**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012**

**Môn: TOÁN; Khối A và khối A1**

*Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề*

## I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

**Câu 1 (2,0 *điểm*).** Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với $m$ là tham số thực.

**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.

**b)** Tìm $m$ để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

**Câu 2 (1,0 *điểm*).** Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$.

**Câu 3 (1,0 *điểm*).** Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

**Câu 4 (1,0 *điểm*).** Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2}\,dx$.

**Câu 5 (1,0 *điểm*).** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$. Hình chiếu vuông góc của $S$ trên mặt phẳng $(ABC)$ là điểm $H$ thuộc cạnh $AB$ sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $60^\circ$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $SA$ và $BC$ theo $a$.

**Câu 6 (1,0 *điểm*).** Cho các số thực $x, y, z$ thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} - \sqrt{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}.$$

## II. PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*): *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)*

### A. Theo chương trình Chuẩn

**Câu 7.a (1,0 *điểm*).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$, cho hình vuông $ABCD$. Gọi $M$ là trung điểm của cạnh $BC$, $N$ là điểm trên cạnh $CD$ sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng $AN$ có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $A$.

**Câu 8.a (1,0 *điểm*).** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt $d$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho tam giác $IAB$ vuông tại $I$.

**Câu 9.a (1,0 *điểm*).** Cho $n$ là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa $x^5$ trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$.

### B. Theo chương trình Nâng cao

**Câu 7.b (1,0 *điểm*).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip $(E)$, biết rằng $(E)$ có độ dài trục lớn bằng 8 và $(E)$ cắt $(C)$ tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

**Câu 8.b (1,0 *điểm*).** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ cắt $d$ và $(P)$ lần lượt tại $M$ và $N$ sao cho $A$ là trung điểm của đoạn thẳng $MN$.

**Câu 9.b (1,0 *điểm*).** Cho số phức $z$ thỏa mãn $\frac{5(\bar{z} + i)}{z+1} = 2 - i$. Tính môđun của số phức $w = 1 + z + z^2$.

---------- **HẾT** ----------

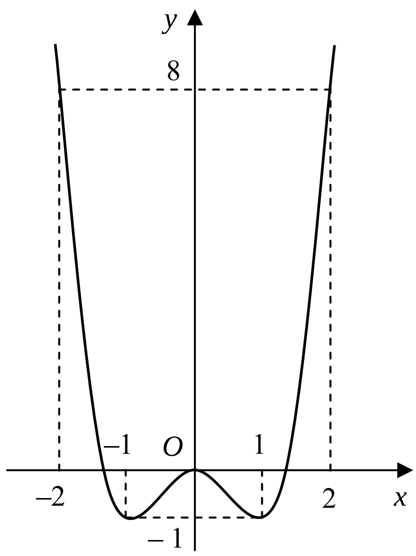
***Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

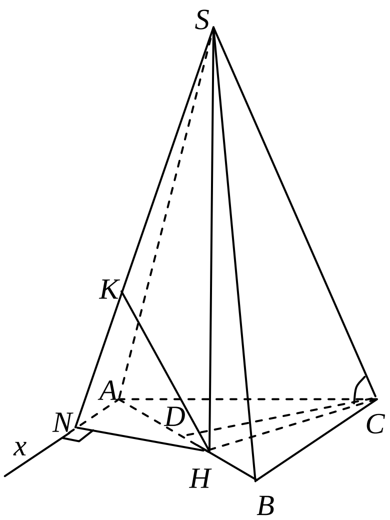
Họ và tên thí sinh:.................................................................; Số báo danh: ............................................

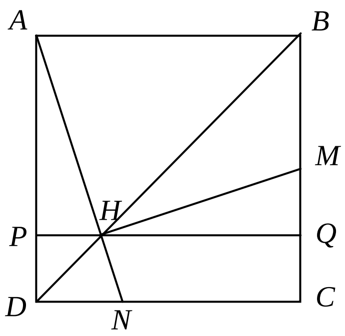
**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

