Điều kiện: <math>x \geq -2</math>.</p> <p>Phương trình đã cho tương đương với: <math>(2^{4x} - 2^4)(2^{2\sqrt{x+2}} - 2^{x^3-4}) = 0</math>.</p>	0,25
	<p>• <math>2^{4x} - 2^4 = 0 \Leftrightarrow x = 1</math>.</p>	0,25
	<p>• <math>2^{2\sqrt{x+2}} - 2^{x^3-4} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} = x^3 - 4</math> (1).</p> <p>Nhận xét: <math>x \geq \sqrt[3]{4}</math>.</p>	0,25
	<p>Xét hàm số <math>f(x) = 2\sqrt{x+2} - x^3 + 4</math>, trên <math>[\sqrt[3]{4}; +\infty)</math>.</p> $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - 3x^2 < 0, \text{ suy ra } f(x) \text{ nghịch biến trên } [\sqrt[3]{4}; +\infty).$ <p>Ta có <math>f(2) = 0</math>, nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất <math>x = 2</math>.</p> <p>Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: <math>x = 1; x = 2</math>.</p>	0,25
	<p><b>III</b> <b>(1,0 điểm)</b></p>	$I = \int_1^e \left(2x - \frac{3}{x}\right) \ln x \, dx = \int_1^e 2x \ln x \, dx - 3 \int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx.$
<p>• Đặt <math>u = \ln x</math> và <math>dv = 2x \, dx</math>, ta có: <math>du = \frac{dx}{x}</math> và <math>v = x^2</math>.</p> $\int_1^e 2x \ln x \, dx = \left(x^2 \ln x\right)\Big _1^e - \int_1^e x \, dx = e^2 - \frac{x^2}{2}\Big _1^e = \frac{e^2 + 1}{2}.$		0,25
<p>• <math>\int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx = \int_1^e \ln x \, d(\ln x) = \frac{1}{2} \ln^2 x \Big _1^e = \frac{1}{2}</math>.</p>		0,25
<p>Vậy <math>I = \frac{e^2}{2} - 1</math>.</p>		0,25
<p><b>IV</b> <b>(1,0 điểm)</b></p> 	<p>• <math>M</math> là trung điểm <math>SA</math>.</p> $AH = \frac{a\sqrt{2}}{4}, SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}.$	0,25
	$HC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}, SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = AC.$ <p>Do đó tam giác <math>SAC</math> cân tại <math>C</math>, suy ra <math>M</math> là trung điểm <math>SA</math>.</p>	0,25
	<p>• Thể tích khối tứ diện <math>SBCM</math>.</p> <p><math>M</math> là trung điểm <math>SA \Rightarrow S_{SCM} = \frac{1}{2} S_{SCA}</math></p> $\Rightarrow V_{SBCM} = V_{B.SCM} = \frac{1}{2} V_{B.SCA} = \frac{1}{2} V_{S.ABC}$	0,25
	$\Rightarrow V_{SBCM} = \frac{1}{6} S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{14}}{48}.$	0,25
<p><b>V</b> <b>(1,0 điểm)</b></p>	<p>Điều kiện: <math>-2 \leq x \leq 5</math>.</p> <p>Ta có <math>(-x^2 + 4x + 21) - (-x^2 + 3x + 10) = x + 11 &gt; 0</math>, suy ra <math>y &gt; 0</math>.</p>	0,25
	$y^2 = (x+3)(7-x) + (x+2)(5-x) - 2\sqrt{(x+3)(7-x)(x+2)(5-x)}$ $= \left(\sqrt{(x+3)(5-x)} - \sqrt{(x+2)(7-x)}\right)^2 + 2 \geq 2, \text{ suy ra:}$	0,25
	<p><math>y \geq \sqrt{2}</math>; dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi <math>x = \frac{1}{3}</math>.</p>	0,25
	<p>Do đó giá trị nhỏ nhất của <math>y</math> là <math>\sqrt{2}</math>.</p>	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
<b>VI.a</b> <b>(2,0 điểm)</b>	<b>1. (1,0 điểm)</b>	
	 <p>Đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ABC</math> có phương trình:  <math>(x+2)^2 + y^2 = 74</math>.</p> <p>Phương trình <math>AH: x = 3</math> và <math>BC \perp AH</math>, suy ra phương trình <math>BC</math> có dạng: <math>y = a</math> (<math>a \neq -7</math>, do <math>BC</math> không đi qua <math>A</math>).</p> <p>Do đó hoành độ <math>B, C</math> thỏa mãn phương trình:  <math>(x+2)^2 + a^2 = 74 \Leftrightarrow x^2 + 4x + a^2 - 70 = 0</math> (1).</p>	<b>0,25</b>
	<p>Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi: <math> a  &lt; \sqrt{70}</math>.</p> <p>Do <math>C</math> có hoành độ dương, nên <math>B(-2 - \sqrt{74 - a^2}; a)</math> và <math>C(-2 + \sqrt{74 - a^2}; a)</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p><math>AC \perp BH</math>, suy ra: <math>\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0</math></p> $\Leftrightarrow (\sqrt{74 - a^2} - 5)(\sqrt{74 - a^2} + 5) + (a + 7)(-1 - a) = 0$ $\Leftrightarrow a^2 + 4a - 21 = 0$	<b>0,25</b>