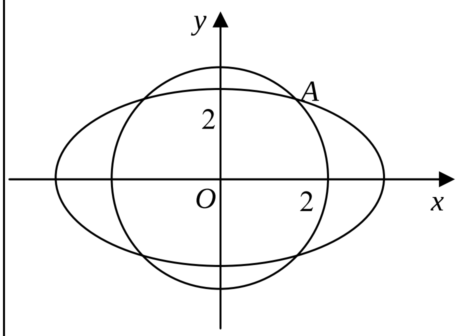
**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM**
**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012**
**Môn: TOÁN; Khối A và khối A1**
(Đáp án – thang điểm gồm 04 trang)

| ***Câu*** | ***Đáp án*** | ***Điểm*** |
|---|---|---|
| **1**<br>**(2,0 *điểm*)** | **a) (1,0 *điểm*)** | |
| | Khi $m=0$, ta có: $y=x^4-2x^2$.<br>• Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.<br>• Sự biến thiên:<br>– Chiều biến thiên: $y'=4x^3-4x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm 1$. | ***0,25*** |
| | Các khoảng nghịch biến: $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$; các khoảng đồng biến: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.<br>– Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$, $y_{\text{CT}}=-1$; đạt cực đại tại $x=0$, $y_{\text{CĐ}}=0$.<br>– Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$. | ***0,25*** |
| | – Bảng biến thiên:<br>$\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -\infty & & -1 & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & +\infty & \searrow & -1 & \nearrow & 0 & \searrow & -1 & \nearrow & +\infty \end{array}$ | ***0,25*** |
| | • Đồ thị:<br><br> | ***0,25*** |
| | **b) (1,0 *điểm*)** | |
| | Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x=4x(x^2-m-1)$.<br>Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$ (*). | ***0,25*** |
| | Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0;m^2)$, $B(-\sqrt{m+1};-2m-1)$ và $C(\sqrt{m+1};-2m-1)$.<br>Suy ra: $\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{m+1};-(m+1)^2)$ và $\overrightarrow{AC}=(\sqrt{m+1};-(m+1)^2)$. | ***0,25*** |
| | Ta có $AB=AC$ nên tam giác $ABC$ vuông khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow (m+1)^4-(m+1)=0$. Kết hợp (*), ta được giá trị $m$ cần tìm là $m=0$. | ***0,25*** |

| Câu | Đáp án | Điểm |
|---|---|---|
| **2**<br>**(1,0 điểm)** | Phương trình đã cho tương đương với $(\sqrt{3}\sin x+\cos x-1)\cos x=0$. | **0,25** |
| | • $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. | **0,25** |
| | • $\sqrt{3}\sin x+\cos x-1=0\Leftrightarrow \cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{\pi}{3}$ | **0,25** |
| | $\Leftrightarrow x=k2\pi$ hoặc $x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.<br>Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ x=k2\pi$ và $x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. | **0,25** |
| **3**<br>**(1,0 điểm)** | Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases}(x-1)^3-12(x-1)=(y+1)^3-12(y+1) & (1)\\ \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2=1. & (2)\end{cases}$ | **0,25** |
| | Từ (2), suy ra $-1\le x-\dfrac{1}{2}\le 1$ và $-1\le y+\dfrac{1}{2}\le 1 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}\le x-1\le\dfrac{1}{2}$ và $-\dfrac{1}{2}\le y+1\le\dfrac{3}{2}$.<br>Xét hàm số $f(t)=t^3-12t$ trên $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right]$, ta có $f'(t)=3(t^2-4)<0$, suy ra $f(t)$ nghịch biến. | **0,25** |
| | Do đó (1) $\Leftrightarrow x-1=y+1\Leftrightarrow y=x-2$ (3).<br>Thay vào (2), ta được $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2=1\Leftrightarrow 4x^2-8x+3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x=\dfrac{3}{2}$. | **0,25** |
| | Thay vào (3), ta được nghiệm của hệ là $(x;\,y)=\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$ hoặc $(x;\,y)=\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. | **0,25** |
| **4**<br>**(1,0 điểm)** | Đặt $u=1+\ln(x+1)$ và $\mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2}$, suy ra $\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x+1}$ và $v=-\dfrac{1}{x}$. | **0,25** |
| | $I=-\dfrac{1+\ln(x+1)}{x}\Bigg\vert_1^3+\displaystyle\int_1^3\dfrac{dx}{x(x+1)}$ | **0,25** |
| | $=\dfrac{2+\ln 2}{3}+\displaystyle\int_1^3\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)dx=\dfrac{2+\ln 2}{3}+\ln\left\vert\dfrac{x}{x+1}\right\vert\Bigg\vert_1^3$ | **0,25** |
| | $=\dfrac{2}{3}+\ln 3-\dfrac{2}{3}\ln 2.$ | **0,25** |
| **5**<br>**(1,0 điểm)** | <br>Ta có $\widehat{SCH}$ là góc giữa $SC$ và $(ABC)$, suy ra $\widehat{SCH}=60^{\circ}$.<br>Gọi $D$ là trung điểm của cạnh $AB$. Ta có: $HD=\dfrac{a}{6},\ CD=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$,<br>$HC=\sqrt{HD^2+CD^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{3},\ SH=HC.\tan 60^{\circ}=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. | **0,25** |
| | $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{7}}{12}$. | **0,25** |
| | Kẻ $Ax//BC$. Gọi $N$ và $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $H$ trên $Ax$ và $SN$. Ta có $BC//(SAN)$ và $BA=\dfrac{3}{2}HA$ nên<br>$d(SA,BC)=d(B,(SAN))=\dfrac{3}{2}d(H,(SAN))$.<br>Ta cũng có $Ax\perp(SHN)$ nên $Ax\perp HK$. Do đó $HK\perp(SAN)$. Suy ra $d(H,(SAN))=HK$. | **0,25** |
| | $AH=\dfrac{2a}{3},HN=AH\sin 60^{\circ}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3},HK=\dfrac{SH.HN}{\sqrt{SH^2+HN^2}}=\dfrac{a\sqrt{42}}{12}$. Vậy $d(SA,BC)=\dfrac{a\sqrt{42}}{8}$. | **0,25** |

| Câu | Đáp án | Điểm |
|---|---|---|
| **6**<br>**(1,0 điểm)** | Ta chứng minh $3^t \ge t+1, \forall t \ge 0$ (*).<br>Xét hàm $f(t)=3^t-t-1$, có $f'(t)=3^t\ln 3-1>0, \forall t\ge 0$ và $f(0)=0$, suy ra (*) đúng.<br>Áp dụng (*), ta có $3^{\|x-y\|}+3^{\|y-z\|}+3^{\|z-x\|}\ge 3+\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|$. | ***0,25*** |
| | Áp dụng bất đẳng thức $\|a\|+\|b\|\ge\|a+b\|$, ta có:<br>$(\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|)^2=\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2+\|x-y\|(\|y-z\|+\|z-x\|)+\|y-z\|(\|z-x\|+\|x-y\|)$<br>$+\|z-x\|(\|x-y\|+\|y-z\|)\ge 2\left(\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2\right)$. | ***0,25*** |
| | Do đó $\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|\ge\sqrt{2\left(\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2\right)}=\sqrt{6x^2+6y^2+6z^2-2\left(x+y+z\right)^2}$.<br>Mà $x+y+z=0,$ suy ra $\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|\ge\sqrt{6x^2+6y^2+6z^2}$. | ***0,25*** |
| | Suy ra $P=3^{\|x-y\|}+3^{\|y-z\|}+3^{\|z-x\|}-\sqrt{6x^2+6y^2+6z^2}\ge 3$.<br>Khi $x=y=z=0$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị nhỏ nhất của $P$ bằng 3. | ***0,25*** |
| **7.a**<br>**(1,0 điểm)** | <br>Gọi $H$ là giao điểm của $AN$ và $BD$. Kẻ đường thẳng qua $H$ và song song với $AB$, cắt $AD$ và $BC$ lần lượt tại $P$ và $Q$.<br>Đặt $HP = x$. Suy ra $PD = x$, $AP = 3x$ và $HQ = 3x$.<br>Ta có $QC = x$, nên $MQ = x$. Do đó $\Delta AHP = \Delta HMQ$, suy ra $AH \perp HM$. | ***0,25*** |
| | Hơn nữa, ta cũng có $AH = HM$.<br>Do đó $AM = \sqrt{2}MH = \sqrt{2}d(M,(AN)) = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$. | ***0,25*** |
| | $A\in AN$, suy ra $A(t;\,2t-3)$.<br>$MA=\dfrac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \left(t-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(2t-\dfrac{7}{2}\right)^2=\dfrac{45}{2}$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow t^2-5t+4=0 \Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=4$.<br>Vậy: $A(1;-1)$ hoặc $A(4;5)$. | ***0,25*** |
| **8.a**<br>**(1,0 điểm)** | Véc tơ chỉ phương của $d$ là $\vec{a}=(1;\,2;\,1)$. Gọi $H$ là trung điểm của $AB$, suy ra $IH \perp AB$.<br>Ta có $H\in d$ nên tọa độ $H$ có dạng $H(t-1;2t;t+2)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=(t-1;\,2t;\,t-1)$. | ***0,25*** |
| | $IH\perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \Leftrightarrow t-1+4t+t-1=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IH}=\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$. | ***0,25*** |
| | Tam giác $IAH$ vuông cân tại $H$, suy ra bán kính mặt cầu $(S)$ là $R=IA=\sqrt{2}IH=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. | ***0,25*** |
| | Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(S)$: $x^2+y^2+(z-3)^2=\dfrac{8}{3}$. | ***0,25*** |
| **9.a**<br>**(1,0 điểm)** | $5C_n^{n-1}=C_n^3 \Leftrightarrow 5n=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow n=7$ (vì $n$ nguyên dương). | ***0,25*** |
| | Khi đó $\left(\dfrac{nx^2}{14}-\dfrac{1}{x}\right)^n=\left(\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{x}\right)^7=\sum\limits_{k=0}^{7}C_7^k\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^{7-k}\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{7}\dfrac{(-1)^kC_7^k}{2^{7-k}}x^{14-3k}$. | ***0,25*** |
| | Số hạng chứa $x^5$ tương ứng với $14-3k=5 \Leftrightarrow k=3$.<br>Do đó số hạng cần tìm là $\dfrac{(-1)^3.C_7^3}{2^4}x^5=-\dfrac{35}{16}x^5$. | ***0,25*** |