	$\Leftrightarrow a = -7 \text{ (loại) hoặc } a = 3 \text{ (thỏa mãn)}$ <p>Suy ra <math>C(-2 + \sqrt{65}; 3)</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<b>2. (1,0 điểm)</b>	
	 <p>Ta có vectơ pháp tuyến của <math>(P)</math> và <math>(Q)</math> lần lượt là <math>\vec{n}_P = (1; 1; 1)</math> và <math>\vec{n}_Q = (1; -1; 1)</math>, suy ra:</p> $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2; 0; -2)$ là vectơ pháp tuyến của $(R)$ .	<b>0,25</b>
	<p>Mặt phẳng <math>(R)</math> có phương trình dạng <math>x - z + D = 0</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Ta có <math>d(O, (R)) = \frac{ D }{\sqrt{2}}</math>, suy ra: <math>\frac{ D }{\sqrt{2}} = 2 \Leftrightarrow D = 2\sqrt{2}</math> hoặc <math>D = -2\sqrt{2}</math>.</p> <p>Vậy phương trình mặt phẳng <math>(R)</math>: <math>x - z + 2\sqrt{2} = 0</math> hoặc <math>x - z - 2\sqrt{2} = 0</math>.</p>	<b>0,25</b>
<b>VII.a</b> <b>(1,0 điểm)</b>	<p>Gọi <math>z = a + bi</math>, ta có: <math> z  = \sqrt{a^2 + b^2}</math> và <math>z^2 = a^2 - b^2 + 2abi</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi: <math display="block">\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases}</math></p>	<b>0,25</b>
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1. \end{cases}$	<b>0,25</b>
	<p>Vậy các số phức cần tìm là: <math>1 + i; 1 - i; -1 + i; -1 - i</math>.</p>	<b>0,25</b>
<b>VI.b</b> <b>(2,0 điểm)</b>	<b>1. (1,0 điểm)</b>	
	 <p>Gọi tọa độ <math>H</math> là <math>(a; b)</math>, ta có: <math>AH^2 = a^2 + (b-2)^2</math> và khoảng cách từ <math>H</math> đến trục hoành là <math> b </math>, suy ra: <math>a^2 + (b-2)^2 = b^2</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Do <math>H</math> thuộc đường tròn đường kính <math>OA</math>, nên: <math>a^2 + (b-1)^2 = 1</math>.</p> <p>Từ đó, ta có: <math display="block">\begin{cases} a^2 - 4b + 4 = 0 \\ a^2 + b^2 - 2b = 0. \end{cases}</math></p> <p>Suy ra: <math>H(2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)</math> hoặc <math>H(-2\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}-1)</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Vậy phương trình đường thẳng <math>\Delta</math> là</p> $(\sqrt{5}-1)x - 2\sqrt{\sqrt{5}-2}y = 0 \text{ hoặc } (\sqrt{5}-1)x + 2\sqrt{\sqrt{5}-2}y = 0.$	<b>0,25</b>

Câu	Đáp án	Điểm
<p data-bbox="268 129 422 159">2. (1,0 điểm)</p> 	<p data-bbox="612 181 1394 255">Ta có: + <math>M \in \Delta_1</math>, nên <math>M(3 + t; t; t)</math>. + <math>\Delta_2</math> đi qua <math>A(2; 1; 0)</math> và có vector chỉ phương <math>\vec{v} = (2; 1; 2)</math>.</p>	0,25
	<p data-bbox="612 277 1289 306">Do đó: <math>\overline{AM} = (t + 1; t - 1; t)</math>; <math>[\vec{v}, \overline{AM}] = (2 - t; 2; t - 3)</math>.</p>	0,25
	<p data-bbox="304 344 1222 441">Ta có: <math>d(M, \Delta_2) = \frac{ [\vec{v}, \overline{AM}] }{ \vec{v} } = \frac{\sqrt{2t^2 - 10t + 17}}{3}</math>, suy ra: <math>\frac{\sqrt{2t^2 - 10t + 17}}{3} = 1</math></p>	0,25
	<p data-bbox="304 472 743 539"><math>\Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1</math> hoặc <math>t = 4</math>. Do đó <math>M(4; 1; 1)</math> hoặc <math>M(7; 4; 4)</math>.</p>	0,25
<p data-bbox="113 562 236 629">VII.b (1,0 điểm)</p>	<p data-bbox="304 562 624 591">Điều kiện: <math>x &gt; 2, y &gt; 0</math> (1).</p>	0,25
	<p data-bbox="304 607 788 689">Từ hệ đã cho, ta có: <math>\begin{cases} x^2 - 4x + y + 2 = 0 \\ x - 2 = y \end{cases}</math></p>	0,25
	<p data-bbox="564 719 1054 801"><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}</math> hoặc <math>\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}</math>.</p>	0,25
	<p data-bbox="304 824 1066 853">Đối chiếu với điều kiện (1), ta có nghiệm của hệ là <math>(x; y) = (3; 1)</math>.</p>	0,25

----- Hết -----