| Câu | Đáp án | Điểm |
|---|---|---|
| **7.b (1,0 điểm)** |   Phương trình chính tắc của $(E)$ có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$ với $a>b>0$ và $2a=8$. Suy ra $a=4$. | ***0,25*** |
| | Do $(E)$ và $(C)$ cùng nhận $Ox$ và $Oy$ làm trục đối xứng và các giao điểm là các đỉnh của một hình vuông nên $(E)$ và $(C)$ có một giao điểm với tọa độ dạng $A(t;\, t),\ t>0$. | ***0,25*** |
| | $A\in(C) \Leftrightarrow t^2+t^2=8,$ suy ra $t=2$. | ***0,25*** |
| | $A(2;2)\in(E) \Leftrightarrow \frac{4}{16}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=\frac{16}{3}$.<br>Phương trình chính tắc của $(E)$ là $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{\frac{16}{3}}=1$. | ***0,25*** |
| **8.b (1,0 điểm)** | $M$ thuộc $d$, suy ra tọa độ của $M$ có dạng $M(2t-1;\, t;\, t+2)$. | ***0,25*** |
| | $MN$ nhận $A$ là trung điểm, suy ra $N(3-2t;\, -2-t;\, 2-t)$. | ***0,25*** |
| | $N\in(P) \Leftrightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2,$ suy ra $M(3;\, 2;\, 4)$. | ***0,25*** |
| | Đường thẳng $\Delta$ đi qua $A$ và $M$ có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$. | ***0,25*** |
| **9.b (1,0 điểm)** | Đặt $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R}),\ z\neq -1$.<br>Ta có $\frac{5(\overline{z}+i)}{z+1}=2-i \Leftrightarrow (3a-b-2)+(a-7b+6)i=0$ | ***0,25*** |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases}3a-b-2=0\\ a-7b+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=1.\end{cases}$ | ***0,25*** |
| | Do đó $z=1+i$. Suy ra $w=1+z+z^2=1+1+i+(1+i)^2=2+3i$. | ***0,25*** |
| | Vậy $\lvert w\rvert=\lvert 2+3i\rvert=\sqrt{13}$. | ***0,25*** |

------------- **HẾT** -------------